

A Binary Mathematical Model for Production Scheduling in Cut and Fill Mining

Golpari Norozi¹, Mehdi Rahmanpour^{2*}, Hassan Bakhshandeh Amnieh³

1. School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Iran
pari.norozi@ut.ac.ir
2. School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Iran
mrahmanpour@ut.ac.ir
3. School of Mining, College of Engineering, University of Tehran, Iran
hbakhshandeh@ut.ac.ir

Received: 2022/08/14 - Accepted: 2024/02/05

Abstract

Short term mine scheduling aims to provide a constant amount of material to the milling facility. Among the available approaches, mathematical modeling is reliable in determining an optimum solution. Cut and fill mining is conducted in mineral reserves with weak surroundings. In this paper, a new mathematical model is introduced to production scheduling of drift and fill mining method while the special constraints of cut and fill mining is considered. The model is capable to consider mining operation in several levels. The model is applied for stope sequencing in Anguran mining project. The data from the +2721, +2733 and +2737 levels are used for production scheduling and stope sequencing. The Anguran underground project is a cut and fill mining project. In this mine the levels are separated into 2 northern and southern panels. The results show that simultaneous mining of +2721 and +2737 levels is capable of reaching the predetermined production level with a maximum deviation of 2.4%..

Keywords

Mine planning, Mathematical modeling, Underground mining, Cut and fill mining.

* Corresponding Author



1- Introduction

Mine planning and stope sequencing is critical for underground mining. The variation of underground mining methods and their respective constraints has limited the use of optimization techniques. Optimization of underground mines is accomplished in 3 steps. First, the stope boundary is determined. Then, the mine development network is designed and finally the stope sequence is optimized (Chowdu et al, 2022; Shami-Qalandari et al, 2022). The optimization techniques are mathematical or search based heuristics.

This paper tries to provide a mathematical model for optimization of stope sequence in the case of cut and fill mining method. In cut and fill mining method, the excavated area is filled with some material to facilitate the excavation of the remaining ore. The fill material act as support for the area. As shown in Figure 1, drift-and-fill is a variation of cut and fill mining method where the orebody is mined via several parallel drifts (Stephan, 2011). When a drift is mined out, the void is filled backed with some cemented waste material. Then, it is possible to start a new drift while the sides are supported by the filled drifts. The problem arises with the case where the average grade of material in stopes are different. Also, the relative location of the active stopes must be determined such that the stability of the area is satisfied. The determination of an optimal stope sequence is a challenge. It is clear that the net present value of the mine depends on the grade of material that is mined annually, and the run of mine depends on stope sequencing.

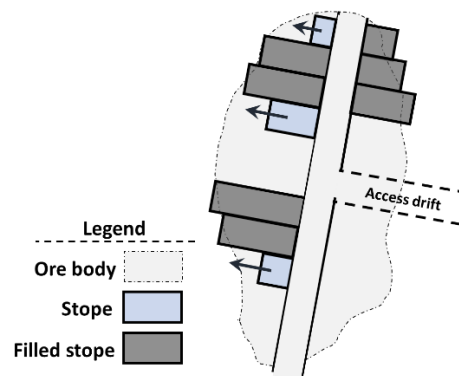


Figure 1. Plan view of a massive deposit that is mined by drift and fill method

There are several related works that are presented for optimization of underground optimization (Little et al, 2013; O’Sullivan and Newman, 2015; Foroughi et al, 2019; Shenavar et al 2020; Sari and Kumral, 2021). There are limited works on optimization of stope sequencing in cut and fill mining. Huang et al, (2020), presented a mathematical model for production planning in cut and fill mining. They supposed that the stopes are equal in size and the objective function is to maximize the net present value. Manriquez et al, (2020), has also presented a simulation-based model for short-term planning of cut and fill mining operation in a vertically oriented and layered deposits. Brickey et al (2021), has presented a mathematical model for daily resource management in a cut and fill mining operation. The model tries to reach some predefined goals by minimizing the deviations costs. The main assumption of the model is that the stope sequence is known in advance.

Because of limited number of works in this field, and the necessity of stope optimization, this paper introduces a mathematical model to provide an optimized stope sequence in cut and fill mining. The model is based on the binary linear programming framework. The model is developed in MatLab and Cplex solver is used to obtain the model solution. The main objective of the model is to minimize the deviations from the production goals. The model is applied in a case study and it is shown that the deviations are 0% and 2.4% in the 1st and 2nd period of the operation.

2- Methods

This paper provides a binary linear programming model for stope sequencing in cut and fill mining. The model is formulated such that the deviations from production goals are minimized (Equation 1).

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T y_t^+ + y_t^- \quad (1)$$

where, y_t^+ and y_t^- represent the overproduction or underproduction at time t .

The 1st constraint evaluates the deviations (Equation 2).

$$TP_t - TR_t - y_t^+ + y_t^- = 0, \forall t \in T \quad (2)$$

where, TP_t and TR_t represent the planned and true production at time t .

The 2nd constraint evaluates the true production based on the stopes selected for excavation (Equation 3).

$$TR_t = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn}, \forall t \in T \quad (3)$$

where, a_{iknt} is a binary decision variable and it determines whether the i th stope on k th row and n th level is excavated at time t or not. Moreover, T_{ikn} is the ore tonnage in the i th stope on k th row and n th level and it depends on stope length (L_{ikn}), stope face (A), and the density (ρ_{ikn}), i.e. $T_{ikn} = A \times L_{ikn} \times \rho_{ikn}$.

The next constraint ensures that the stopes are excavated or filled once in a time (Equation 4 and 5).

$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} = 1, \quad \forall i, k, n \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T b_{iknt} = 1, \quad \forall i, k, n \quad (5)$$

where, b_{iknt} is a binary decision variable that determines whether the i th stope on k th row and n th level is backfilled at time t or not.

The next constraints ensure that the opposite and the adjacent stopes are not excavated at the same time (Equation 6 and 7).

$$a_{iknt} + a_{i+sknt} \leq 1, \forall i, k, n, t, s = 1, \dots, S \quad (6)$$

$$a_{iknt} + a_{ik+1nt} \leq 1, \forall i, n, t, k = 1 \quad (7)$$

where, S is the safety distance between the active stopes.

The next constraint ensures that the excavated stopes are filled right after the excavation is completed (Equation 8).

$$b_{iknt} + b_{iknt+1} - a_{iknt} = 0, \forall i, k, n, t \quad (8)$$

The next constraint evaluates the number of active stopes at time t (Equation 9).

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} \leq q_t, \quad \forall t \in T \quad (9)$$

where, q_t is the number of mining crew.

The next constraints control the haulage, filling, and mill capacity at time t (Equation 10-12).

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn} \leq T_t^L, \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N b_{iknt} \times B_{ikn} = B_t^f, \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn} \leq T_t^{mill}, \quad \forall t \in T \quad (12)$$

where, T_t^L , B_t^f , and T_t^{mill} is the haulage, backfilling and milling capacities respectively. B_{ikn} represent the required amount of backfill material for the i th stope on k th row and n th level at time t .

The next constraints control the earliest and latest time of excavating a stope (Equation 13 and 14).

$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} \times t \leq LS_{ikn} \quad (13)$$

$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} \times t \geq ES_{ikn} \quad (14)$$

where, LS_{ikn} and ES_{ikn} is the earliest and latest time of excavating the i th stope on k th row and n th level respectively. B_{ikn} represent the

And finally, the last constraint ensures that the adjacent stopes that are located in different layers are not excavated at the same time (Equation 15).

$$a_{iknt} + \sum_{i-1}^{i+1} a_{ikn+1t} \leq 1, \quad \forall t \in T \quad (15)$$

3- Findings and Argument

The model is applied in a massive lead/zinc case study. The data from the +2721, +2733 and +2737 levels are used for production scheduling and stope sequencing. The density of material is variable according to the ore grade and the stope lengths are different. The assumptions are: there are 4 mining crew, the distance between the active stopes is equal to the width of 2 stopes, the haulage capacity is 50 tph, daily backfilling capacity is 280 m³, and the planning period is 4 years. For the sake of long-term planning the model is composed of equations 2-5, 8, 10, 13-15, while for the sake of short-term plans all the equations are imposed to the model.

