

## Stope Boundary Optimization using Discrete Imperialist Competitive Algorithm

AmirArsalan Hemasian Etefagh<sup>1</sup>, Jafar Khademi Hamidi<sup>2\*</sup>, Amin Mousavi<sup>3</sup>

1. Mining Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran  
amirarsalan.hemAsian@modares.ac.ir
2. Mining Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran  
jafarkhademi@modares.ac.ir
3. Mining Engineering Department, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran  
a\_mousavi@modares.ac.ir

Received: 2023/12/26 - Accepted: 2024/05/14

### Abstract

Determination of stope boundary is a critical step in underground mine design, directly impacting project profitability and operational plans. Developing efficient and accurate algorithms for solving the Stope Boundary Optimization (SBO) problem has been a challenging task. In this study, a metaheuristic Discrete Imperialist Competitive Algorithm (DICA) was introduced for the SBO problem. The DICA algorithm, following a simulation-based approach, provides initial solutions in the search space and identifies the optimal solution after evaluating each one. Tested with different operators such as assimilation and revolution, and various initial populations, the suggested algorithm was applied to a 5\*5\*5 m block model of a copper deposit comprising 15,945 blocks. The results demonstrated the algorithm's capability to determine stope boundaries within a reasonable computational time. For validity check, the results were compared with those obtained from the Maximum Value Neighborhood (MVN) and floating stope algorithms. The comparison revealed that DICA outperformed both algorithms.

### Keywords

Stope boundary optimization, Optimization algorithm, Metaheuristic algorithm.

---

\* Corresponding Author



## 1- Introduction

The increasing depth of underground mines necessitates advanced optimization techniques for efficient design and planning. Despite this need, traditional, time-consuming, and inefficient empirical methods remain prevalent. In contrast, open-pit mining has benefited from optimization techniques since the 1960s, leading to significant improvements. Stope boundaries, a crucial stage in underground mine design and intricately linked to subsequent phases, significantly impact project profitability. Therefore, formulating an optimal, or at least near-optimal, yet practical stope design is paramount [1-3].

The objective of stope layout design is to identify the best combination of blocks from a geological/economic model while adhering to technical constraints such as geometric limitations imposed by the mining method. This selection aims to maximize overall profit. Block models are valuable tools for designing stopes and optimizing production plans [4]. However, developing a comprehensive algorithm for the optimal final extraction zone remains challenging due to the need to consider all constraints, including those related to geomechanics and the chosen mining method. Intelligent metaheuristic optimization algorithms offer a solution. Their ability to consider all relevant parameters simultaneously leads to enhanced design and production planning in mines due to their solution quality, adaptability, and search capability [5]. These algorithms provide results very close to the true optimum.

The Imperialist Competitive Algorithm (ICA), a metaheuristic technique, has recently gained popularity in the mining field. Javadzadeh et al. [6] used ICA to develop a 2D model for optimizing the extraction zone in open-pit mines. The present study employs ICA to optimize the final extraction zone for an underground copper mine stope. The objective is to maximize the economic value of the final extraction zone within a reasonable timeframe.

## 2- Methods

Inspired by socio-political evolution, ICA represents potential solutions as "countries" and iteratively refines them through assimilation (attraction), competition (elimination of weak solutions), and revolution (random exploration) [7]. Initial solutions become "imperialist countries" or "colonies" based on their quality. Imperialists attract colonies, guiding them towards the optimal solution. The algorithm incorporates mechanisms to prevent stagnation and ensure continuous improvement, ultimately seeking convergence to the best outcome [7].

While standard ICA tackles continuous problems, modifications like the Discrete ICA (DICA) by Enayatifar et al. [8] enable it to handle discrete problems like stope boundary optimization. DICA retains ICA's core structure but adapts components like initialization, assimilation, and revolution. Unlike continuous problems, DICA requires problem-specific initialization to ensure valid initial solutions. Additionally, a modified assimilation operator updates colony variables towards the imperialist's values within their permissible range [8]. The revolution operator randomly assigns new values to a colony's variables, independent of the imperialist.

DICA closely reflects real-world scenarios by leveraging a 3D block model of the ore deposit. Blocks within this model can have positive or negative economic values. DICA defines the final stope boundary as the set of consistently mined out blocks across all sections, adhering to minimum stope dimensions. The economic value of each region is the sum of its constituent blocks' values. DICA utilizes a "country" metaphor, where each country is a binary array representing mineable blocks based on their position in the 3D model. To achieve optimal solutions, DICA employs an initial population of randomly generated countries. The size of this population impacts both accuracy and computational time. A subset of these countries becomes "imperialists," while the remainder are "colonies." Colony assignment favors stronger imperialists, reflecting a power dynamic. Each imperialist and its colonies form an "empire." DICA incorporates assimilation and revolution operators: assimilation moves colonies closer to their imperialists, while revolution helps

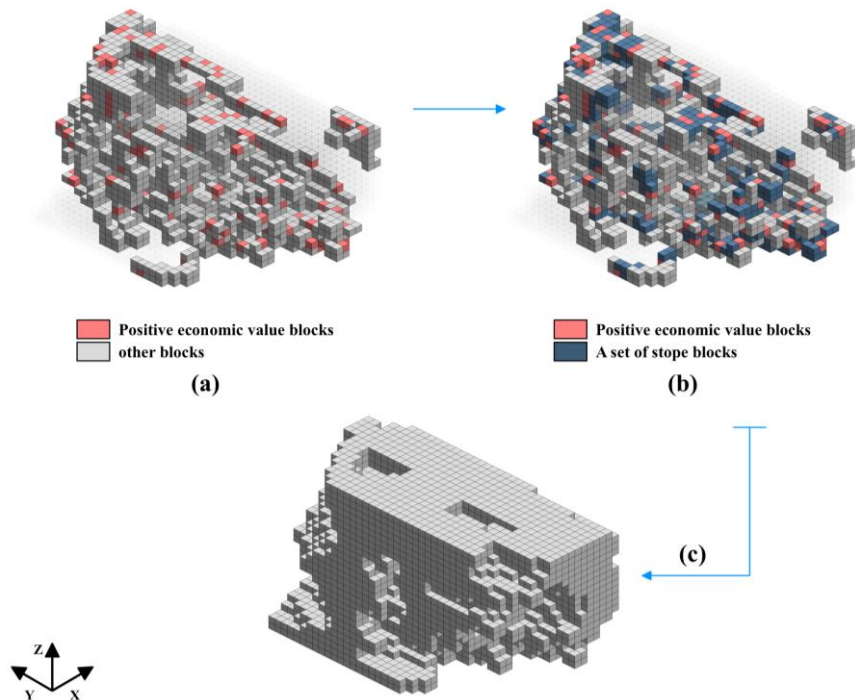
avoid local optima through random modifications.

In summary, this study investigates DICA for optimizing underground mine stope boundaries. A 3D block model incorporates both geometric constraints and economic parameters. The proposed approach utilizes a two-step process. First, a grade block model is generated, followed by the creation of an economic block model. In the second step, DICA is implemented. Positive economic value blocks are identified, and the initial population of "countries" is formed using a binary block model. The algorithm iteratively selects the highest economic value stope for each marked block, updating the binary model to ensure no block belongs to multiple stopes. Finally, the remaining DICA steps (imperialist/colony selection, empire formation, and assimilation/revolution operators) are performed to achieve an optimal final stope boundary for each country.

### 3- Findings and Argument

Sublevel stoping was chosen as the mining method for the ore deposit. The algorithm for determining the final stope boundary assumed a minimum stope size of 10x10x10 meters. A fixed cut-off grade of 0.69% copper was used to identify economically viable stopes. Leveraging the grade block model, an economic block model was constructed considering average block grade, cut-off grade, and other relevant information. Blocks with positive economic value were identified based on their spatial coordinates (x, y, z). Each "country" in the DICA model represents a potential stope configuration. The arrangement of each country's binary array reflects the block positions with priority given to row, column, and level. A total of 9,143 blocks had positive economic value, defining the length of each country's binary array.

The initial population size was chosen as 200 countries after considering the impact on the number of possible solution states. Each country randomly selected a subset of these positive blocks, marking them with a value of 1. For each selected block, a stope with the highest economic value that included that block was formed, ensuring minimum stope dimensions. Overlapping effects were addressed by adding remaining blocks of a stope to another stope, if necessary, while maintaining minimum dimensions. Figure 1 illustrates this process.



**Figure 1. Steps for determining the stope boundary of an underground mine for each country:**  
 (a) Random selection of positive blocks (b) Formation of a stope for each positive block (c) Determining the final stope boundary of underground mine for one country

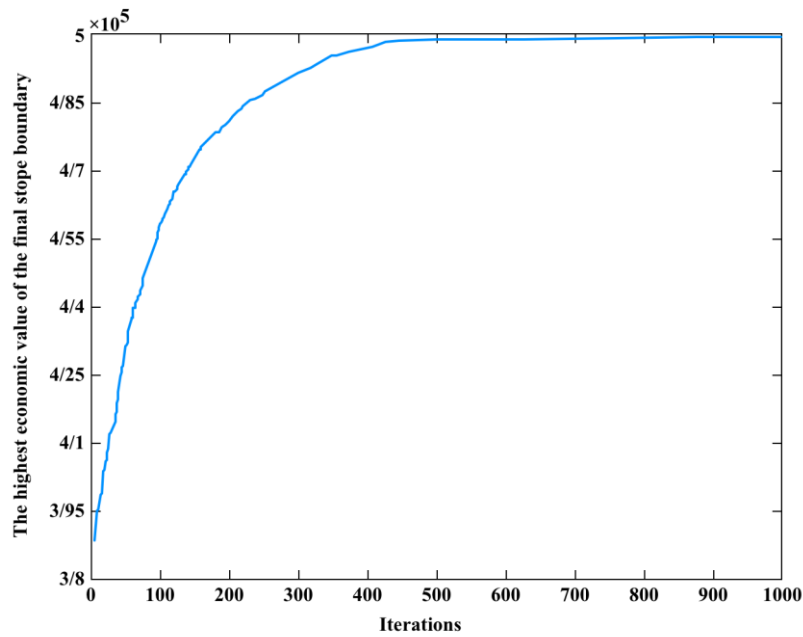
As shown in Figure 1(a), the positions of positive economic value blocks randomly selected from the 9,143 blocks are marked in red. Subsequently, in Figure 1(b), considering the locations of the selected positive blocks in the block model and adhering to the minimum stope dimension constraint of  $2 \times 2 \times 2$  blocks, the most suitable set of blocks surrounding the positive block is chosen to form the mining stope. To address the overlapping effect constraint, if some of the blocks in the stope formed by the positive block are included in another stope, the remaining blocks of the same stope are added to the other stope while maintaining the minimum stope dimensions. Some of these types of stopes are exemplified in Figure 1(b). Finally, as depicted in Figure 1(c), the final underground stope boundary is determined for each country.

The top 15% (31 countries) of the initial population, based on economic value, were selected as imperialists. The number of colonies for each imperialist was determined probabilistically based on their power. Table 1 provides details of the initial empires.