In this paper, 2 scenarios are evaluated. In the 1st scenario, the model is applied to optimize the stope sequence at level +2733 and +2721, while in the 2nd scenario, the model is applied to optimize the stope sequence at level +2737 and +2721. The stope sequence within the 2nd scenario is depicted

in figure 2. Based on the results mining at level +2737 and +2721 will generate less deviations from the production target that is about 0% and -2.4% in the 1st and 2nd year of operation (Table 1).

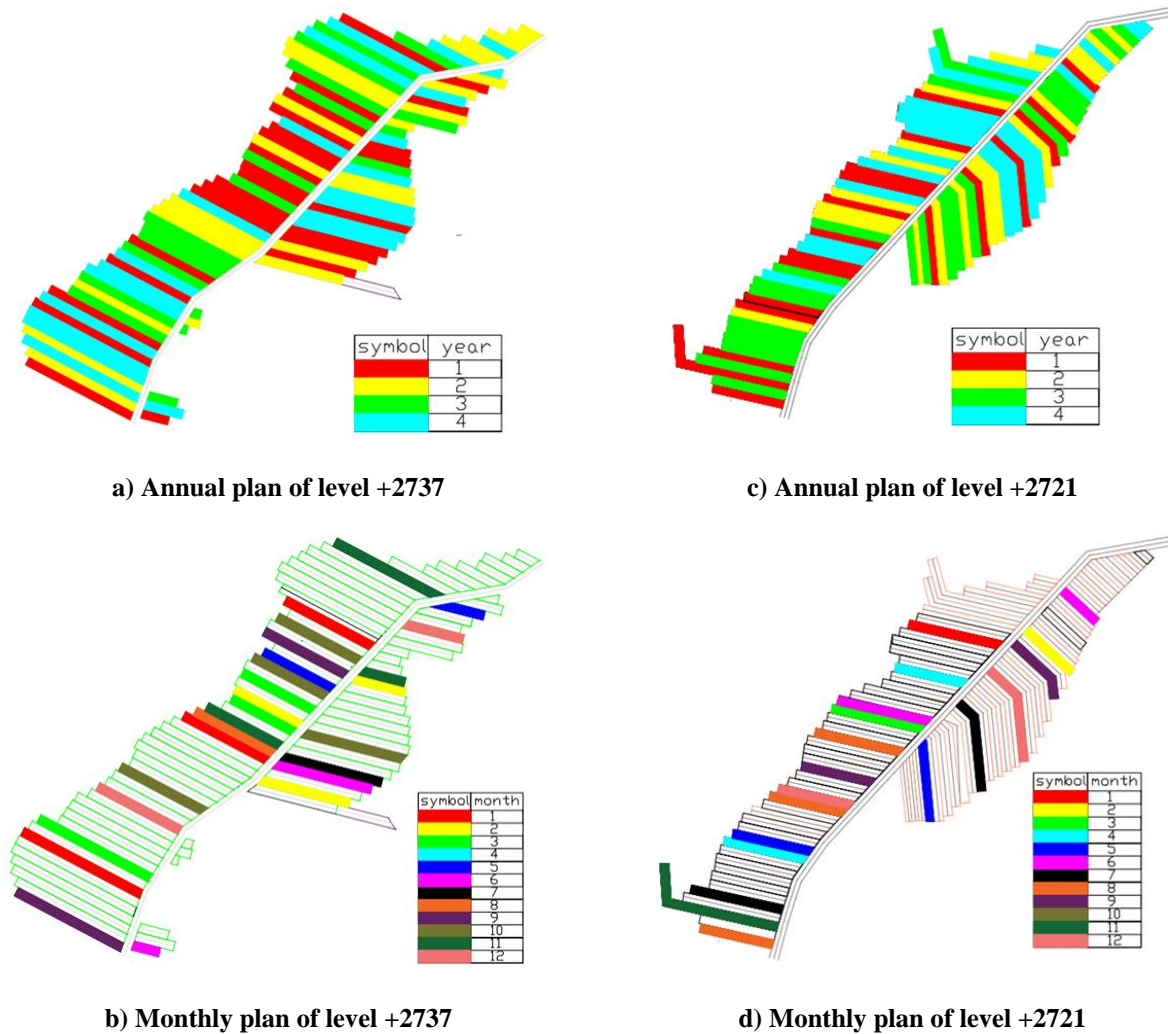


Fig 2- Annual and monthly mining sequence of stopes for the level +2737 and +2721

Table 1- Planning results based on the defined scenarios

Scenario	1- Mining at level +2737 and +2733			2- Mining at level +2737 and +2721		
	Deviations		Number of stopes	Deviations		Number of stopes
Year	tonnage	(%)		tonnage	(%)	
1	1	0.0	47	1	0.0	45
2	5494	4.1	48	-2863	-2.4	44
3	-5297	-3.9	48	-1750	-1.4	42
4	-203	-2.0	38	4620	3.8	43

4- Conclusions

The results show that any scenario will result in different deviations from the targets. Therefore, there is a need for a method that is capable to optimize different scenarios to ease the decision making. The model is based on binary linear programming and it is formulated for cut and fill mining in massive deposits. The model evaluates the possible excavation of several stopes while the logical, safety and capacity constraints are satisfied. The results implied that mining at level +2737 and +2721 will result less deviation from production targets (about 0% and -2.4% in the 1st and 2nd

year of operation) while the safety constraints are satisfied.

References

1. Brickey, Andrea, Akshay Chowdu, Alexandra Newman, Marcos Goycoolea, and Raphael Godard. "Barrick's Turquoise Ridge gold mine optimizes underground production scheduling operations." *INFORMS Journal on Applied Analytics* 51, no. 2 (2021): 106-118.
2. Chowdu, Akshay, Peter Nesbitt, Andrea Brickey, and Alexandra M. Newman. "Operations research in underground mine planning: A review." *INFORMS Journal on Applied Analytics* 52, no. 2 (2022): 109-132.
3. Foroughi, Sorayya, Jafar Khademi Hamidi, Masoud Monjezi, and Micah Nehring. "Simultaneous optimization of stope layout and production scheduling in sublevel stoping method." *Journal of Mining Engineering* 14, no. 43 (2019): 90-81.
4. Huang, Shuwei, Guoqing Li, Eugene Ben-Awuah, Bright Oppong Afum, and Nailian Hu. "A robust mixed integer linear programming framework for underground cut-and-fill mining production scheduling." *International Journal of Mining, Reclamation and Environment* 34, no. 6 (2020): 397-414.
5. Little, James, Peter Knights, and Erkan Topal. "Integrated optimization of underground mine design and scheduling." *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 113, no. 10 (2013): 775-785.
6. Manríquez, Fabián, Javier Pérez, and Nelson Morales. "A simulation–optimization framework for short-term underground mine production scheduling." *Optimization and Engineering* 21 (2020): 939-971.
7. O'Sullivan, Dónal, and Alexandra Newman. "Optimization-based heuristics for underground mine scheduling." *European Journal of Operational Research* 241, no. 1 (2015): 248-259.
8. Sari, Y. A., and M. Kumral. "Clustering-based iterative approach to stope layout optimization for sublevel stoping." *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 121, no. 3 (2021): 97-106.
9. Shami-Qalandari, Mohammad, Mehdi Rahmanpour, and S. M. Mirabedi. "Determining a resilient stope boundary for underground mass mining projects." *Rudarsko-geološko-naftni zbornik* 37(5). (2022): 103-116.
10. Shenavar, Morteza, Majid Ataee-pour, and Mehdi Rahmanpour. "A New Mathematical Model for Production Scheduling in Sub-level Caving Mining Method." *Journal of Mining and Environment* 11(3). (2020): 765-778.
11. Stephan George, 2011. "Cut-and-fill Mining", Chapter 13.5 in Darling, Peter, ed. *SME mining engineering handbook*. Vol. 1. SME, 2011

مقاله پژوهشی

ارایه یک مدل ریاضی عدد- صحیح برای برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت عملیات استخراج و پرکردن در معادن زیرزمینی

گلپری نوروزی^۱، مهدی رحمانپور^{۲*}، حسن بخشنده امنیه^۳

۱. کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن، دانشکدگان فنی دانشگاه تهران، تهران، pari.norози@ut.ac.ir

۲. استادیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشکدگان فنی دانشگاه تهران، تهران، mrahmanpour@ut.ac.ir

۳. دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشکدگان فنی دانشگاه تهران، تهران، hbakhshandeh@ut.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۲۳ - پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۱۶

چکیده

یکی از مهم‌ترین اهداف برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت، فراهم کردن مقدار کانسنگ از نظر کمیت و کیفیت و ارسال آن به کارخانه است. از میان روش‌های موجود، روش‌های مبتنی بر مدل‌های ریاضی قادر به تهیه برنامه بهینه‌اند. در میان روش‌های استخراج زیرزمینی، روش استخراج کند و آکند یک روش استخراج با نگهداری است که در کانسارهایی با شرایط نامناسب کمرها استفاده می‌شود. حالت خاصی از روش کند و آکند وجود دارد که بصورت ترکیبی از روش استخراج کارگاه و پایه و کند و آکند استخراج می‌شود. در این مقاله، یک مدل ریاضی عدد صحیح برای برنامه‌ریزی تولید با هدف به حداقل رساندن انحراف از تولید و با در نظر گرفتن محدودیت‌های فنی و عملیاتی برای این نوع معادن توسعه داده شده است. این مدل امکان استخراج همزمان از چند کارگاه در یک طبقه و چند طبقه را با رعایت محدودیت‌های عملیاتی در نظر می‌گیرد. عملکرد مدل ارایه شده بر اساس اطلاعات طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۳۳+ و ۲۷۲۱+ معدن زیرزمینی انگوران بررسی شده است. نتایج به‌دست‌آمده بیانگر آن است که استخراج همزمان از طبقات ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+ علاوه بر رعایت مسایل ایمنی، میزان انحراف از تولید کمتری دارد و حداکثر به میزان ۲/۴ درصد با افت تولید مواجه است.

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی تولید، مدل‌سازی ریاضی، استخراج زیرزمینی، کند و آکند، معدن انگوران.

۱- مقدمه

ضروری است که خروجی معدن دارای عیار و کیفیت ثابت برای دستیابی به تولید پایدار باشد. هرگونه تغییر قابل توجه و ناگهانی این تعادل را مختل می‌کند، بنابراین قبل از تغییر روند خوراک‌دهی لازم است برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت با اطمینان از تامین یک بار ورودی با کیفیت ثابت انجام شود [۴]. برای رسیدن به این هدف، طراحی و بهینه‌سازی یک معدن زیرزمینی در ۳ مرحله انجام می‌شود. ابتدا، محدوده بهینه کارگاه استخراج با توجه به محدودیت‌های خاص روش استخراج تعیین می‌شود. سپس شبکه حفاریات زیرزمینی و دسترسی به کارگاه‌ها مشخص شده و در نهایت ترتیب استخراج کارگاه‌های استخراج تعیین می‌شود [۵ و ۶].

مدل‌های برنامه‌ریزی تولید معادن به دو گروه ریاضی محور و جست‌وجو محور تقسیم می‌شوند. مدل‌های ریاضی محور اگرچه از نظر ریاضی بهینه‌اند اما در اکثر موارد از نظر عملی قابل اجرا نیستند. در حالی که استفاده از روش‌های جست‌وجو محور می‌تواند جواب قابل قبول از نظر عملی (اما نه لزوماً بهینه) تولید کند. در ادامه توضیحی مختصری از فعالیت‌های انجام شده، برای برنامه‌ریزی تولید در معادن زیرزمینی آورده شده است. اولین بار در سال ۱۹۹۳، یک مدل برنامه‌ریزی خطی برای کمینه کردن انحراف از تولید از پیش تعیین شده در یک معدن اتاق و پایه ارایه شد. محدودیت‌های در نظر گرفته شامل نیروی انسانی مورد نیاز، محدودیت‌های عملیاتی، ظرفیت استخراج، ظرفیت فرآوری و تهویه بودند [۷]. در ادامه یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با هدف به حداکثر رساندن ارزش خالص فعلی برای برنامه‌ریزی تولید یک معدن مس که به روش استخراج از طبقات فرعی استخراج می‌شد، ارایه شد [۸]. مدل پیشنهادی متشکل از پنج متغیر دوتایی شامل استخراج، خالی کردن کارگاه، پر کردن کارگاه، شروع استخراج و زمان پر کردن کارگاه و همچنین دو متغیر عدد صحیح مرتبط با تناژ ماده معدنی و ظرفیت پر کردن کارگاه بود. نقطه ضعف این مدل، استخراج هم‌زمان کارگاه‌های مجاور بود. این کار باعث اختلال در انتقال تنش به محیط اطراف شده و منجر به ریزش کارگاه می‌شود. برای برطرف کردن این مشکل، مدلی با اضافه کردن محدودیت‌های جدید در سال ۲۰۰۶ ارایه شد. نتایج حاصل از این مدل، در یک مطالعه موردی با نتایج برنامه‌ریزی دستی مقایسه شد. مقایسه نتایج نشانگر آن بود که میزان ارزش خالص فعلی بر اساس مدل جدید ۱۱ درصد بهبود یافته است [۹].

در سال ۲۰۱۳، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط نیز

امروزه به دلیل رشد جمعیت و محدود بودن ذخایر معدنی، بازار تقاضای مواد معدنی رو به افزایش است. این امر معدنکاران را مجبور به استخراج ذخایر کم‌عیار و روی آوردن به عملیات استخراج زیرزمینی کرده است. برنامه‌ریزی تولید یکی از مولفه‌های اصلی تدوam فعالیت‌های معادن است زیرا صنعت معدن با ذخایر کم‌عیار و حاشیه‌ای مواجه است. در واقع برنامه‌ریزی تولید، تناژ و عیارهایی که باید در طول عمر معدن استخراج شود را مشخص می‌کند [۱].

در حالت کلی اهداف اصلی در برنامه‌ریزی معادن، شامل دستیابی به بیشترین میزان سود یا ارزش خالص فعلی، بیشینه کردن ارزش هر تن محصول نهایی معدن، بیشینه کردن میزان استخراج کانسنگ از ذخیره معدنی، به حداکثر رساندن عمر معدن، بازیابی مطلوب مواد معدنی، کاهش هزینه‌ها، افزایش آهنگ تولید و کمینه‌سازی انحراف از تولید با در نظر گرفتن محدودیت‌های فنی، استخراجی و زمانی است. بنابراین باید با در نظر گرفتن تمام زمینه‌های علمی و شرایط موجود، برنامه‌ای پیشنهاد داد که از میان برنامه‌های پیشنهادی مناسب‌ترین آن‌ها برای دسترسی به این اهداف انتخاب شود [۲ و ۳].

انتخاب درست یک برنامه‌ریزی تولید در طراحی معادن زیرزمینی نقش بسیار مهمی دارد. روش‌های بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید به‌طور جامع در استخراج زیرزمینی بنا به وجود محدودیت‌های استخراج، کمتر استفاده شده‌اند. برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی به صورت سنتی انجام می‌گیرد که در آن برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت و بلندمدت به عنوان دو مرحله جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند که به موجب آن راه‌حل به‌دست‌آمده در یک فاز، نقطه شروعی برای انجام مرحله بعدی است. فرآیند برنامه‌ریزی در معادن با ایجاد یک برنامه بلندمدت شروع می‌شود که برای دو یا سه سال تولید تا آخر عمر معدن در فواصل سالانه گسترش می‌یابد. هدف به حداکثر رساندن مقدار ارزش خالص فعلی عملیات در صورت حفظ محدودیت‌های اجرایی و عیاری است. مرحله بعدی، شامل ایجاد یک برنامه کوتاه‌مدت یا میان‌مدت با هدف اجرا و دستیابی به نتایج برنامه بلندمدت است. در این مرحله تاکید بیشتر بر روی دستیابی به اهداف تولید و دستیابی به آهنگ تولید ثابت با در نظر گرفتن محدودیت‌های عملیاتی است. هدف مورد بررسی در برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت ممکن است از منظر عملیاتی قابل مشاهده نباشد. با این حال، از نظر کارخانه فرآوری

ارایه شد. در این مدل، محدودیت‌های فنی و عملیاتی مانند بازکننده‌ها، ظرفیت تولید، هندسه روش استخراج و دسترسی به ماده معدنی در نظر گرفته شده است. برای کاهش تعداد بلوک‌های مورد پردازش و زمان اجرای مدل با استفاده از الگوریتم کارگاه شناور، ابتدا محدوده کارگاه تعیین و سپس بلوک‌های غیرضروری حذف شدند [۱۴].