**Table 1. Established Empires**

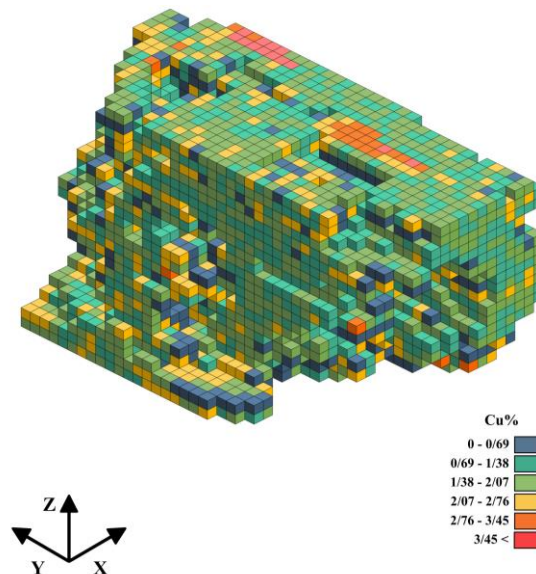
Empire No.	Imperialist Number	Power of Imperialist	Number of Colonies	Occupancy Percentage
1	145	382,764	11	7.1%
2	46	381,702	10	6.5%
3	2	379,265	9	5.9%
4	166	372,712	9	5.9%
5	98	372,376	8	5.3%
6	79	369,595	7	4.7%
7	64	368,578	7	4.7%
8	172	367,406	7	4.7%
9	154	364,949	6	4.1%
10	126	364,027	6	4.1%
11	134	361,893	6	4.1%
12	67	360,968	6	4.1%
13	164	359,583	6	4.1%
14	39	359,138	6	4.1%
15	53	356,522	5	3.6%
16	101	352,661	5	3.6%
17	165	350,751	5	3.6%
18	198	349,824	5	3.6%
19	42	349,057	5	3.6%
20	112	346,366	5	3.6%
21	59	344,801	4	3.6%
22	21	343,680	4	3.0%
23	171	341,205	4	3.0%
24	141	337,466	4	3.0%
25	102	337,176	4	3.0%
26	36	334,837	3	2.4%
27	88	329,875	3	2.4%
28	148	329,459	3	2.4%
29	133	325,924	2	1.8%
30	186	325,736	2	1.8%
31	130	319,641	2	1.2%

The DICA algorithm was iterated until termination conditions were met (1000 iterations in this study). Convergence of all countries to a similar solution indicated algorithm termination. The economic value of the final imperialist country was considered the optimal economic value for the final stope boundary. Figure 2 illustrates the economic value of the final boundary at each iteration.



**Figure 2: Convergence plot of the highest economic value of the final stope boundary for each iteration of the DICA algorithm**

As shown in Figure 2, the algorithm achieved the best economic value in 366 iterations, with 94% of the best values achieved within the first 500 iterations. This confirms the convergence of the solutions. The final, optimal stope boundary for the case study is depicted in Figure 3.



**Figure 3: The optimal stope boundary as determined by DICA algorithm**

#### 4- Conclusions

Determining the optimal stope boundary in underground mine design is a crucial step that directly impacts project profitability. This stage is closely linked to production scheduling, and achieving optimal production plans necessitates defining the optimal stope boundary. Due to the diversity of underground mining methods and the complexity of calculating economic parameters, developing algorithms for stope boundary determination has been challenging and time-consuming. Therefore, introducing new algorithms can be effective in solving the stope boundary determination problem.

This paper proposed a novel approach for solving the stope boundary determination problem using the Discrete Imperialist Competitive Algorithm (DICA) to find an optimal solution in the presence of geometric constraints and economic parameters. The proposed method effectively identified the optimal solution and provided it within a reasonable computational time.

## References

1. D. S. S. Sandanayake, E. Topal, and M. W. A. Asad, 2015, "*Designing an optimal stope layout for underground mining based on a heuristic algorithm*," International Journal of Mining Science and Technology, vol. 25, no. 5, pp. 767-772
2. S. Jalali and M. Ataee-Pour, 2004, "*A 2D dynamic programming algorithm to optimize stope boundaries*," in Proceedings of the 13th Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, Rotterdam, Balkema, pp. 45-52.
3. N. Grieco and R. Dimitrakopoulos, 2007, "*Managing grade risk in stope design optimisation: probabilistic mathematical programming model and application in sublevel stoping*," Mining technology, vol. 116, no. 2, pp. 49-57.
4. S. Foroughi, J. K. Hamidi, M. Monjezi, and M. Nehring, 2019, "*The integrated optimization of underground stope layout designing and production scheduling incorporating a non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II)*," Resources Policy, vol. 63, p. 101408.
5. D. Oliva, E. H. Houssein, and S. Hinojosa, 2021, *Metaheuristics in machine learning: theory and applications*. Springer, Book.
6. S. Javadzadeh, M. Ataee-pour, and V. Hosseinpour, 2019, "Modeling optimum mining limits with imperialist competitive algorithm," in Proceedings of the 27th international symposium on mine planning and equipment selection-MPES 2018, pp. 197-211: Springer.
7. E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas, 2007, "*Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition*," in 2007 IEEE congress on evolutionary computation, pp. 4661-4667: Ieee.
8. R. Enayatifar, A. H. Abdullah, and M. Lee, 2013, "*A weighted discrete imperialist competitive algorithm (WDICA) combined with chaotic map for image encryption*," Optics and Lasers in Engineering, vol. 51, no. 9, pp. 1066-1077.



مقاله پژوهشی

تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی  
با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری گسسته

امیرارسلان حمصیان اتفاق<sup>۱</sup>، جعفر خادمی حمیدی<sup>۲\*</sup>، امین موسوی<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری، بخش مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، amirarsalan.hemasian@modares.ac.ir

۲. دانشیار، بخش مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، jafarkhademi@modares.ac.ir

۳. استادیار، بخش مهندسی معدن، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، a\_mousavi@modares.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۰۵ - پذیرش: ۱۴۰۳/۰۲/۲۵

چکیده

تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی، مرحله‌ای کلیدی در طراحی معادن زیرزمینی است که به طور مستقیم بر طرح‌های تولید عملیاتی تاثیر می‌گذارد. توسعه الگوریتم‌های کارآمد و دقیق برای بهینه‌سازی مساله تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی (USBO)، چالش برانگیز است. در این مطالعه، الگوریتم فراابتکاری رقابت استعماری گسسته (DICA) برای تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج معدن زیرزمینی پیشنهاد شده است. الگوریتم DICA همانند نسخه استاندارد الگوریتم و با اعمال تغییراتی در روند اجرایی آن، از یک رویکرد مبتنی بر شبیه‌سازی در جهت تولید راه‌حل‌های اولیه در فضای جستجو اقدام می‌کند و سپس با ارزیابی هر یک از پاسخ‌ها، بهترین راه‌حل را انتخاب می‌کند. با تغییر عملگرها و بخش‌های وابسته به الگوریتم شامل ایجاد جمعیت اولیه، عملگرهای جذب و انقلاب، الگوریتم پیشنهادی توسعه و بر روی یک مدل بلوکی متشکل از ۱۵/۹۴۵ بلوک (ابعاد هر بلوک ۵×۵×۵ متر) از یک مطالعه موردی کانسار مس در مقیاس کوچک اجرا شد. نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی DICA نشان داد که این الگوریتم می‌تواند محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی را در زمان قابل قبولی تعیین کند. همچنین این الگوریتم توانست محدوده نهایی تعیین شده را با ارزش اقتصادی بالاتری نسبت به الگوریتم‌های کارگاه شناور و با ارزش‌ترین همسایگی ارائه دهد.

کلمات کلیدی

بهینه‌سازی کارگاه استخراج، محدوده نهایی بهینه، الگوریتم بهینه‌سازی، الگوریتم فراابتکاری.

## ۱- مقدمه

اصلاحات بر روی الگوریتم لرج و گراسمن<sup>۵</sup> برای تعیین محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی در سال ۱۹۷۷ توسعه داده شد [۱]. الگوریتم ریدل فقط برای مدل‌های دوبعدی کاربرد دارد و برای مسایل سه‌بعدی باید به صورت مقطعی اجرا شود. اگرچه در مسایل سه‌بعدی مقاطع بهینه‌سازی شده‌اند اما ممکن است در هنگام کنار هم قرار گرفتن آن‌ها، از محدودیت‌های کارگاه عبور کند. الگوریتم برنامه‌ریزی پویا اساساً یک راه حل ریاضی دقیق برای مساله ارایه می‌دهد. با این حال، در مواجهه با مسایلی که شامل نواحی کم‌عیارند، الگوریتم بیشتر به سمت ابتکاری شدن میل می‌کند و در نتیجه، تردید در مورد بهینه بودن، افزایش می‌یابد. روش زمین‌آمار پایین دستی<sup>۶</sup> توسط دریزمه<sup>۷</sup> و همکارانش در سال ۱۹۸۴ به عنوان روشی برای مطالعه تاثیر محدودیت‌های استخراجی بر میزان بازیابی و کیفیت کانسنگ توسعه داده شد [۲]. این روش از جبر تصویر برای تعیین محدوده کارگاه استفاده می‌کند و قادر به تولید جواب بهینه واقعی در دو بعد است. مهم‌ترین عیب الگوریتم، پیچیدگی آن است. این الگوریتم با اتکا به مبانی ریاضی، قادر به تولید جواب بهینه واقعی (حداقل در دو بعد) و تعمیم به سایر روش‌ها است. با این وجود، همانطور که توسط ارایه‌دهنده الگوریتم بیان شده، تصاویر بهینه‌سازی شده اقتصادی، لزوماً محدودیت‌های هندسی را در نظر نمی‌گیرند. اعمال اصلاحات بیشتر بر تصاویر برای لحاظ کردن محدودیت‌ها، نتایج را از حالت بهینه خارج می‌کند. مدل شاخه و حد اوانیک و یانگ<sup>۸</sup>، یک مدل بهینه‌سازی برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی است که در سال ۱۹۹۵ برای مدل‌های اقتصادی دوبعدی توسعه داده شد [۳]. این مدل ریاضی، مرزهای محدوده استخراج را با جستجوی نقاط ابتدایی و انتهایی هر ردیف از بلوک‌های مورد نظر تعیین می‌کند. برای تسهیل ادغام، محدودیت‌هایی مانند طول کارگاه و تداوم کارگاه‌ها با استفاده از مجموعه‌های مرتب ویژه نوع ۲<sup>۹</sup> تعیین می‌شوند. این مجموعه‌ها، مجموعه‌های مرتب از اعدادند که حداکثر دوتای آن‌ها می‌توانند غیر صفر باشند. در این مدل ارایه شده، شکل و اندازه بلوک‌ها بر بهینه‌سازی تاثیر نمی‌گذارد و صرفاً برای مدل‌های دوبعدی کاربرد دارد و برخی از محدودیت‌ها، مانند شیب دیواره‌ها را در نظر نمی‌گیرد. علاوه بر

با افزایش عمق کانسارها، بهینه‌سازی در طراحی و برنامه‌ریزی استخراج معادن زیرزمینی افزایش یافته است، اگرچه هنوز هم بیشتر طراحی‌ها در معادن زیرزمینی بر پایه روش‌های تجربی استوار است که زمان‌بر و غیربهینه است. روش‌های بهینه‌سازی در معادن روباز از دهه ۱۹۶۰ استفاده شده‌اند و تغییرات اساسی در طراحی و برنامه‌ریزی این معادن ایجاد کرده‌اند.

جانمایی کارگاه‌های استخراج، از مراحل ابتدایی طراحی معادن زیرزمینی به شمار می‌رود که با سایر مراحل طراحی و برنامه‌ریزی معدن در ارتباط است و سهم زیادی در سودآوری پروژه دارد. بنابراین ارایه طرحی بهینه یا نزدیک به بهینه و در عین حال عملیاتی برای محدوده کارگاه استخراج معادن زیرزمینی، یک امر ضروری است.