مدل برنامه‌ریزی پایدار در سال ۲۰۲۰ برای برنامه‌ریزی تولید معدنی که با روش کندوآکند استخراج می‌شوند، ارایه شد [۱۵]. هدف این مدل، بیشینه کردن ارزش خالص فعلی معدن با رعایت محدودیت‌های استخراج و فرآوری بود. این مدل در یک معدن که شامل ۱۲۰ کارگاه استخراجی است، بررسی شد و نتایج نشان داد که ارزش خالص فعلی معدن تا حدود ۱۷ درصد قابل افزایش است. فرض اصلی این مدل، هم اندازه بودن تمام کارگاه‌هاست.

در سال ۲۰۲۰، یک مدل مرکب از شبیه‌سازی و برنامه‌ریزی ریاضی برای تهیه برنامه تولید کوتاه مدت در معادن کند و آکند ارایه شد. این مدل برای ذخایر لایه‌ای با شیب قائم ارایه شده است [۱۶]. همچنین، در سال ۲۰۲۱ یک مدل ریاضی برای برنامه‌ریزی روزانه معادن کند و آکند با هدف مدیریت منابع مورد نیاز برای دستیابی به هدف از پیش تعیین شده ارایه شد [۱۷]. در این مدل، فرض بر این است که توالی استخراج کارگاه‌ها از پیش مشخص شده است و هدف این مدل مدیریت منابع مورد نیاز برای دستیابی به حداقل انحراف از اهداف تولید است. در سال ۲۰۲۱، یک رویکرد جدید مبتنی بر خوشه‌بندی و شناسایی مناطق پرعیار و اولویت‌بندی استخراج آن‌ها با هدف بیشینه کردن سود پیشنهاد شد. رویکرد پیشنهادی در یک مثال کوچک اعتبارسنجی شد و در نهایت در یک مطالعه موردی مورد بررسی قرار گرفت [۱۸].

انتخاب صحیح یک برنامه تولید بهینه و متناسب با شرایط حقیقی معادن زیرزمینی اهمیت زیادی در دستیابی به اهداف تولید دارد. روش‌های بهینه‌سازی به علت وجود شرایط و محدودیت‌های استخراجی پیچیده در معادن زیرزمینی معمولاً کمتر مورد استفاده قرار گرفته‌اند که علت آن ناشی از وجود محدودیت‌های خاص در هر یک از روش‌های استخراج زیرزمینی است. برنامه‌ریزی معادن زیرزمینی عمدتاً به صورت دستی انجام می‌شود که زمان‌بر است و تعداد کمی از محدودیت‌ها را در برمی‌گیرد. توسعه یک روش برنامه‌ریزی ریاضی، این امکان را فراهم می‌کند که سناریوهای مختلف ایجاد، مقایسه و ارزیابی

برای بهینه‌سازی محدوده کارگاه زیرزمینی و زمان‌بندی تولید در دو حالت هم‌زمان و مجزا باهدف بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی استفاده شده است [۱۰]. در حالت هم‌زمان، ارزش خالص فعلی عملیات با اعمال هم‌زمان محدودیت‌های مربوط به طراحی محدوده کارگاه و محدودیت‌های مربوط به زمان‌بندی تولید برای ۲۳ دوره زمانی بررسی شده است. همچنین در حالت بهینه‌سازی مجزا، ابتدا با در نظر گرفتن محدودیت‌های مربوط به کارگاه، محدوده بهینه کارگاه تعیین شده و سپس با اعمال سایر محدودیت‌ها، زمان‌بندی مناسب و توالی استخراج کارگاه‌ها تعیین می‌شود. مقایسه نتایج نشان‌دهنده افزایش ارزش خالص فعلی در حالت بهینه‌سازی هم‌زمان نسبت به حالت مجزا است [۱۰]. در همان سال، مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای بیشینه کردن ارزش خالص فعلی معدن همراه با کنترل محدودیت‌های اجرایی برای برنامه‌ریزی تولید بلندمدت معادن تخریب بلوکی نیز بکار رفته است. محدودیت‌های در نظر گرفته در این مدل، ظرفیت استخراج، آهنگ تخلیه، اولویت استخراج، تعداد نقاط تخلیه در هر دوره، تعداد بیشینه نقاط تخلیه فعال و استخراج پیوسته‌اند [۲].

در سال ۲۰۱۵، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای بیشینه‌سازی مقدار فلز تولید شده در یک معدن زیرزمینی سرب و روی به کار گرفته شد. در این مدل، از زودترین زمان شروع استخراج پهنه‌ها برای کاهش ابعاد مساله و زمان حل استفاده شده است [۱۱]. در همان سال محققان دیگری نیز از مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای بیشینه کردن ارزش خالص فعلی با در نظر گرفتن استخراج انتخابی و ادغام زودترین و دیرترین زمان استخراج پهنه‌ها برای کاهش زمان حل استفاده کردند [۱۲].

در سال ۲۰۱۹، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی در روش استخراج از طبقات فرعی ارایه شد [۱۳]. در این مدل، بهینه‌سازی هم‌زمان محدوده کارگاه و زمان‌بندی تولید در نظر گرفته شده است. نتایج نشانگر آن است که بهینه‌سازی هم‌زمان محدوده کارگاه و زمان‌بندی تولید باعث برآورد بهتر از مقدار ارزش خالص فعلی معدن می‌شود. کاربرد این روش در یک کانسار آهن، منجر به افزایش ۱۶ درصدی ارزش خالص فعلی نهایی در مقایسه با روش بهینه‌سازی مجزای محدوده کارگاه و زمان‌بندی تولید شد [۱۳].

در سال ۲۰۲۰، یک مدل ریاضی جدید با هدف حداکثر کردن ارزش خالص فعلی برای روش تخریب در طبقات فرعی

شوند تا در نهایت تصمیم مناسب اتخاذ شود.

۲- روش تحقیق

یکی از اهداف استخراج، دستیابی به سود بیشتر در کمترین زمان و بالا بردن ارزش خالص فعلی است. گاهی دلایلی مانند محدودیت‌های ژئوتکنیکی مانند همگرایی تونل‌ها، نشست، محدودیت دسترسی و دیگر موارد، مانع از استخراج کامل طبقه در یک زمان مشخص می‌شود و رسیدن به هدف به راحتی امکان‌پذیر نیست، بنابراین برای رسیدن به این هدف تلاش می‌شود، استخراج به طور هم‌زمان از چندطبقه انجام گیرد.

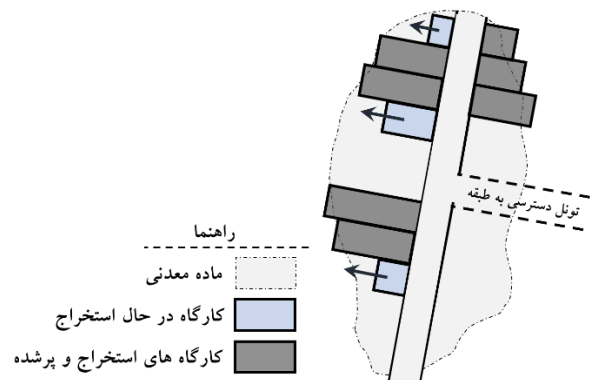
در برنامه‌ریزی تولید معادن زیرزمینی، محدودیت‌های زیادی مانند محدودیت‌های تولید، تهویه، ژئوتکنیک، ماشین‌آلات، دسترسی به کارگاه، نگهداری فضای زیرزمینی و محدودیت‌های ریزش سقف وجود دارد که هرکدام مربوط به افق‌های مختلف برنامه‌ریزی‌اند. به‌طور مثال در نظر گرفتن ظرفیت یک محدودیت برنامه‌ریزی بلندمدت و تهویه یک محدودیت برنامه‌ریزی میان‌مدت و مسایل مربوط به ماشین‌آلات مانند بارگیری و باربری و موقعیت قرارگیری آن‌ها از جمله محدودیت‌های برنامه‌ریزی عملیاتی است. مساله بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید را می‌توان با استفاده از روش‌های تحقیق در عملیات مدل‌سازی کرد. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح استفاده شده است. برای ساخت و حل این مدل از محیط نرم‌افزار متلب استفاده شده است. این نرم‌افزار برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی خطی از Cplex استفاده می‌کند.