هدف از طراحی محدوده نهایی استخراج یک معدن زیرزمینی، شناسایی و انتخاب بهترین ترکیب از بلوک‌های یک مدل بلوکی زمین‌شناسی یا اقتصادی از ذخیره است به نحوی که ضوابط و معیارهای فنی حاکم بر مساله مانند محدودیت‌های هندسی مرتبط با روش استخراج به گونه‌ای تعیین شود که سود حاصل حداکثر باشد.

استفاده از روش‌های ابتکاری و فرا ابتکاری در توسعه یک الگوریتم برای حل مساله تعیین محدوده نهایی و جانمایی بهینه کارگاه استخراج معادن زیرزمینی<sup>۱</sup>، امکان دستیابی به جوابی بهینه در زمانی قابل قبول را فراهم می‌کند. به طور کلی، الگوریتم‌های بهینه‌سازی تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج را می‌توان از نظر منطبق مورد استفاده، به دو دسته با منطق ریاضی<sup>۲</sup> و با منطق ابتکاری<sup>۳</sup> تقسیم کرد. الگوریتم‌های ریاضی محور همواره قادر به یافتن محدوده بهینه واقعی‌اند، در حالی که الگوریتم‌های ابتکاری از عمومیت بیشتری برخوردارند و محدودیت‌های فنی بیشتری را در نظر می‌گیرند. در ادامه، الگوریتم‌های مختلف بهینه‌سازی محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی بطور خلاصه معرفی می‌شوند.

الگوریتم برنامه‌ریزی پویا از سوی ریدل<sup>۴</sup> با انجام یک سری

5-Lerchs and Grossman

6-Downstream geostatistical approach

7-Deraisme

8-Ovanic and Young

9-Special Ordered Sets of Type 2 (SOS2)

1-Ultimate Stope Boundary Optimization (USBO)

2-Rigorous algorithms

3-Heuristic algorithms

4-Riddle

افقی برای لحاظ کردن محدودیت عرض کارگاه استفاده می‌کند [۶]. کاربرد این الگوریتم فقط برای یک دوپل است که صرفاً از روش استخراج از طبقات فرعی استفاده شده باشد. الگوریتم ترکیبی نیک‌بین و همکاران، یک الگوریتم با منطق ریاضی است که در سال ۲۰۱۹ برای بهینه‌سازی محدوده استخراج کارگاه‌های زیرزمینی در تمامی روش‌ها و به صورت سه‌بعدی ارائه شد. این الگوریتم، از ترکیب دو الگوریتم برنامه‌ریزی پویا و الگوریتم حریم‌بندی<sup>۶</sup> تشکیل شده است [۷]. از مزایای این الگوریتم این است که می‌تواند با برخورداری از پشتوانه ریاضی، در سه بعد کارگاه‌های استخراج را برای تمام روش‌های استخراج زیرزمینی بدست آورد. مدل بدست آمده از این الگوریتم بسیار پیچیده و حل آن دشوار است. فروغی و همکاران در سال ۲۰۱۹ یک الگوریتم برنامه‌ریزی عدد صحیح را برای بهینه‌سازی همزمان محدوده کارگاه استخراج و برنامه‌ریزی تولید در معادن زیرزمینی با روش استخراج از طبقات فرعی ارائه دادند. این الگوریتم از چهار راهبرد پیش‌پردازش داده‌ها، استفاده از محدودیت‌های موجز و مختصر، استفاده از متغیرهای تصمیم موثر و تئوری توالی موثر برای کاهش زمان حل استفاده می‌کند. همچنین، از الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی غیرمغلوب<sup>۷</sup> برای بهینه‌سازی و کاهش زمان حل استفاده شده است [۸]. الگوریتم ارائه شده برای روش استخراج از طبقات فرعی استفاده می‌شود اما با توجه به بهینه‌سازی همزمان طراحی کارگاه استخراج و برنامه‌ریزی تولید، این الگوریتم قادر است زمان حل مساله را به صورت چشمگیری کاهش دهد. الگوریتم ساری<sup>۸</sup> و همکاران، یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا است که در سال ۲۰۲۰ برای بهینه‌سازی محدوده کارگاه استخراج در روش استخراج از طبقات فرعی ارائه شد [۹]. مزیت این الگوریتم، کاهش زمان حل مساله به کمک انتقال بار محاسباتی و تجدید محاسبه در حافظه کامپیوتر است. همچنین الگوریتم به گونه‌ای کار می‌کند که برای حل مسایل بزرگتر، علاوه بر کاهش زمان حل، کاربرد حافظه را نیز محدود می‌کند.

در الگوریتم‌های دسته دوم با منطق ابتکاری، الگوریتم تقسیم هشتگانه، یک روش بهینه‌سازی محدوده نهایی استخراج است که توسط چیمانوف<sup>۹</sup> و همکاران برای توسعه منابع زمین‌شناسی به ذخایر استخراجی ارائه شده است. این الگوریتم

این با افزایش ابعاد مساله، زمان حل آن به روش برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. الگوریتم آلیپس<sup>۱</sup>، یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا است که توسط جلالی و همکاران در سال ۲۰۰۴ برای بهینه‌سازی محدوده نهایی کارگاه استخراج در کانسارهای لایه‌ای ارائه شد. این الگوریتم، بر روی نوع ویژه‌ای از مدل اقتصادی کارگاه استخراج به نام مدل کارگاه محتمل یکپارچه تعریف می‌شود. این مدل روشی نوین برای طراحی معادن زیرزمینی است که با حذف برخی از محدودیت‌های فنی و هندسی روش‌های استخراج از مجموعه قیود الگوریتم، کارایی آن را افزایش می‌دهد. محدودیت‌های حذف شده به مدل اقتصادی محدوده استخراج منتقل می‌شوند تا به طور دقیق‌تر در نظر گرفته شوند. بنابراین، الگوریتم آلیپس قادر به پیدا کردن محدوده بهینه واقعی است [۴]. الگوریتم احتمالاتی گریکو و دیمیتروپولوس<sup>۲</sup>، یک الگوریتم برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط است که برای تعیین محدوده کارگاه استخراج تحت عدم قطعیت عیاری در سال ۲۰۰۷ توسعه داده شد. این الگوریتم، توده کانسنگ را به لایه‌ها، پهنه‌ها و حلقه‌ها تقسیم می‌کند و هر حلقه را به عنوان یک متغیر صفر و یک<sup>۳</sup> در مدل تعریف می‌کند. تابع هدف مدل، به حداکثر رساندن محتوای فلز در یک مدت زمان مشخص است [۵]. این الگوریتم، عدم قطعیت زمین‌شناسی را به هنگام طراحی کارگاه‌ها در نظر می‌گیرد و اجازه حالت‌های مختلف جانمایی کارگاه را نمی‌دهد و فقط محدوده بهینه را بر اساس حلقه‌ها و موقعیت و اندازه کارگاه‌ها تعیین می‌کند. یکی دیگر از نقدهایی که به این روش می‌توان وارد کرد این است که تعیین جانمایی محدوده‌ها، قبل از جستجوی کارگاه‌هایی با بیشترین سود در آن محدوده‌ها است که این امر مانع از یافتن محل بهینه کارگاه‌ها می‌شود. بای<sup>۴</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۳، یک الگوریتم مبتنی بر نظریه گراف و الگوریتم جریان شبکه<sup>۵</sup> را برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری زیرزمینی در روش استخراج از طبقات فرعی ارائه کردند. این الگوریتم با استفاده از یک سیستم مختصات استوانه‌ای، اولویت بلوک‌های معدنی را با در نظر گرفتن قرارگیری آن‌ها در کمربایین و کمربالای کانسار ایجاد می‌کند. گراف مورد نظر از کمان‌های عمودی برای محدودیت کمربایین و کمربالا و کمان

1-Optimum Limit Integrated Probable Stope (OLIPS)

2-Grieco and Dimitrakopoulos

3-Binary variable

4-Bai

5-Network Flow method

6-Greedy algorithm

7-Non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II)

8-Sari

9-Cheimanof

دادند که با تولید کارگاه‌های محتمل و مجموعه‌های کارگاه‌های غیرهمپوشان، محدوده بهینه را تعیین می‌کند [۱۵]. با این حال، این الگوریتم محدودیت‌هایی مانند وابستگی به اندازه و ترکیب کارگاه‌ها، تولید کارگاه‌های غیرهمپوشان با اندازه از پیش تعریف شده و نادیده گرفتن تغییرات شکل کارگاه استخراج دارد. نیک‌بین و همکاران (۲۰۲۰) یک الگوریتم ابتکاری در ادامه مطالعات قبلی خود برای رفع پیچیدگی مدل توسعه دادند [۱۶]. در این مدل، مجموعه‌ای از کارگاه‌های مستطیلی تعیین می‌شود اما کنترل کمی بر هندسه نهایی ارایه می‌دهد. این الگوریتم در یک مطالعه موردی بر روی ذخایر معدنی سرب، روی و نقره از الگوریتم‌های MVN و شناور بهتر عمل کرد. همچنین در الگوریتم دیگری از نیک‌بین و همکاران (۲۰۲۲) یک راه حل بهینه با زمان محاسبه قابل قبول ارایه شد. این روش یک الگوریتم حریصانه را با یک روش جستجوی الگو و یک مدل برنامه‌ریزی خطی ترکیب می‌کند [۱۷]. اسماعیلی و همکاران در سال ۲۰۲۳ الگوریتم ترکیبی جریان شبکه و ازدحام ذرات را برای بهینه‌سازی محدوده استخراج کارگاه‌های زیرزمینی ارایه دادند. این الگوریتم با در نظر گرفتن شرایط ژئومکانیکی سنگ و محدودیت‌های موجود در روش استخراج از طبقات فرعی، قادر است محدوده استخراجی را به صورت سه‌بعدی بهینه‌سازی کند. برای تحلیل پایداری و یافتن حداکثر عرض هر کارگاه از سیستم طبقه‌بندی توده سنگ اصلاح شده<sup>۷</sup> استفاده شده است [۱۸]. با این حال، این الگوریتم موقعیت بازکننده‌ها را برای بهینه‌سازی محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی در نظر نمی‌گیرد.

بررسی مطالعات انجام شده نشان می‌دهد که مدل بلوکی، ابزاری مفید برای طراحی کارگاه‌های استخراج زیرزمینی و بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید است. با این حال، ارایه یک الگوریتم کامل برای تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج بهینه دشوار است زیرا چنین الگوریتمی باید تمامی محدودیت‌های موجود میان محدودیت ژئومکانیکی و روش استخراج زیرزمینی را برطرف کند. مزیت الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری هوشمند با در نظر گرفتن همزمان تمامی پارامترهای دخیل در مساله، به دلیل کیفیت راه حل، قابلیت تعمیم و قدرت جستجو در طراحی و برنامه ریزی تولید در معادن کمک می‌کنند [۱۹]. این الگوریتم‌ها، نتایجی بسیار

با استفاده از داده‌های گمانه‌ای، مدل هندسی و دو افزونه پردازشگر جسم و تولید شکل، بلوک‌های اقتصادی مناسب برای استخراج را شناسایی و حجم قابل استخراج را تعیین می‌کند [۱۰]. ایراد این الگوریتم عدم لحاظ زیرحجم‌ها به صورت مشترک است. این امر منجر به افزایش باطله در محدوده نهایی می‌شود. آلفورد<sup>۱</sup> در سال ۱۹۹۵ الگوریتم کارگاه شناور<sup>۲</sup> را برای تعیین محدوده بهینه زیرزمینی در سه بعد ارایه داد. این الگوریتم با استفاده از یک بلوک مستطیل شکل و دو محدوده خارجی و داخلی، محدوده کارگاه بهینه را تعیین می‌کند. مهم‌ترین ایراد این روش، اثر همپوشانی است و مزیت‌های مهم آن، ساده بودن، عمومیت و دسترسی تجاری آن است [۱۱]. عطایی‌پور در سال ۲۰۰۴ الگوریتم باارزش‌ترین همسایگی<sup>۳</sup> را ارایه داد. این الگوریتم، بهترین ترکیب بلوک‌ها را به همراه ارزیابی همسایگی‌های ممکن در اطراف هر بلوک، نشان می‌دهد [۱۲]. مزایای مهم این الگوریتم، فهم آسان و امکان تحلیل سه‌بعدی جواب بهینه است. نقاط ضعف آن، تغییر محدوده کارگاه در اثر تغییر محل شروع ارزیابی و اولویت در انتخاب بلوک‌هایی است که زودتر بررسی می‌شوند. جلالی و حسینی در سال ۲۰۰۹ الگوریتم حریصانه‌ای را برای بهینه‌سازی محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی ارایه دادند. این الگوریتم، ابتدا محدوده را به یک گراف تبدیل می‌کند و سپس از روش دیکسترا<sup>۴</sup> برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر از یک راس به سایر رئوس استفاده می‌کند [۱۳]. توپال و سنس در سال ۲۰۱۰ یک الگوریتم ابتکاری برای تعیین محدوده بهینه استخراج زیرزمینی ارایه دادند. این الگوریتم، ابتدا مدل بلوکی را به مدل بلوکی با ابعاد یکسان تبدیل می‌کند. سپس، محدوده کارگاه با بیشترین ارزش اقتصادی انتخاب می‌شود و همه سلول‌های مشترک کارگاه‌ها حذف می‌شوند. در نهایت، محدوده بهینه نهایی با استفاده از نرم‌افزار متلب<sup>۵</sup> تصویرسازی می‌شود [۱۴]. مزیت این روش، جانمایی کارگاه‌ها با ابعاد متفاوت و استراتژی‌های مختلف است و نقطه ضعف این روش، حذف تعدادی از کارگاه‌های با ارزش اقتصادی پایین به هنگام بررسی همپوشانی کارگاه‌ها است. ساندانایکه<sup>۶</sup> و همکاران در سال ۲۰۱۶ الگوریتم ابتکاری برای تعیین محدوده بهینه استخراج زیرزمینی ارایه

1-Alford

2-Floating Stope

3-Maximum Value Neighborhood (MVN)

4-Dijkstra

5-Matlab

6-Sandanayke

7-Mining Rock Mass Rating (MRMR)

نزدیک به نقطه بهینه واقعی ارائه می‌دهند.

الگوریتم رقابت استعماری<sup>۱</sup> یکی از روش‌های بهینه‌سازی هوشمند است. این الگوریتم فراابتکاری در سال‌های اخیر کاربردهای موثری در حوزه معدنکاری داشته است. به‌عنوان مثال جوادزاده و همکاران با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری، مدل دوعدی برای تعیین محدوده بهینه استخراج یک معدن روباز توسعه دادند [۲۰].

در این مقاله، از الگوریتم رقابت استعماری برای مدل‌سازی بهینه محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی در یک کانسار مس استفاده شده است. هدف این تحقیق دستیابی به بالاترین ارزش اقتصادی محدوده نهایی کارگاه استخراج در زمان قابل قبول است.

## ۲- مواد و روش‌ها

برای درک نحوه اجرای الگوریتم رقابت استعماری با مساله USBO، لازم است که ابتدا این الگوریتم به طور مختصر شرح داده شود.

### ۲-۱- الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم ICA یک روش بهینه‌سازی فراابتکاری است که با استفاده از مدل‌سازی ریاضی فرآیند تکامل اجتماعی-سیاسی، جواب‌های مساله بهینه‌سازی را در قالب کشورها فرض کرده و سعی می‌کند در طی فرآیندی تکرارپذیر، این جواب‌ها را بهبود دهد و در نهایت به پاسخ بهینه مساله برساند. پایه‌های اصلی این الگوریتم را عملگر جذب<sup>۲</sup>، رقابت استعماری<sup>۳</sup> و انقلاب<sup>۴</sup> تشکیل می‌دهد [۲۱].

الگوریتم رقابت استعماری نیازمند تعریف مراحل مختلفی است تا طی تکرار این مراحل، موفق به بهینه‌سازی مساله مورد نظر شود. در ابتدا، تعدادی کشور اولیه تولید می‌شود که از میان آن‌ها، بهترین‌ها به عنوان استعمارگر انتخاب می‌شوند. باقی‌مانده کشورها به عنوان مستعمره‌ها تقسیم می‌شوند که هر کدام به یک امپراطوری تعلق دارند. هر استعمارگر، تعداد مستعمره‌هایی متناسب با قدرت خود دریافت می‌کند. در مرحله بعدی، استعمارگر با اعمال عملگر جذب، کشور مستعمره را به سمت خود می‌کشد. در این عملگر، کشور مستعمره به اندازه تصادفی  $x$  واحد در جهت خط واصل مستعمره به استعمارگر حرکت می‌کند. تکرار مکرر عملگر جذب ممکن است منجر به

بروز جواب بهینه محلی شود که در آن یک کشور استعمارگر تمامی مستعمره‌ها را جذب می‌کند. برای جلوگیری از این امر، الگوریتم ICA فرآیند انقلاب را پیشنهاد می‌کند. در این فرآیند، یک کشور مستعمره به طور تصادفی به موقعیت جدیدی منتقل می‌شود که ممکن است این موقعیت یک محدوده بهینگی بهتری باشد. در حین حرکت مستعمره‌ها به سمت کشور استعمارگر، ممکن است بعضی از آن‌ها به موقعیتی برسند که از موقعیت کشور استعمارگر بهتر باشد. در این حالت، کشور استعمارگر جدید، کشور مستعمره سابق می‌شود و الگوریتم با کشور استعمارگر جدید ادامه می‌یابد.

قدرت یک امپراطوری حاصل از مجموع قدرت کشور استعمارگر و درصدی از قدرت کل مستعمره‌ها آن امپراطوری تعریف می‌شود. هر امپراطوری که نتواند بر قدرت خود بیفزاید، در جریان رقابت‌های استعماری حذف خواهد شد. در هر تکرار اجرای الگوریتم، ضعیف‌ترین مستعمره از ضعیف‌ترین استعمارگر انتخاب شده و بین باقی استعمارگرها به رقابت گذاشته می‌شود. در این الگوریتم، یک امپراطوری زمانی حذف شده تلقی می‌شود که مستعمره‌های خود را از دست داده باشد. در این مرحله آن کشور استعمارگر خود تبدیل به مستعمره دیگر استعمارگرها می‌شود.

هدف نهایی الگوریتم ICA، حرکت تمامی کشورهای اولیه ساخته شده به سمت نقطه بهینه است. این حرکت تا جایی ادامه می‌یابد که تنها یک استعمارگر باقی بماند یا در حقیقت تمامی کشورها بر نقطه بهینه منطبق شوند. در شکل ۱، روندنمای کلی الگوریتم رقابت استعماری مشخص شده است.

### ۲-۲- الگوریتم رقابت استعماری گسسته

با توجه به شرایط اولیه اجرای الگوریتم رقابت استعماری استاندارد برای حل مسایل پیوسته اما می‌توان با اعمال تغییراتی در روند اجرایی آن، این الگوریتم را به عنوان یکی از گزینه‌های اصلی در حل مسایل بهینه‌سازی گسسته معرفی کرد. عنایتی‌فر و همکاران روشی برای اصلاح الگوریتم رقابت استعماری استاندارد ارائه کردند که در آن تمام مراحل اجرایی الگوریتم رقابت استعماری گسسته<sup>۵</sup> همانند الگوریتم رقابت استعماری استاندارد اجرا می‌شود اما بخش‌هایی که باید تغییر داده شوند، عملگرها و بخش‌های وابسته به مساله‌اند. این بخش‌ها عبارت از ایجاد جمعیت اولیه، عملگر جذب و عملگر انقلاب است [۲۲].

1-Imperialist Competitive Algorithm (ICA)

2-Assimilation

3-Imperialistic competition

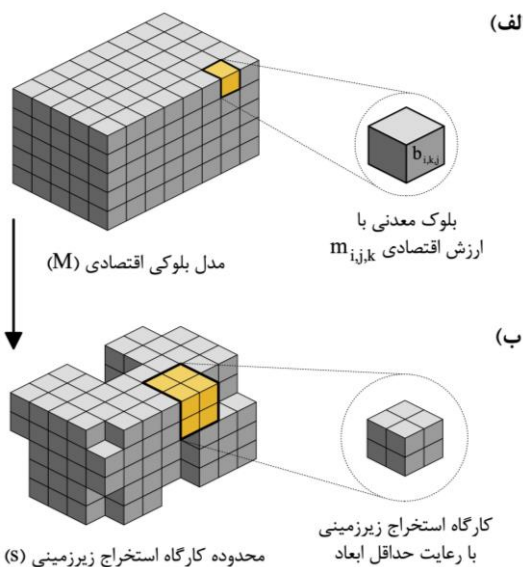
4-Revolution

5-Discrete Imperialist Competitive Algorithm (DICA)

جدیدی از حوزه مجاز آن متغیر اختصاص داده می‌شود. مقدار جدید متغیر مستعمره در عملگر انقلاب، بدون در نظر گرفتن مقدار متغیر مشابه آن در استعمارگر، لحاظ می‌شود.

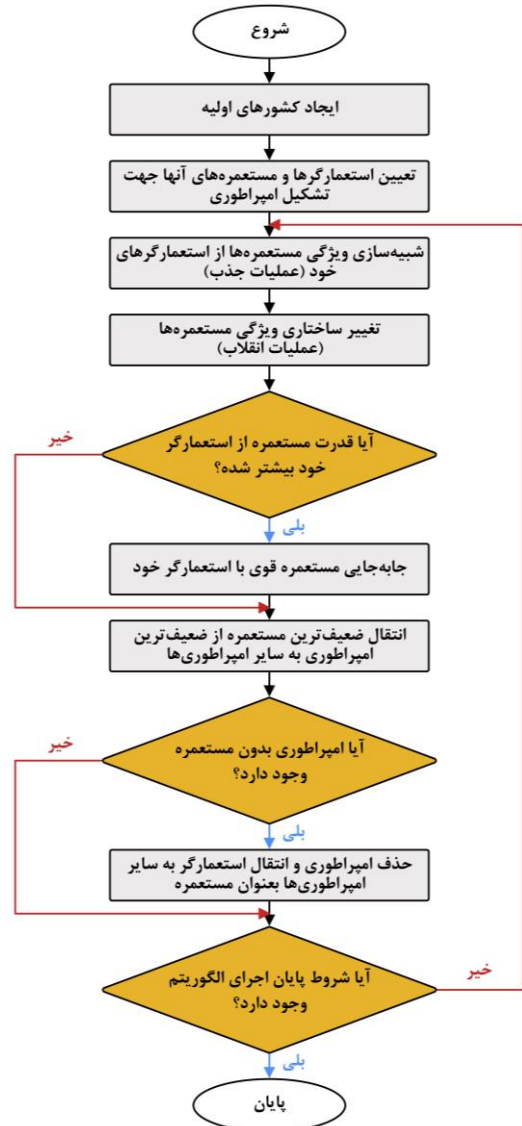
## ۲-۳- بهینه‌سازی محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی

هدف از بهینه‌سازی در مسایل USBO، حداکثر کردن ارزش اقتصادی محدوده تعیین شده با توجه به محدودیت‌های فنی و عملیاتی است. حداقل ابعاد قابل قبول کارگاه استخراج، نقش مهمی در این بهینه‌سازی دارد [۲۳]. مطابق با شکل ۲، یک مدل بلوکی اقتصادی است که از چندین بلوک  $b_{ijk}$  با ارزش اقتصادی هر بلوک  $m_{ijk}$  تشکیل شده است. هر کارگاه استخراج زیرزمینی، شامل چندین بلوک  $b_{ijk}$  است که می‌تواند در جهات مختلف فضای عملیاتی و با تعداد بلوک‌های متفاوت (با رعایت کردن حداقل ابعاد کارگاه) تشکیل شود. هر مجموعه‌ای از قرارگیری کارگاه‌های استخراج تشکیل شده مجاز، یک محدوده‌ای را ایجاد می‌کند که با  $s$  مشخص شده است.  $s$  زیرمجموعه‌ای از تمام محدوده‌های استخراج قابل قبول که می‌توان تعیین کرد ( $S$ ) است که ارزش هر محدوده برابر با مجموع ارزش بلوک‌های داخل مجموعه است.