در ادامه مدل ریاضی برنامه‌ریزی تولید برای معادنی که به روش کند و آکند استخراج می‌شوند، ارائه می‌شود. در شکل ۲ تصویر دید از بالا از یک طبقه استخراجی فرضی نشان داده شده است. طبق شکل، کارگاه‌های طبقه با توجه به موقعیت تونل مرکزی طبقه به ۲ دسته کارگاه‌های ردیف ۱ و ۲ تقسیم شده است. هدف این مقاله ارائه مدلی ریاضی برای تعیین زمان استخراج کارگاه‌هاست به نحوی که محصول تولید شده کمترین انحراف را از مقدار تولید پیش‌بینی شده داشته باشد.

در رابطه ۱ تابع هدف به صورت کمینه‌سازی انحراف از تولید تعریف شده است. طبق این رابطه، تابع هدف این مدل، کمینه کردن مقدار انحراف مثبت یا منفی از مقدار تولید هدف در سال‌های مختلف است. در این مدل، جریمه ناشی از انحراف از تولید در سال‌های مختلف یکسان در نظر گرفته شده است.

تحقیقات انجام شده در مورد برنامه‌ریزی تولید روش استخراج کند و آکند بسیار محدود است، بنابراین در این مقاله تلاش شده است که یک مدل ریاضی با هدف کمینه‌سازی انحراف از تولید برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت معادنی که به این روش استخراج می‌شوند، ارائه شود.

حالت خاصی از روش کند و آکند وجود دارد که به صورت ترکیبی از روش استخراج کارگاه و پایه و کند و آکند است و استفاده از این روش در معادن در حال توسعه است [۱۹]. در این روش، ابتدا کارگاه‌ها که به صورت تونل‌های موازی هم‌اند، حفر شده و ماده معدنی داخل آن‌ها استخراج می‌شود. برای اطمینان از پایداری کارگاه‌ها، پایه‌هایی بین آن‌ها به جا گذاشته می‌شود. پس از تکمیل استخراج ماده معدنی از داخل هر کارگاه برای ادامه استخراج ماده معدنی از کارگاه‌های مجاور باید ابتدا کارگاه‌های استخراج شده با ماده پرکننده تحکیم شوند. پس از پر کردن کارگاه‌های استخراج شده، امکان استخراج پایه‌ها فراهم می‌شود. این روش هم بصورت بالارو و هم پایین‌رو اجرا می‌شود. از مزایای این روش می‌توان به قابلیت استخراج انتخابی، بازیابی حداکثری ماده معدنی، ایمنی بالا و کنترل مناسب نشست زمین، و امکان به کارگیری در زمین‌های سست اشاره کرد. پس از پر کردن کامل کارگاه‌های یک طبقه، یک سقف مستحکم در بالای طبقات زیرین ایجاد شده است که باعث می‌شود عملیات استخراج در طبقات پایین با ایمنی بیشتری ادامه داده شود. در شکل ۱ نمایی از یک طبقه استخراجی در یک ذخیره توده‌ای نشان داده شده است. در این مقاله تلاش شده است که یک مدل برنامه‌ریزی تولید در حالتی که استخراج از طبقات مختلف به‌صورت هم‌زمان انجام می‌شود، توسعه پیدا کند.



شکل ۱- تصویر پلان از یک ذخیره توده‌ای که به روش ترکیبی کارگاه و پایه با پر کردن استخراج می‌شود

در زمان t استخراج شود، مقدار آن یک است و در غیر این صورت، مقدار آن صفر خواهد بود. با توجه به اینکه هر طبقه با یک تونل بازکننده مرکزی آماده‌سازی شده است، بنابراین جمعاً ۲ ردیف در هر طبقه وجود دارد یعنی $K=2$.
 T_{ikn} مقدار تولید کارگاه i در ردیف k در طبقه n است و برابر است با:

$$T_{ikn} = A \times L_{ikn} \times \rho_{ikn}$$

که در آن:

A سطح مقطع کارگاه است که برای تمام کارگاه یکسان در نظر گرفته شده است.

L_{ikn} طول کارگاه i در ردیف k در طبقه n

با توجه به گسترش ماده معدنی در هر طبقه طول کارگاه‌ها می‌تواند متفاوت باشد.

ρ_{ikn} چگالی مواد در کارگاه i در ردیف k و طبقه n

با توجه به تغییرات عیار در هر کارگاه، چگالی ماده معدنی در تمام کارگاه‌ها یکسان نیست.

محدودیت‌های ۴ و ۵، تضمین می‌کند که کارگاه‌ها فقط یکبار استخراج و پر شود.

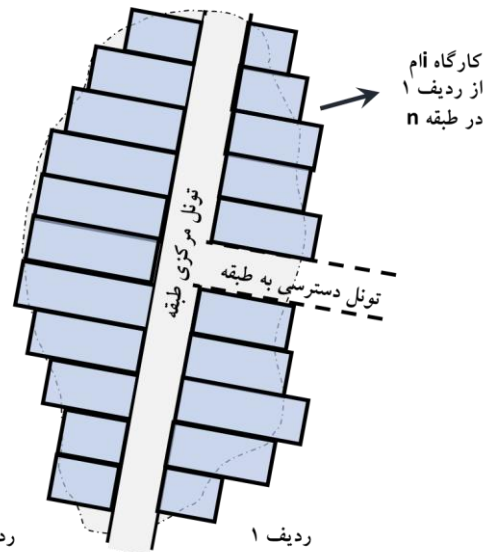
$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} = 1, \quad \forall i, k, n \quad (4)$$

$$\sum_{t=1}^T b_{iknt} = 1, \quad \forall i, k, n \quad (5)$$

که در آن:

b_{iknt} متغیر تصمیم است و اگر کارگاه i در ردیف k و طبقه n در زمان t پر شود مقدار آن یک است و در غیر این صورت برابر با صفر است.

محدودیت‌های ۶ و ۷، از استخراج هم زمان در کارگاه‌های مجاور یا روبه‌روی هم جلوگیری می‌کند. استخراج کارگاه‌های روبه‌روی هم به علت مشکلات ناشی از احتمال ناپایداری دهانه ایجاد شده توصیه نمی‌شود. یعنی کارگاه‌های با شماره یکسان که در ۲ ردیف مختلف قرار دارند، نباید هم‌زمان استخراج شوند. بدیهی است که کارگاه‌های مجاور هم نیز به طور هم‌زمان قابل استخراج نخواهند بود. یعنی برای کارگاه‌هایی که در یک ردیف قرار دارند، استخراج هم‌زمان کارگاه‌های مجاور امکان‌پذیر نیست. لنگه ایمنی بین ۲ کارگاه فعال معادل عرض S کارگاه در نظر گرفته شده است. یعنی اگر یک کارگاه در حال استخراج



شکل ۲- تصویر پلان موقعیت کارگاه‌ها در یک طبقه استخراجی

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T y_t^+ + y_t^- \quad (1)$$

که در آن:

y_t^+ معرف اضافه تولید در زمان t

y_t^- معرف کسری تولید در زمان t

پس از تعریف تابع هدف، محدودیت‌های مساله تعریف می‌شوند. محدودیت ۲، مقدار انحراف از تولید برنامه‌ریزی شده را محاسبه می‌کند.

$$TP_t - TR_t - y_t^+ + y_t^- = 0, \forall t \in T \quad (2)$$

که در آن:

TP_t معرف تولید برنامه‌ریزی شده در زمان t

TR_t معرف تولید واقعی در زمان t

محدودیت ۳، تولید واقعی در هر دوره را با توجه به استخراج یا عدم استخراج کارگاه‌ها کنترل می‌کند. در این مدل، طبق شکل ۲، فرض بر این است که بازکننده اصلی و تونل بابری در مرکز طبقه قرار دارد. کارگاه‌های استخراج در ۲ طرف تونل بابری مرکزی جانمایی شده‌اند. بنابراین کارگاه‌های هر طبقه به ۲ ردیف کارگاه‌های شرقی و غربی تقسیم شده‌اند.

$$TR_t = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn}, \forall t \in T \quad (3)$$

که در آن:

a_{iknt} متغیر تصمیم است و اگر کارگاه i در ردیف k و طبقه n

T_t^{mill} تناژ مورد نیاز کارخانه فرآوری در زمان t

محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴، بازه زمانی ممکن برای استخراج کارگاه‌ها را با توجه به زودترین و دیرترین زمان ممکن برای استخراج، مشخص می‌کند.