شکل ۲- مساله بهینه‌سازی محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی الف) مدل بلوکی اقتصادی و ساختار آن ( $M$ )، ب) محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی و ساختار آن ( $S$ )

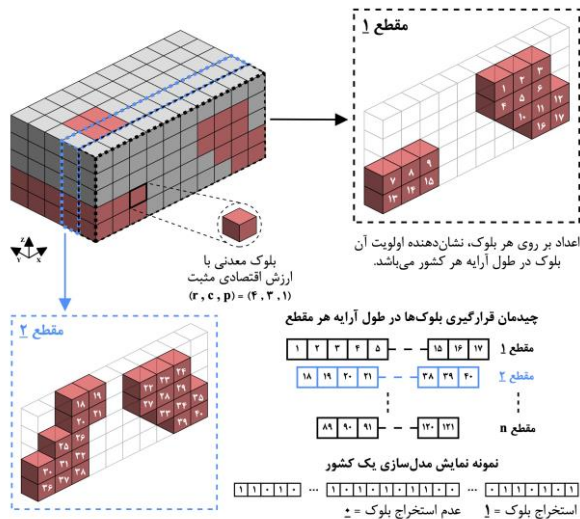
بنابراین طبق رابطه ۱، هدف انتخاب و رسیدن به محدوده‌ای است که ارزش اقتصادی آن از تمام محدوده‌های قابل قبول ایجاد شده، بیشتر باشد.



شکل ۱- روندنمای الگوریتم رقابت استعماری [۲۱]

تابع ایجاد جمعیت اولیه باید تغییرات جزئی داشته باشد. نوع تغییرات این تابع، بستگی به نوع طبقه‌بندی مسایل گسسته (مسایل گسسته با ماهیت پیوسته، مسایل گسسته جایگشتی و مسایل گسسته دودویی) دارد. بنابراین تابع ایجاد جمعیت اولیه، باید به گونه‌ای تغییر کند که کشورهای اولیه ایجاد شده، مطابق جواب مطلوب از مساله گسسته باشد. به منظور اجرای عملگر جذب برای حرکت مستعمره به سمت استعمارگر، از روش‌های پیوسته نمی‌توان استفاده کرد. در این صورت تعداد متغیرهای مستعمره (که با انتخاب تصادفی مشخص می‌شود) باید به گونه‌ای تغییر پیدا کنند که این متغیرها به متغیرهای استعمارگر خود نزدیک‌تر شوند. در عملگر انقلاب الگوریتم DICA، یک کشور به طور تصادفی انتخاب می‌شود. سپس یک یا چند متغیر آن کشور به صورت تصادفی مشخص و مقدار

و چپ‌ترین ستون در همان سطر و در مقطع پیشین مدل بلوکی قرار دارد، بیانگر اولین سلول (از سمت چپ) آرایه هر کشور است که می‌تواند مقدار صفر (عدم استخراج) یا ۱ (استخراج بلوک) را در آرایه به خود اختصاص دهد. شکل ۳، موقعیت و نحوه چیدمان قرارگیری بلوک‌ها در طول آرایه هر کشور را نشان می‌دهد. اعداد نمایش داده شده در هر بلوک قرمز رنگ، شماره اولویت آن بلوک در آرایه را نمایش می‌دهد.



شکل ۳- نحوه مدل‌سازی کشورها برای مساله USBO

### ۲-۴-۲- جمعیت اولیه

تعداد جمعیت اولیه در الگوریتم DICA پیشنهادی، بر روی دقت و زمان الگوریتم تاثیر می‌گذارد. جمعیت اولیه بسیار بزرگ یا کوچک می‌تواند دقت الگوریتم را کاهش دهد. تعداد جمعیت اولیه به تجربه کاربر بستگی دارد و با اجرای متوالی الگوریتم می‌توان مقدار بهینه آن را تعیین کرد. برای تولید کشورهای اولیه تصادفی، طول آرایه با توجه به تعداد بلوک‌های مثبت در مدل بلوکی مشخص می‌شود. سپس هر عضو آرایه به صورت تصادفی یکی از مقادیر صفر یا ۱ را به خود اختصاص می‌دهد تا در نهایت یک کشور تصادفی (با رعایت محدودیت حداقل ابعاد کارگاه) ایجاد شود. این عمل باید برای تعداد کشورهای اولیه مورد نظر تکرار شود.

### ۲-۴-۳- انتخاب استعمارگر، تخصیص مستعمره‌ها و

#### ایجاد امپراطوری‌ها

پس از تولید تصادفی کشورهای اولیه، تعدادی از آن‌ها به عنوان استعمارگر و مابقی به عنوان مستعمره انتخاب می‌شوند. نسبت استعمارگرها به مستعمره‌ها مطابق با نظر جوآزاده و

$$Max\{value(s): s \in S\} | value(s) = \sum_{i,k,j} m_{ijk} \quad (1)$$

که در آن:

S: محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی

S: مجموعه تمام محدوده‌های استخراج قابل قبول

$m_{ijk}$ : ارزش اقتصادی بلوک  $b_{ijk}$

$b_{ijk}$ : موقعیت قرارگیری بلوک در فضای سه‌بعدی

### ۲-۴- ساختار الگوریتم DICA پیشنهادی

این الگوریتم برای تعیین محدوده نهایی و بهینه کارگاه استخراج زیرزمینی باید به گونه‌ای توسعه داده شود که متغیرها و پارامترهای مربوطه را به طور کامل تعریف و پاسخ‌های مساله را تا حد ممکن به پاسخ‌های واقعی نزدیک کند. اگر کانسار به صورت یک مدل بلوکی سه‌بعدی تعریف شود، در هر مقطع مدل بلوکی، تعدادی بلوک با میزان ارزش اقتصادی مثبت و منفی وجود دارد. با این فرض که فواصل بین مقاطع به اندازه ضخامت یک بلوک باشد و همچنین حداقل ابعاد کارگاه مشخص شده باشد، می‌توان بیان کرد که محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی، حاصل مجموعه بلوک‌هایی است که در تمامی مقاطع و با رعایت حداقل ابعاد کارگاه باید استخراج شوند و ارزش اقتصادی هر محدوده برابر با ارزش اقتصادی مجموعه بلوک‌های داخل محدوده است.

### ۲-۴-۱- مدل‌سازی کشورها

مدل‌سازی کشورها در مساله USBO با توجه به موقعیت بلوک‌های دارای ارزش اقتصادی مثبت انجام می‌شود. هر کشور یک آرایه دودویی است که نشان‌دهنده استخراج یا عدم استخراج بلوک است. طول آرایه تمامی کشورها برابر با تعداد بلوک‌های با ارزش اقتصادی مثبت است. بنابراین آرایه هر کشور از یک سطر و n ستون (به تعداد بلوک‌های مثبت) از چپ به راست تشکیل شده است. ترتیب و توالی قرارگیری بلوک‌های مثبت در آرایه هر کشور به موقعیت آن بلوک در مدل بلوکی اقتصادی بستگی دارد. هر بلوک مثبت در یک سطر (c)، یک ستون (r) و یک مقطع (p) از مدل بلوکی اقتصادی قرار دارد. اولویت قرارگیری بلوک‌های مثبت در آرایه هر کشور ابتدا به صورت سطری (از بالا به پایین) و سپس در هر سطر، به صورت ستونی (از چپ به راست) و در نهایت از مقطع اول (پیشین) تا مقطع انتهایی است. بنابراین بلوک مثبتی که در بالاترین سطر

اگر مستعمره‌ای دارای قدرت بیشتری نسبت به استعمارگر خود باشد، جای آن‌ها با هم عوض می‌شود.

#### ۲-۴-۵- عملگر انقلاب

برای جلوگیری از پیدایش جواب‌های بهینه محلی، الگوریتم رقابت استعماری فرآیندی تحت عنوان انقلاب را اجرا می‌کند. در این فرآیند با تولید یک عدد تصادفی با عنوان ضریب  $\alpha$  (آلفا) در بازه  $[0-1]$  برای هر مستعمره، احتمال وقوع انقلاب در آن مستعمره محاسبه می‌شود. اگر احتمال وقوع انقلاب بیشتر از یک مقدار مشخص (معمولاً ۳۰ درصد) باشد، انقلاب در آن مستعمره رخ می‌دهد. برای شبیه‌سازی فرآیند انقلاب در مساله گسسته تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی، به صورت تصادفی تعدادی از اعضای آرایه مستعمره تغییر می‌کند. تعداد اعضای قابل تغییر با استفاده از ضریب  $\gamma$  (گاما) که یک عدد تصادفی در بازه  $[0-1]$  است، تعیین می‌شود. تعداد اعضای که با عملگر انقلاب تغییر می‌کنند، از رابطه ۴ بدست می‌آید:

$$j = \text{int}(\gamma \times i) + 1 \quad (4)$$

با توجه به اینکه تعداد  $j$  عضو از مستعمره به صورت تصادفی از بین  $i$  عضو انتخاب می‌شود، بنابراین تصادفی بودن تعداد اعضای مستعمره برای فرآیند انقلاب، از دیدگاه الگوریتم رقابت استعماری نیز برآورده می‌شود. حال یک مستعمره جدید ایجاد شده است که دارای ارزش متفاوتی با مستعمره قبلی است.

#### ۲-۴-۶- رقابت استعماری

قدرت یک امپراطوری بر اساس رابطه ۵ بدست می‌آید:

$$EP_n = IP_n + \zeta \text{mean}(CP_n) \quad (5)$$

که در آن:

$EP_n$ : قدرت امپراطوری  $n$  ام

$IP_n$ : قدرت استعمارگر در امپراطوری

$CP_n$ : قدرت مستعمره در امپراطوری  $n$  ام

$\zeta$ : (زتا) ضریب مثبتی است که در بازه  $[0-1]$  و نزدیک به صفر در نظر گرفته می‌شود.

کوچک در نظر گرفتن  $\zeta$  باعث می‌شود که قدرت کل امپراطوری تقریباً برابر با قدرت حکومت مرکزی آن یعنی کشور استعمارگر شود. همچنین افزایش  $\zeta$  نیز باعث افزایش تاثیر

همکاران [۲۰] ۱۵ درصد است اما این نسبت را می‌توان با توجه به اندازه مدل بلوکی تغییر داد. تخصیص مستعمره‌ها به استعمارگرها بر اساس قدرت آن‌ها انجام می‌شود. روش انتخاب چرخ رولت<sup>۱</sup> برای انجام این کار استفاده می‌شود. در این روش انتخاب، احتمال انتخاب شدن یک استعمارگر برای یک مستعمره، متناسب با قدرت آن است. بنابراین، ضعیف‌ترین استعمارگر شانس کمتری برای دریافت مستعمره دارد. در نهایت، هر استعمارگر به همراه مستعمره‌های خود یک امپراطوری را تشکیل می‌دهد. در رابطه ۲، احتمال انتخاب شدن هر استعمارگر از نسبت قدرت هر استعمارگر به مجموع قدرت استعمارگرها به دست می‌آید.

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^m f_i} \quad (2)$$

که در آن:

$P_i$ : احتمال انتخاب شدن استعمارگر  $i$  ام

$f_i$ : قدرت استعمارگر  $i$  ام

$m$ : تعداد استعمارگر

#### ۲-۴-۴- عملگر جذب

عملگر جذب باعث می‌شود مستعمره به سمت استعمارگر خود حرکت کند و به آن نزدیک شود. برای این کار، تعدادی از اعضای آرایه مستعمره مشابه آرایه استعمارگر می‌شود. تعداد این اعضا به صورت تصادفی و با استفاده از ضریب  $\beta$  (بتا) تعیین می‌شود. مطابق با رابطه ۳، اگر تعداد اعضای آرایه کشور  $i$  در نظر گرفته شود و تعداد  $j$  عضو از اعضای آرایه مستعمره با عضو متناظر از آرایه استعمارگر جایگزین شود، بنابراین:

$$j = \text{int}(\beta \times i) + 1 \quad (3)$$

تصادفی بودن جهت حرکت مستعمره به سمت استعمارگر با انتخاب تصادفی تعداد  $j$  عضو از مستعمره از بین  $i$  عضو تضمین می‌شود. این عمل یک بار در هر مرحله برای تمام مستعمره‌ها از همه امپراطوری‌ها انجام می‌شود. پس از اجرای عملگر جذب، مستعمره‌های موجود در امپراطوری‌ها تغییر می‌کند و به کشورهای جدیدی تبدیل می‌شود. این کشورها دارای ارزش متفاوتی از کشورهای قبلی‌اند. در هر بار اجرای الگوریتم، ارزش تمام کشورهای هر امپراطوری محاسبه می‌شود.

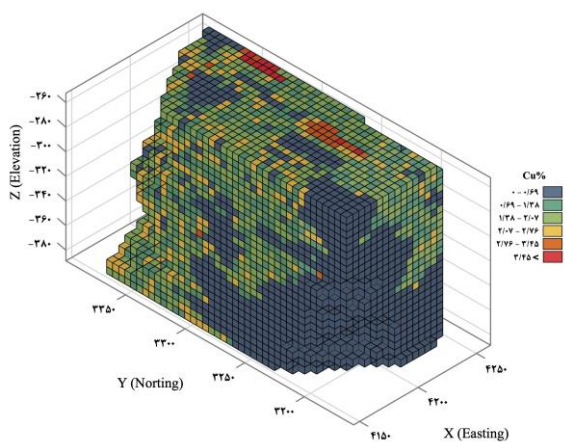
1-Roulette Wheel Selection (RWS)

تشکیل امپراطوری‌ها و رقابت میان این امپراطوری‌ها با اعمال عملگرهای جذب و انقلاب انجام می‌شود.

### ۳- نتایج و بحث

#### ۳-۱- مطالعه موردی

روش ارایه شده در این مقاله بر روی یک مثال فرضی از کانسار مس در مقیاس کوچک اجرا شد. برای اجرای این روش، یک مدل بلوکی متشکل از ۱۵۰۹۴۵ بلوک (ابعاد هر بلوک ۵×۵×۵ متر) تولید شده است. نمودار سه‌بعدی توزیع عیاری مدل بلوکی در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴- نمودار سه‌بعدی توزیع عیاری مدل بلوکی

عملیات معدنکاری زیرزمینی کانسار فوق به صورت روش استخراج از طبقات فرعی انتخاب شد. حداقل ابعاد کارگاه‌های استخراجی برای اجرای روش تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج معادن زیرزمینی ۱۰×۱۰×۱۰ متر فرض شد. بنابراین عیار حد ثابت ۰/۶۹ درصد مس برای شناسایی کارگاه‌هایی که برای استخراج سودآورند، در نظر گرفته شده است.

#### ۳-۲- نتایج اجرای روش

با توجه به مدل بلوکی عیاری (شکل ۴)، متوسط عیار هر بلوک، عیار حد و اطلاعات مربوط به مساله، می‌توان مدل بلوکی اقتصادی را تشکیل داد. شکل ۵ مدل بلوکی اقتصادی بدست آمده را نشان می‌دهد. در این شکل بلوک‌های رنگی، دارای ارزش اقتصادی مثبت‌اند. این بلوک‌ها بر اساس موقعیت قرارگیری هر بلوک در مدل بلوکی (r,c,p) شناسایی و سپس مدل‌سازی کشورها تعیین می‌شود.

میزان قدرت مستعمره‌های یک امپراطوری در تعیین قدرت کل آن امپراطوری می‌شود. در اکثر مسایل بهینه‌سازی، با انتخاب  $\beta$  برابر با ۰/۰۵ جواب‌های مطلوبی بدست آمده است [۲۱].

#### ۳-۵- اجرای روش

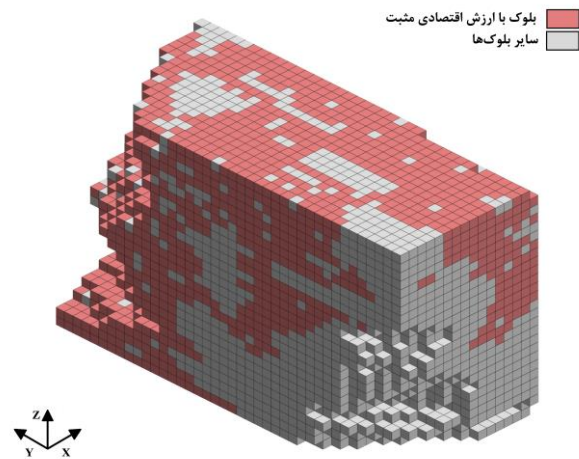
به طور کلی، با استفاده از داده‌های مربوط به گمانه‌ها، یک مدل بلوکی سه‌بعدی معدنی ایجاد می‌شود که هر مدل بلوکی متشکل از چندین کارگاه استخراجی است. این کارگاه‌ها با چیدمان قرارگیری خود، محدوده‌های استخراج متفاوتی را تشکیل می‌دهند. مبنای این مقاله، تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج معادن زیرزمینی با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری برای یافتن راه حل بهینه در حضور محدودیت‌های هندسی و پارامترهای اقتصادی است. علاوه بر این، بهینه‌سازی محدوده‌های کارگاه استخراج بر مبنای مدل بلوکی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

رویکرد پیشنهادی برای اجرای روش طی دو مرحله انجام می‌شود. مرحله اول بدین صورت است که با استفاده از داده‌های حاصل از گمانه‌ها، مدل بلوکی عیاری تشکیل می‌شود. سپس به کمک عیار حد در نظر گرفته شده و اطلاعات مربوط به مساله، مدل بلوکی اقتصادی بدست می‌آید. در مرحله دوم و با دقت نظر بر مراحل انجام کار الگوریتم DICA پیشنهادی، ابتدا بلوک‌هایی که ارزش اقتصادی مثبت دارند، شناسایی می‌شوند. چند کشور به عنوان جمعیت اولیه تشکیل می‌شوند. در هر کشور، آرایه‌های دودویی که مقدار ۱ به خود اختصاص داده‌اند، در مدل بلوکی دودویی آن کشور علامت‌گذاری می‌شود. با تشکیل یک المان ساختاری که بیان‌کننده حداقل ابعاد کارگاه است، کارگاه‌های مجاز برای هر بلوک علامت‌گذاری شده، تشکیل و کارگاهی که بیشترین ارزش اقتصادی را دارد برای آن بلوک انتخاب می‌شود. حال تمامی بلوک‌های آن کارگاه در مدل بلوکی دودویی مجدداً علامت‌گذاری می‌شود. اگر آرایه‌ای که مقدار ۱ دارد قبلاً در کارگاه آرایه‌های قبلی انتخاب شده باشد، مورد بررسی قرار نمی‌گیرد. هنگامی که محدودیت حداقل ابعاد کارگاه برای هر بلوک با ارزش اقتصادی مثبت اعمال شد، محدوده نهایی استخراج بدست آمده برای هر کشور تعیین می‌شود. این دستورالعمل برای سایر کشورها نیز اعمال می‌شود. سپس مابقی مراحل الگوریتم DICA (مانند شناسایی استعمارگرها و مستعمره‌ها،

همپوشانی، در صورتی که برخی از بلوک‌های کارگاه تشکیل‌دهنده با بلوک مثبت در کارگاه دیگری قرار گرفته باشند، مابقی بلوک‌های همان کارگاه با حفظ ابعاد حداقلی کارگاه استخراج به کارگاه دیگر افزوده می‌شوند. برخی از این نوع کارگاه‌ها در شکل ۶- ب به صورت نمونه قابل مشاهده‌اند. در نهایت مطابق با شکل ۶- ج، محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی برای هر کشور تعیین می‌شود. طبق الگوریتم تعریف شده، ۱۵ درصد از جمعیت اولیه به عنوان استعمارگر انتخاب می‌شوند. با توجه به جمعیت اولیه ۲۰۰ کشور، ۳۱ کشور که بیشترین ارزش اقتصادی محدوده را دارند، به عنوان استعمارگر اولیه انتخاب می‌شوند. با توجه به رابطه ۲، تعداد مستعمره‌های هر استعمارگر به صورت تصادفی و احتمالی و بر اساس قدرت کشور استعمارگر تعیین می‌شود. در جدول ۱ و شکل ۷، به تفکیک جزییات امپراطوری‌های اولیه و تعداد مستعمره‌های هر استعمارگر مشخص شده است.

برای بهینه‌سازی مساله USBO، فرآیند الگوریتم رقابت استعماری گسسته به طور متوالی تکرار می‌شود تا شرایط خاتمه الگوریتم برآورده شود. در این مقاله، الگوریتم برای تعداد ۱۰۰۰ تکرار اجرا شد. پس از تعداد تکرار مشخص شده الگوریتم DICA و با توجه به همگرایی تمامی کشورها به یکدیگر، شروط توقف الگوریتم برقرار شد. با توجه به پارامترهای در نظر گرفته شده، ارزش آخرین استعمارگر به عنوان ارزش اقتصادی محدوده نهایی و بهینه کارگاه استخراج زیرزمینی مطالعه موردی است. شکل ۸، ارزش اقتصادی محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی در هر تکرار الگوریتم DICA را نمایش می‌دهد.