$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} \times t \leq lS_{ikn} \quad (13)$$

$$\sum_{t=1}^T a_{iknt} \times t \geq eS_{ikn} \quad (14)$$

که در آن:

lS_{ikn} eS_{ikn} به ترتیب معرف دیرترین زمان و زودترین زمان استخراج کارگاه i در ردیف k در طبقه n است.

محدودیت‌های ۱۳ و ۱۴ پیشرفت عملیات استخراج در طبقه‌های مختلف را کنترل می‌کند. با اعمال این ۲ محدودیت، زمان استخراج کارگاه‌های هر طبقه متناسب با اولویت‌های استخراج و مطابق برنامه بلندمدت مشخص می‌شود.

محدودیت ۱۵ با هدف رعایت مسایل پایداری، از استخراج هم‌زمان دو کارگاه که در دو طبقه مجزا و در یک ردیف، بر روی هم یا با فاصله یک کارگاه از هم قرار دارند جلوگیری می‌کند.

$$a_{iknt} + \sum_{i=1}^{i+1} a_{ikn+1t} \leq 1, \quad \forall t \in T \quad (15)$$

برای برنامه‌ریزی تولید یک معدن ابتدا برنامه تولید بلندمدت تهیه می‌شود. سپس بر اساس کارگاه‌هایی که طبق برنامه بلندمدت باید استخراج شوند، برنامه تولید کوتاه‌مدت تهیه می‌شود. بدیهی است که محدودیت‌های برنامه تولید بلندمدت و کوتاه‌مدت متفاوت‌اند. در این مقاله نیز به همین ترتیب عمل شده است. بنابراین ابتدا، یک برنامه‌ریزی تولید سالانه تهیه می‌شود. محدودیت‌های به کار رفته در افق زمانی سالانه شامل محدودیت‌های ۲ تا ۵، ۸، ۱۰ و ۱۳ تا ۱۵ است.

پس از برنامه تولید سالانه و مشخص شدن کارگاه‌های استخراجی در هر سال، مرحله بعدی برنامه‌ریزی کوتاه‌مدت ماهانه و تعیین توالی استخراج کارگاه‌ها در طول سال است. محدودیت‌های به کار رفته در افق زمانی ماهانه شامل تمام محدودیت‌های ۲ تا ۱۵ است.

باشد، کارگاه فعال بعدی در همان ردیف باید حداقل معادل S کارگاه با کارگاه یاد شده فاصله داشته باشد.

$$a_{iknt} + a_{i+sknt} \leq 1, \quad \forall i, k, n, t, s = 1, \dots, S \quad (6)$$

$$a_{iknt} + a_{ik+1nt} \leq 1, \quad \forall i, n, t, k = 1 \quad (7)$$

که در آن S معرف حداقل تعداد کارگاه‌هایی است که باید به عنوان لنگه در بین ۲ کارگاه فعال باقی گذاشته شود.

محدودیت ۸، پر شدن کارگاه را بلافاصله یا حداکثر در دوره بعد از استخراج آن کارگاه انجام می‌دهد. پر کردن هر کارگاه بر اساس ظرفیت انتقال ماده پرکننده و امکانات قالب‌بندی تعیین می‌شود که در ادامه توضیح داده شده است.

$$b_{iknt} + b_{ikn+1t} - a_{iknt} = 0, \quad \forall i, k, n, t \quad (8)$$

در محدودیت ۹، با توجه به تعداد تیم‌های استخراج، تعداد کارگاه‌های فعال در هر بازه زمانی مشخص می‌شود.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} \leq q_t, \quad \forall t \in T \quad (9)$$

که در آن q_t معرف تعداد تیم‌های استخراج فعال در بخش زیرزمینی است. این تعداد بر اساس برنامه زمانی می‌تواند متفاوت باشد ولی در این مقاله مقدار آن در هر دوره زمانی ثابت فرض شده است.

محدودیت‌های ۱۰ تا ۱۲، مقدار ماده معدنی استخراجی و مقدار ماده پرکننده را به ترتیب ظرفیت ناوگان حمل و نقل، ظرفیت تجهیزات پرکننده و ظرفیت کارخانه فرآوری در هر دوره محدود می‌کند.

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn} \leq T_t^L, \quad \forall t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N b_{iknt} \times B_{ikn} = B_t^f, \quad \forall t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N a_{iknt} T_{ikn} \leq T_t^{mill}, \quad \forall t \in T \quad (12)$$

که در آن:

T_t^L ظرفیت بارگیری و حمل در زمان t

B_t^f ظرفیت انتقال ماده پرکننده در زمان t

B_{ikn} حجم لازم برای پر کردن کارگاه i واقع در ردیف k و طبقه n

۳- نتایج اجرای مدل

می‌شود سپس برنامه تولید ماهانه با مشخص بودن برنامه استخراج طبقات تهیه شده است و ترتیب استخراج کارگاه‌ها در بازه‌های زمانی ماهانه و برای یک دوره ۱۲ ماهه مشخص شده است. در ادامه نتایج حاصل از هر سناریو به تفکیک ارائه شده است.

جدول ۱- مشخصات تعدادی از کارگاه تراز ۲۷۳۷+

نام کارگاه	تناژ (تن)	حجم (مترمکعب)	سرب (تن)	روی (تن)	طول (متر)
S2701W	۵۳۹	۲۲۹	۱۰	۱۶۸	۱۱٫۴
S2702W	۷۱۵	۲۸۰	۱۳	۲۴۳	۱۴
S2703W	۱۲۰۶	۴۱۷	۲۱	۴۶۱	۲۰٫۸
S2704W	۱۱۵۹	۳۸۲	۲۰	۴۷۵	۱۹٫۱
S2705W	۱۵۸۳	۴۸۱	۲۶	۷۱۲	۲۴
S2706W	۱۷۵۶	۵۴۲	۲۷	۸۴۰	۲۷
S2707W	۲۰۱۶	۵۱۷	۳۰	۹۷۶	۲۵٫۸
S2708W	۲۶۰۳	۷۵۵	۳۹	۱۲۵۸	۳۷٫۷
S2709W	۳۷۰۰	۱۲۳۹	۵۰	۱۶۴۹	۶۱٫۹
S2710W	۴۲۳۶	۱۲۱۴	۵۷	۱۸۹۴	۶۰٫۸
S2711W	۴۶۱۸	۱۲۵۲	۶۵	۲۱۰۱	۶۲٫۶
S2712W	۴۹۰۸	۱۲۸۰	۷۱	۲۲۴۰	۶۳٫۹
S2713W	۵۰۶۳	۱۳۲۰	۷۵	۲۲۸۸	۶۵٫۹
S2714W	۵۱۶۹	۱۳۵۴	۷۸	۲۳۱۶	۶۷٫۶
S2715W	۵۱۵۶	۱۳۰۳	۸۶	۲۲۸۶	۶۵٫۱
S2716W	۴۷۰۰	۱۱۷۸	۸۵	۲۱۲۰	۵۸٫۹
S2717W	۴۲۰۰	۱۰۵۲	۶۳	۲۰۲۵	۵۲٫۶
S2718W	۳۷۲۵	۹۲۶	۴۴	۱۹۱۲	۴۶٫۳
S2719W	۳۹۵۰	۹۹۰	۳۸	۲۰۹۱	۴۹٫۴
S2720W	۴۰۸۴	۱۰۱۵	۳۸	۲۱۸۸	۵۰٫۷

جدول ۲- اطلاعات برنامه‌ریزی تولید

پارامتر	واحد	مقدار
تعداد تیم‌های فعال (q_t)	تیم در ماه	۴
حداقل عرض لنگه بین دو کارگاه در حال استخراج	متر	معادل عرض ۲ کارگاه
دوره‌های برنامه‌ریزی (T)	سال (ماه)	۴ (۱۲)
ظرفیت بارگیری و حمل (T_t^L)	تن بر ساعت	۵۰
ظرفیت پر کردن (B_t^f)	متر مکعب در روز	۲۸۰

برای بررسی مدل، از اطلاعات ترازهای ۲۷۳۷+، ۲۷۳۳+ و ۲۷۲۱+ معدن زیرزمینی انگوران که به روش کند و آکند استخراج می‌شود، استفاده شده است. سطح مقطع کارگاه‌های استخراجی ۴ × ۵ متر در نظر گرفته شده است.

با توجه به ابعاد هر کارگاه و موقعیت آن، تناژ و فلز محتوی هر کارگاه بر اساس مدل بلوکی ذخیره محاسبه شده است. در جدول ۱، اطلاعات ۲۰ مورد از کارگاه‌های تراز ۲۷۳۷+ به عنوان نمونه آورده شده است. این کارگاه‌ها در یک ردیف و در بخش غربی بازکننده اصلی طبقه ۲۷۳۷+ قرار دارند. طول هر کارگاه با توجه به موقعیت تونل بازکننده و گسترش ماده معدنی در هر طبقه متفاوت است و این موضوع در جدول ۱ دیده می‌شود.

همچنین عیار و تناژ ماده معدنی داخل هر کارگاه متناسب با اطلاعات مدل بلوکی متفاوت است. با توجه به طول هر کارگاه، زمان لازم برای استخراج و پرکردن آن‌ها نیز متفاوت خواهد بود که این امر باعث پیچیدگی برنامه‌ریزی تولید و تعیین توالی استخراج کارگاه‌ها می‌شود، بنابراین استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای انجام این کار ضروری به نظر می‌رسد.

بر اساس شرایط فعلی معدن، میزان پیشروی در هر کارگاه ۲٫۵ متر در روز در نظر گرفته شده است. کارگاه‌ها، پس از استخراج کامل با ماده پرکننده پر می‌شوند. برای این کار، کارگاه‌های استخراج شده به طول‌های ۱۰ متری تقسیم می‌شوند و زمان لازم برای پرکردن هر بخش با توجه به مقاومت ماده پرکننده ۳ روز است. به عنوان مثال اگر طول یک کارگاه ۴۰ متر باشد، ۱۶ روز برای استخراج این کارگاه و برای پر کردن این کارگاه ۱۲ روز زمان نیاز است. به عبارتی استخراج و پرکردن یک کارگاه ۴۰ متری حداقل در ۲۸ روز تکمیل می‌شود (تقریباً یک ماه در نظر گرفته شده است). به همین ترتیب، زمان استخراج و پرکردن سایر کارگاه‌ها محاسبه شده است.

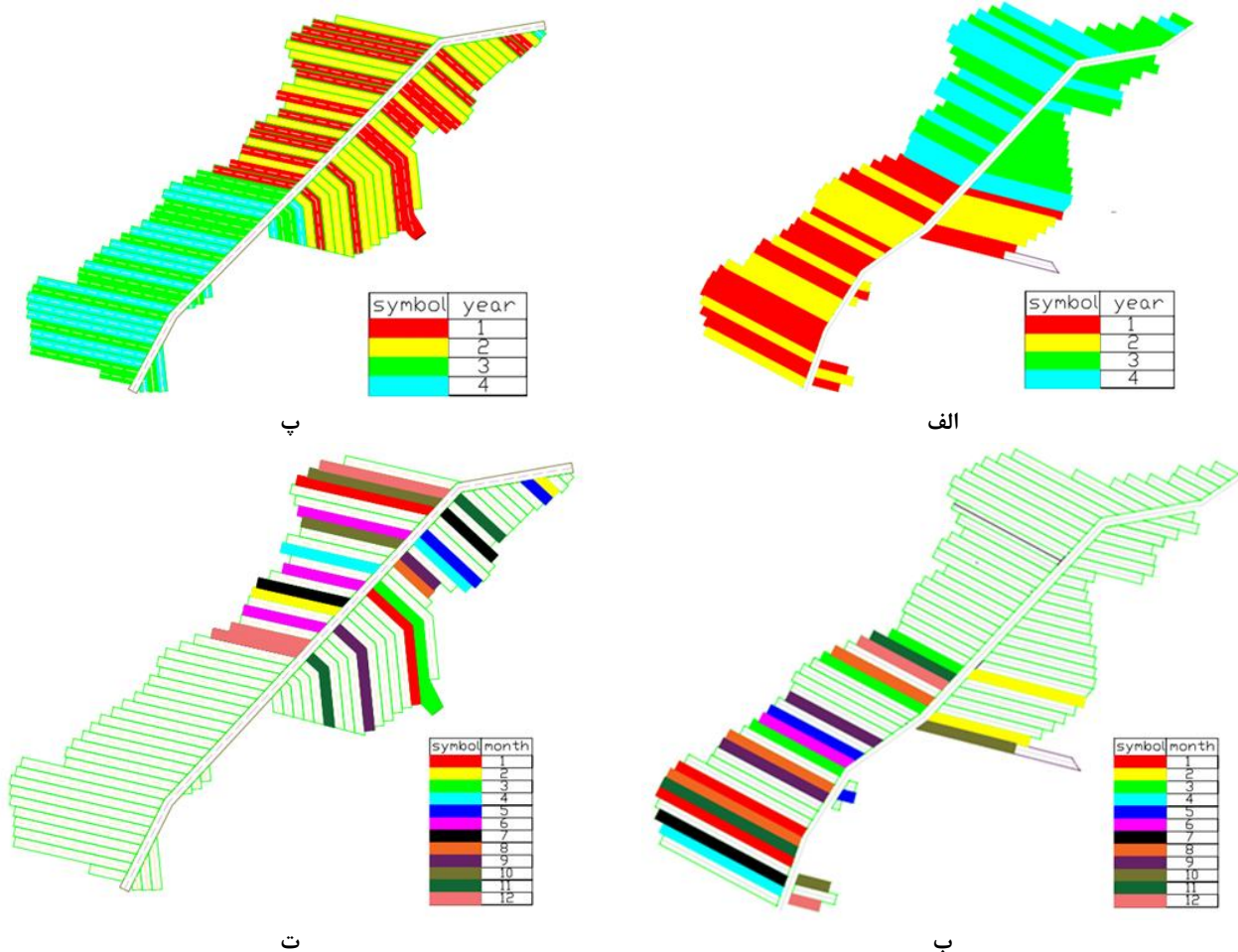
برنامه‌ریزی تولید در ۲ سناریو مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. در سناریوی ۱ برنامه‌ریزی تولید برای دو طبقه در ترازهای ۲۷۳۷+ و ۲۷۳۳+ تهیه شده است. در سناریوی ۲ برنامه‌ریزی تولید برای دو طبقه در ترازهای ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+ انجام شده است. سایر اطلاعات مورد نیاز برای اجرای مدل برنامه‌ریزی تولید در جدول ۲، آورده شده است.