نمودار فوق بیانگر رسیدن به بهترین پاسخ در هر مرحله از اجرای الگوریتم DICA است. مطابق با شکل ۸، از مجموع تعداد ۱۰۰۰ تکرار اجرای الگوریتم، تعداد ۳۶۶ تکرار الگوریتم منجر به دستیابی به بهترین ارزش اقتصادی نسبت به سایر جواب‌های بدست آمده در طول فرآیند بهینه‌سازی است. همچنین می‌توان دریافت که ۹۴ درصد از بهترین ارزش‌های اقتصادی بدست آمده، در ۵۰۰ تکرار اول فرآیند الگوریتم حاصل شده است. این نتیجه همگرایی تمامی جواب‌های بدست آمده از مساله را اثبات می‌کند. نتیجه نهایی یا به عبارتی، محدوده نهایی و بهینه کارگاه استخراج زیرزمینی مطالعه موردی با استفاده از روش DICA پیشنهادی در شکل ۹ نمایش داده شده است.

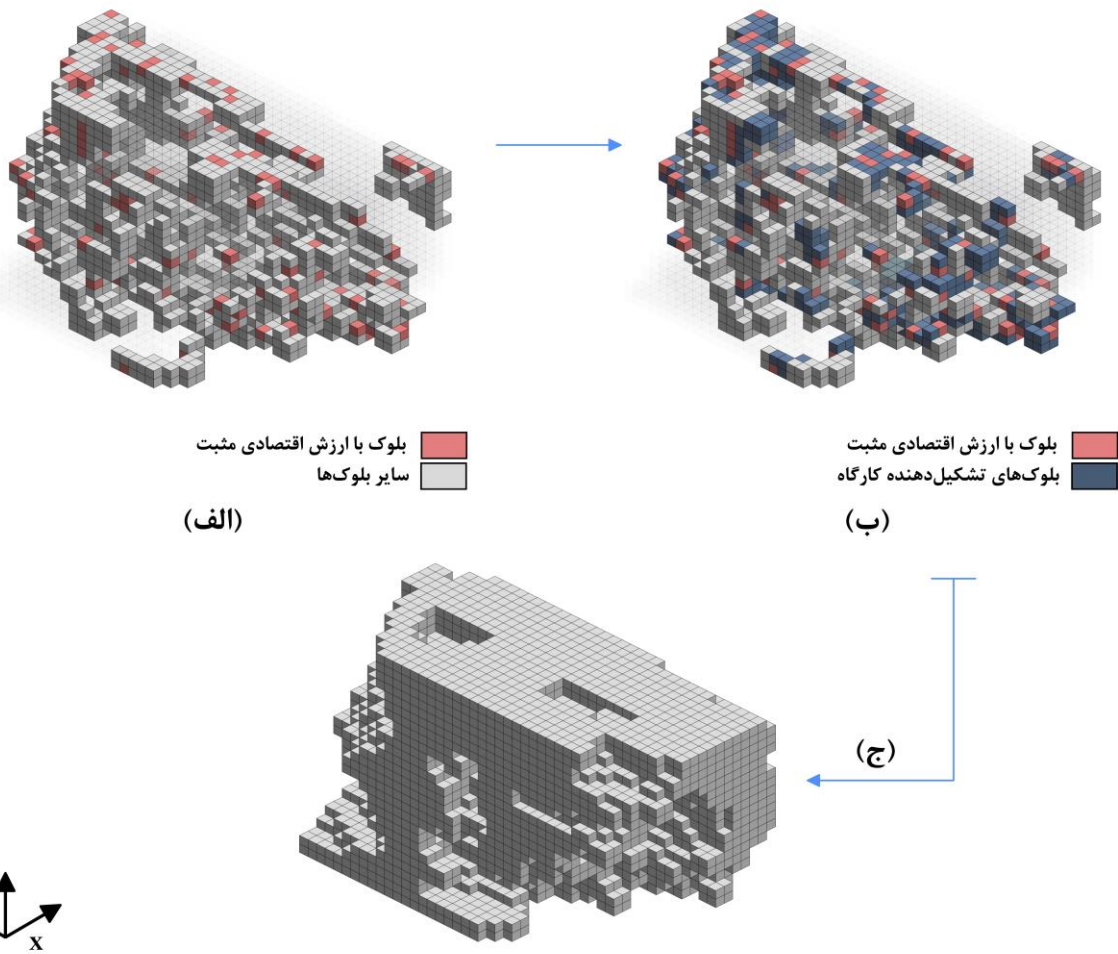


شکل ۵- شناسایی بلوک‌های با ارزش اقتصادی مثبت

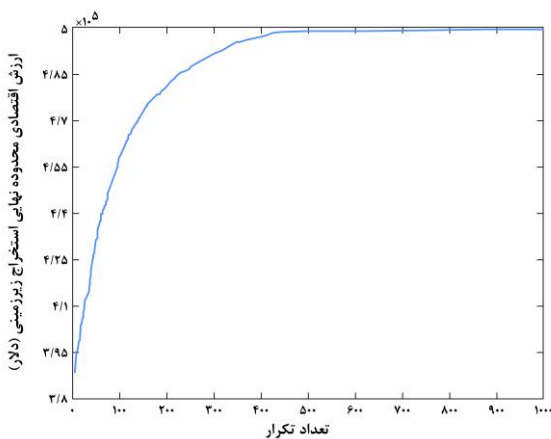
چیدمان آرایه هر کشور براساس اندیس موقعیت بلوک مثبت اقتصادی و با اولویت صعودی به ترتیب در سطر و ستون و صفحه است. در این مدل، تعداد ۹۱۴۳ بلوک با ارزش اقتصادی مثبت وجود دارد. بنابراین طول آرایه هر کشور شامل ۹۱۴۳ سلول است که هر سلول به صورت دودویی مقداردهی می‌شود.

تعداد جمعیت اولیه به صورت تصادفی تولید می‌شود اما توصیه می‌شود که تاثیر تعداد کل حالات موجود پاسخ‌های مساله نیز در تعیین آن لحاظ شود. در این مقاله، در بهترین نتیجه و در ۱۰۰۰ تکرار فرآیند الگوریتم، تعداد جمعیت اولیه ۲۰۰ کشور در نظر گرفته شد. از میان تمام بلوک‌های مثبت اقتصادی، هر کشور تعدادی بلوک مثبت را به صورت تصادفی انتخاب می‌کند. این بلوک‌ها با مقدار معین ۱ مشخص شده‌اند. سپس برای هر بلوک مثبت انتخابی، کارگاهی با بالاترین ارزش اقتصادی که شامل آن بلوک باشد، تشکیل می‌شود. این روند برای تمامی بلوک‌های مثبت انتخاب شده، اجرا می‌شود. در نهایت تمامی کارگاه‌های ایجاد شده به محدوده داخلی افزوده و محدوده نهایی استخراج زیرزمینی برای هر کشور تشکیل می‌شود.

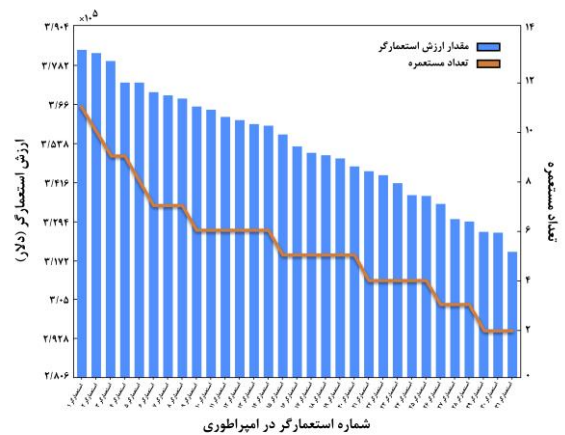
شکل ۶، فرآیند تشکیل محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی برای یک کشور را نشان می‌دهد. مطابق با شکل ۶- الف، موقعیت بلوک‌های دارای ارزش اقتصادی مثبت که به صورت تصادفی از میان ۹۱۴۳ بلوک انتخاب شده‌اند با رنگ قرمز مشخص شده است. سپس در شکل ۶- ب، با توجه به موقعیت بلوک‌های مثبت انتخاب شده در مدل بلوکی و با رعایت محدودیت حداقل ابعاد کارگاه  $2 \times 2 \times 2$  بلوک، مناسب‌ترین مجموعه بلوک‌های اطراف بلوک مثبت برای تشکیل کارگاه استخراجی انتخاب می‌شود. برای رعایت محدودیت رفع اثر



شکل ۶- مراحل تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی برای هر کشور (الف) انتخاب تصادفی بلوک‌های مثبت، (ب) تشکیل کارگاه برای هر بلوک مثبت و (ج) تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج یک کشور



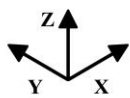
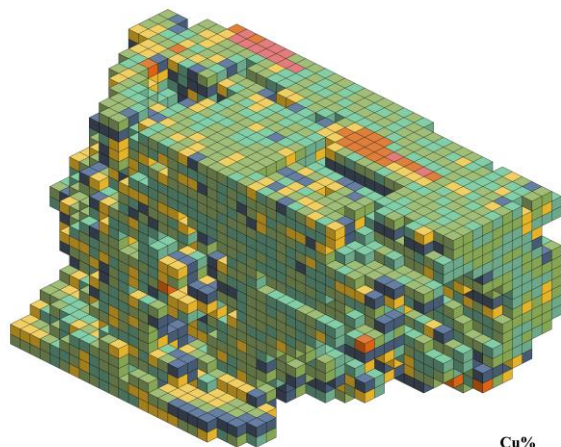
شکل ۸- نمودار همگرایی بالاترین ارزش اقتصادی محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی در هر تکرار الگوریتم DICA



شکل ۷- نمودار میزان قدرت هر استعمارگر و تعداد مستعمره‌هایش

جدول ۱- جزییات امپراطوری‌های اولیه تشکیل شده

شماره امپراطوری	شماره استعمارگر	قدرت استعمارگر	تعداد مستعمره	درصد تصرف
۱	۱۴۵	۳۸۲.۷۶۳,۷	۱۱	۷,۱
۲	۴۶	۳۸۱.۷۰۲,۱	۱۰	۶,۵
۳	۲	۳۷۹.۲۶۵,۳	۹	۵,۹
۴	۱۶۶	۳۷۲.۷۱۲,۴	۹	۵,۹
۵	۹۸	۳۷۲.۳۷۵,۷	۸	۵,۳
۶	۷۹	۳۶۹.۵۹۴,۵	۷	۴,۷
۷	۶۴	۳۶۸.۵۷۸,۱	۷	۴,۷
۸	۱۷۲	۳۶۷.۴۰۶,۱	۷	۴,۷
۹	۱۵۴	۳۶۴.۹۴۸,۷	۶	۴,۱
۱۰	۱۲۶	۳۶۴.۰۲۷,۱	۶	۴,۱
۱۱	۱۳۴	۳۶۱.۸۹۳,۱	۶	۴,۱
۱۲	۶۷	۳۶۰.۹۶۷,۸	۶	۴,۱
۱۳	۱۶۴	۳۵۹.۵۸۳,۴	۶	۴,۱
۱۴	۳۹	۳۵۹.۱۳۷,۷	۶	۴,۱
۱۵	۵۳	۳۵۶.۵۲۲,۱	۵	۳,۶
۱۶	۱۰۱	۳۵۲.۶۶۰,۸	۵	۳,۶
۱۷	۱۶۵	۳۵۰.۷۵۰,۹	۵	۳,۶
۱۸	۱۹۸	۳۴۹.۸۲۳,۸	۵	۳,۶
۱۹	۴۲	۳۴۹.۰۵۶,۶	۵	۳,۶
۲۰	۱۱۲	۳۴۶.۳۶۶,۱	۵	۳,۶
۲۱	۵۹	۳۴۴.۸۰۰,۹	۴	۳,۶
۲۲	۲۱	۳۴۳.۶۷۹,۶	۴	۳,۰
۲۳	۱۷۱	۳۴۱.۲۰۵,۱	۴	۳,۰
۲۴	۱۴۱	۳۳۷.۴۶۶,۱	۴	۳,۰
۲۵	۱۰۲	۳۳۷.۱۷۵,۹	۴	۳,۰
۲۶	۳۶	۳۳۴.۸۳۷,۱	۳	۲,۴
۲۷	۸۸	۳۲۹.۸۷۵,۲	۳	۲,۴
۲۸	۱۴۸	۳۲۹.۴۵۹,۲	۳	۲,۴
۲۹	۱۳۳	۳۲۵.۹۲۳,۵	۲	۱,۸
۳۰	۱۸۶	۳۲۵.۷۳۶,۲	۲	۱,۸
۳۱	۱۳۰	۳۱۹.۶۴۰,۶	۲	۱,۲



شکل ۹- محدوده نهایی و بهینه کارگاه استخراج زیرزمینی مطالعه موردی با الگوریتم DICA پیشنهادی

مدل بلوکی اقتصادی ایجاد شده، شامل ۱۵,۹۴۵ بلوک است که ابعاد آن‌ها در امتداد محورهای X, Y و Z به ترتیب ۵ و ۵ و ۵ متر است. همچنین در نظر گرفته شد که حداقل ابعاد کارگاه استخراج در امتداد محورهای X, Y و Z به ترتیب ۱۰، ۱۰ و ۱۰ متر است.

برای مقایسه عملکرد الگوریتم DICA با سایر الگوریتم‌های موجود، از الگوریتم‌های کارگاه شناور (FS) و باارزش‌ترین همسایگی (MVN) استفاده شد. سود خالص به دست آمده و زمان‌های محاسبه این الگوریتم‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است. همچنین یک نمای سه بعدی از محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی بدست آمده از روش‌های کارگاه شناور، باارزش‌ترین همسایگی و رقابت استعماری در شکل ۱۰ نمایش داده شده است.

مطابق با شکل ۱۰، دقت در انتخاب بلوک برای تعیین محدوده نهایی استخراج در سه رویکرد بیان شده، مشخص شده است. دقت در انتخاب بلوک‌های باطله و ماده معدنی بر اساس رعایت محدودیت حداقل ابعاد مجاز کارگاه، تاثیر بسزایی در افزایش ارزش اقتصادی محدوده نهایی دارد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در طراحی معادن زیرزمینی، تعیین محدوده کارگاه استخراج زیرزمینی، مهم‌ترین مرحله است که بر سودآوری پروژه تاثیر مستقیم دارد. این مرحله با تعیین زمان بندی تولید، ارتباط تنگاتنگی دارد و رسیدن به طرح‌های بهینه تولید، مستلزم تعیین

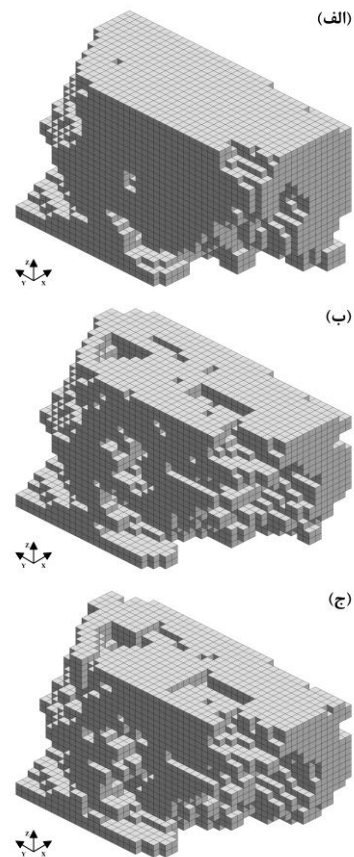
#### ۳-۳- اعتبارسنجی روش

برای اعتبارسنجی الگوریتم رقابت استعماری گسسته (DICA) پیشنهادی، از داده‌های یک کانسار مس در مقیاس کوچک، با مدل بلوکی متشکل از ۱۵,۹۴۵ بلوک (ابعاد هر بلوک ۵×۵×۵ متر) و با رعایت محدودیت حداقل ابعاد کارگاه برای تعیین محدوده نهایی کارگاه استخراج (۱۰×۱۰×۱۰ متر)، مطابق با اطلاعات مربوط به مطالعه موردی استفاده شد. عیار حد ثابت مس برای این کانسار ۰/۶۹ درصد است.

برای یافتن راه حل بهینه در حضور محدودیت‌های هندسی و پارامترهای اقتصادی پیشنهاد شده است. روش پیشنهادی می‌تواند راه‌حل بهینه را پیدا و در یک زمان محاسباتی معقول ارائه کند. همچنین رویکرد پیشنهادی برای حل مساله تعیین محدوده کارگاه استخراج معادن زیرزمینی در یک مثال فرضی از کانسار مس در مقیاس کوچک و با فرض در نظر گرفتن حداقل ابعاد کارگاه‌های استخراجی  $10 \times 10 \times 10$  متر، توانست در مقایسه با نتایج الگوریتم کارگاه شناور و الگوریتم بارزترین همسایگی، ارزش اقتصادی بالاتری ارائه دهد.

#### منابع

1. J. M. Riddle, 1977, "A dynamic programming solution of a block-caving mine layout," in Proceedings The 14th APCOM Symposium, Society of Mining Engineers-American Institute of Mining, Metallurgy, and Petroleum Engineers, New York, pp. 767-780.
2. J. Deraisme, C. De Fouquet, and H. Fraisse, 1984, "Geostatistical orebody model computer optimization of profits from different underground mining methods," in Application of Computers and Mathematics in the Minerals Industries. International symposium. 18, pp. 583-590.
3. J. Ovanic, 1998, *Economic optimization of stope geometry*. Michigan Technological University, Book.
4. S. Jalali and M. Ataee-Pour, 2004, "A 2D dynamic programming algorithm to optimize stope boundaries," in Proceedings of the 13th Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, Rotterdam, Balkema, pp. 45-52.
5. N. Grieco and R. Dimitrakopoulos, 2007, "Managing grade risk in stope design optimisation: probabilistic mathematical programming model and application in sublevel stoping," Mining technology, vol. 116, no. 2, pp. 49-57.
6. X. Bai, D. Marcotte, and R. Simon, 2013, "Underground stope optimization with network flow method," Computers & geosciences, vol. 52, pp. 361-371.
7. V. Nikbin, M. Ataee-pour, K. Shahriar, Y. Pourrahimian, and S. MirHassani, 2019, "Stope boundary optimization: A mathematical model and efficient heuristics," Resources Policy, vol. 62, pp. 515-526.
8. S. Foroughi, J. K. Hamidi, M. Monjezi, and M. Nehring, 2019, "The integrated optimization of underground stope layout designing and production scheduling incorporating a non-



شکل ۱۰- نمایش محدوده نهایی کارگاه استخراج زیرزمینی به کمک (الف) الگوریتم کارگاه شناور، (ب) الگوریتم بارزترین همسایگی و (ج) الگوریتم رقابت استعماری گسسته

جدول ۲- مقایسه نتایج بدست آمده روش DICA با الگوریتم‌های کارگاه شناور و بارزترین همسایگی

ردیف	الگوریتم بهینه‌سازی	ارزش اقتصادی (دلار)	درصد بهبود جواب DICA	زمان حل (ثانیه)	تعداد بلوک‌ها
۱	FS	۴۷۳,۷۹۰/۴	۵,۴۳	۲,۶	۱۰۹۱۵
۲	MVN	۴۷۷,۷۶۱/۷	۴,۵۵	۱,۳	۱۰۵۶۳
۳	DICA	۴۹۹,۵۳۶/۷	-	۱۹۱۶,۲	۱۰۵۵۳

محدوده بهینه کارگاه استخراج است. با توجه به تعدد روش‌های استخراج زیرزمینی و پیچیدگی محاسبه پارامترهای اقتصادی، توسعه الگوریتم‌های تعیین محدوده کارگاه استخراج، دشوار و کند بوده است. بنابراین، ارائه الگوریتم‌های جدید می‌تواند در حل مساله تعیین محدوده کارگاه استخراج موثر باشد. در این مقاله، یک رویکرد جدید برای حل مساله تعیین محدوده کارگاه استخراج معادن زیرزمینی با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری گسسته

16. V. Nikbin, M. Ataee-Pour, K. Shahriar, and Y. Pourrahimian, 2020, "A 3D approximate hybrid algorithm for stope boundary optimization," *Computers & Operations Research*, vol. 115, p. 104475.
17. V. Nikbin, E. Mardaneh, M. W. A. Asad, and E. Topal, 2022, "Pattern search method for accelerating Stope boundary optimization problem in underground mining operations," *Engineering Optimization*, vol. 54, no. 5, pp. 881-893.
18. A. Esmaeili, J. K. Hamidi, and A. Mousavi, 2023, "Determination of sublevel stoping layout using a network flow algorithm and the MRMR classification system," *Resources Policy*, vol. 80, p. 103265.
19. D. Oliva, E. H. Houssein, and S. Hinojosa, 2021, *Metaheuristics in machine learning: theory and applications*. Springer, Book.
20. S. Javadzadeh, M. Ataee-pour, and V. Hosseinpour, 2019, "Modeling optimum mining limits with imperialist competitive algorithm," in *Proceedings of the 27th international symposium on mine planning and equipment selection-MPES 2018*, pp. 197-211: Springer.
21. E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas, 2007, "Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition," in *2007 IEEE congress on evolutionary computation*, pp. 4661-4667: Ieee.
22. R. Enayatifar, A. H. Abdullah, and M. Lee, 2013, "A weighted discrete imperialist competitive algorithm (WDICA) combined with chaotic map for image encryption," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 51, no. 9, pp. 1066-1077.
23. M. Ataee-Pour, 2005, "A critical survey of the existing stope layout optimization techniques," *Journal of Mining Science*, vol. 41, pp. 447-466.
9. Y. A. Sari and M. Kumral, 2020, "A planning approach for polymetallic mines using a sublevel stoping technique with pillars and ultimate stope limits," *Engineering Optimization*, vol. 52, no. 6, pp. 932-944.
10. N. Cheimanoff, E. Deliac, and J. Mallet, 1989, "GEOCAD: an alternative CAD and artificial intelligence tool that helps moving from geological resources to mineable reserves," in *21st International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, pp. 471-478: SME Colorado, USA.
11. C. Alford, 1996, "Optimisation in underground mine design," in *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, vol. 5, no. 33, p. 220A.
12. M. Ataee-Pour, 1997, "A new heuristic algorithm to optimise stope boundaries," in *Proceeding of the 2nd Regional APCOM Symposium on Computer Applications in the Mineral Industry*, Moscow, Russia.
13. M. Jalali and S. Hoseinie, 2009, "Optimization of Stope Boundaries Using Greedy Algorithm," *Journal of Mining Engineering*, vol. 4, no. 7, pp. 1-11.
14. E. Topal and J. Sens, 2010, "A new algorithm for stope boundary optimization," *Journal of Coal Science and Engineering (China)*, vol. 16, pp. 113-119.
15. D. S. S. Sandanayake, E. Topal, and M. W. A. Asad, 2015, "Designing an optimal stope layout for underground mining based on a heuristic algorithm," *International Journal of Mining Science and Technology*, vol. 25, no. 5, pp. 767-772.