در هر سناریو، ابتدا برنامه تولید سالانه برای طبقات تعیین

۳-۱- استخراج هم‌زمان طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۳۳+

در این سناریو، کارگاه‌های موجود در طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۳۳+ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در شکل ۳ نمای دید از بالای این طبقات نشان داده شده است. این طبقات دقیقاً بر روی هم قرار دارند. بنابراین در صورتی که تصمیم به استخراج هم‌زمان این طبقات باشد باید ترتیب استخراج کارگاه‌ها به نحوی باشد که امکان استخراج هم‌زمان از این ۲ طبقه با رعایت مسایل ایمنی وجود داشته باشد. تراز ۲۷۳۳+ بدون واسطه در زیر تراز ۲۷۳۷+ قرار دارد که این موضوع اجرا و نگهداری تونل بازکننده طبقه را غیرممکن می‌سازد. بنابراین در صورتی که کارگاه‌ها به صورت پراکنده استخراج شوند، نمی‌توان به‌طور هم‌زمان دو کارگاه و لنگه‌های مجاور آن را که بر روی همدیگر قرار گرفته‌اند، استخراج کرد. برای برطرف کردن این مشکل، هر طبقه به ۲ پهنه شمالی و جنوبی تقسیم شده است. بنابراین

عملیات استخراج می‌تواند در پهنه شمالی طبقه بالا و پهنه جنوبی طبقه پایین یا بالعکس به‌طور هم‌زمان انجام شود و عملیات استخراج تداخلی با هم نخواهند داشت. به عنوان مثال، زمانی که استخراج در تراز ۲۷۳۷+ و از دورترین نقطه پهنه جنوبی شروع می‌شود باید به‌طور هم‌زمان استخراج از دورترین نقطه پهنه شمالی تراز ۲۷۳۳+ شروع شود. با توجه به مقدار ذخیره در این طبقه‌ها، ظرفیت استخراج باید حداقل ۱۳۵ هزارتن در سال در نظر گرفته شود تا بتوان در یک دوره ۴ ساله کل این طبقات را استخراج کرد. در شکل ۳، ترتیب استخراج کارگاه‌ها بر اساس برنامه‌ریزی سالانه و ماهانه آورده شده است. طبق شکل، برنامه‌ریزی سالانه معدن بر اساس استخراج پهنه جنوبی طبقه ۲۷۳۷+ و پهنه شمالی طبقه ۲۷۳۳+ به عنوان طرح بهینه تعیین شده است. همچنین ترتیب استخراج کارگاه‌ها در سال اول تولید در شکل ۳-ب و ۳-ت آمده است.



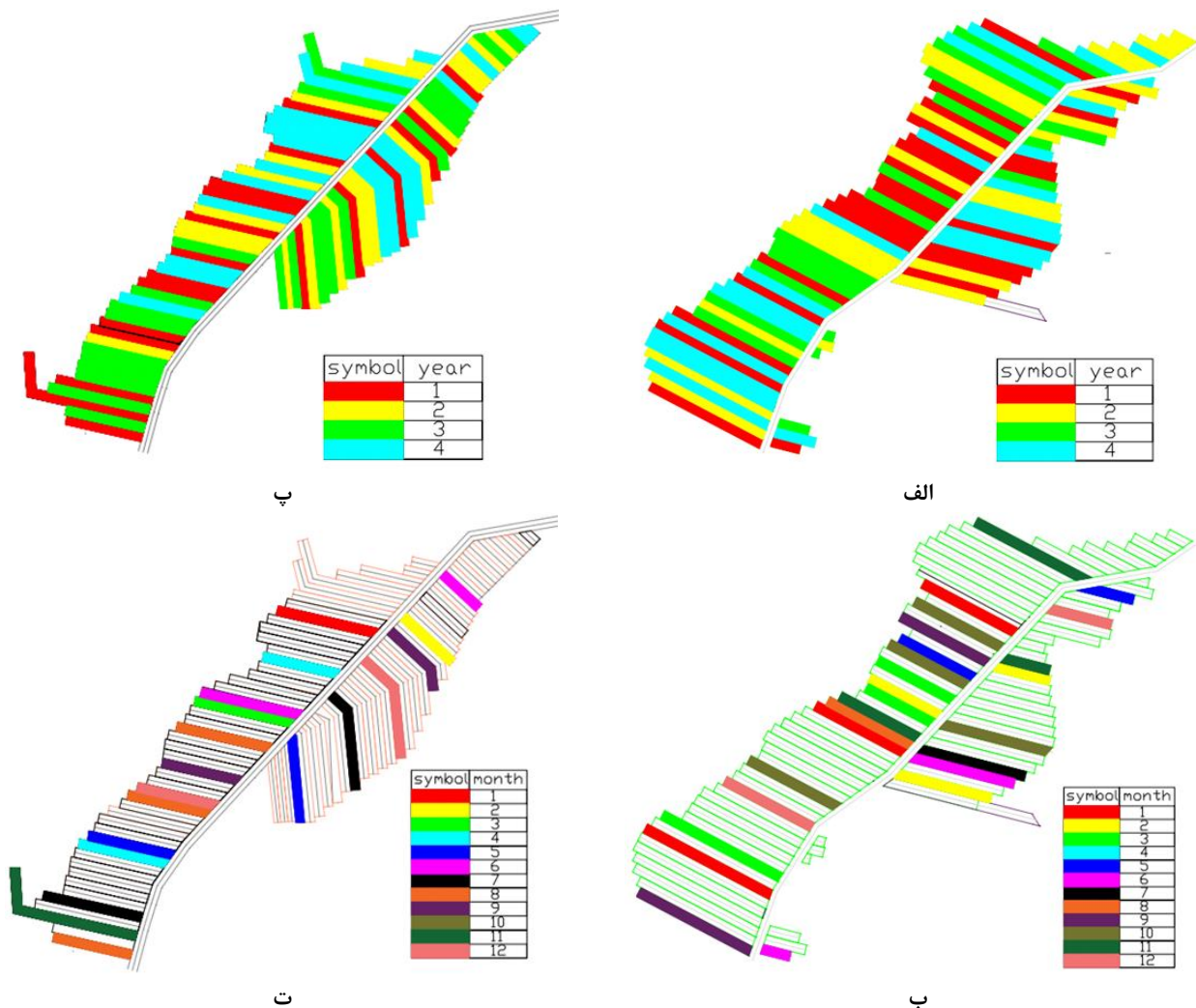
شکل ۳- ترتیب استخراج سالانه و ماهانه کارگاه‌های طبقات ۲۷۳۷+ و ۲۷۳۳+ (نتایج مربوط به سناریوی ۱). الف) برنامه سالانه طبقه ۲۷۳۷+، ب) برنامه ماهانه طبقه ۲۷۳۷+، پ) برنامه سالانه طبقه ۲۷۳۳+، ت) برنامه ماهانه طبقه ۲۷۳۳+

ظرفیت استخراج باید حداقل ۱۲۵ هزارتن در سال در نظر گرفته شود. با توجه به ظرفیت تولید و بر اساس مفروضات جدول ۲، برنامه‌ریزی تولید این طبقات نیز انجام شد و نتایج آن در شکل ۴، به صورت ترتیب استخراج کارگاه‌ها آورده شده است.

با توجه به ظرفیت تولید هر سناریو، تعداد کارگاه‌های استخراجی در هر سال متفاوت شده است. طبق نتایج، میزان انحراف از تولید در سال اول در هر ۲ سناریو یکسان است و در حداقل مقدار ممکن یعنی صفر قرار دارد. به عبارتی تولید پیش‌بینی شده قابل استخراج است و بنابراین جریان پولی پیش‌بینی شده محقق می‌شود. میزان انحراف از تولید بر اساس هر ۲ سناریو در جدول ۳ و شکل ۵ آورده شده است.

۳-۲- استخراج هم‌زمان طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+

در این سناریو، کارگاه‌های موجود در طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+ مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در شکل ۴ نمای دید از بالای این طبقات نشان داده شده است. با توجه به اینکه هر کارگاه ۴ متر ارتفاع دارد، تعداد طبقاتی که به صورت لنگه بین طبقه‌های ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+ وجود دارد ۳ طبقه است. یعنی فاصله عمودی بین این ۲ طبقه ۱۲ متر است (فاصله بین سقف کارگاه‌های تراز ۲۷۲۱+ و کف کارگاه‌های تراز ۲۷۳۷+). بنابراین امکان استخراج هم‌زمان کارگاه‌ها در این ۲ طبقه وجود دارد و ترتیب استخراج کارگاه‌ها در این ۲ طبقه متاثر از هم نیست و بنابراین نیازی به پهنه‌بندی طبقه‌ها نیست. با توجه به اینکه این ۲ طبقه باید در ۴ سال استخراج و پر شوند. با توجه به مقدار ذخیره در این طبقه‌ها،



شکل ۴- ترتیب استخراج سالانه و ماهانه کارگاه‌های طبقات ۲۷۳۷+ و ۲۷۲۱+ (نتایج مربوط به سناریوی ۲) الف) برنامه سالانه طبقه ۲۷۳۷+، ب) برنامه ماهانه طبقه ۲۷۳۷+، پ) برنامه سالانه طبقه ۲۷۲۱+، ت) برنامه ماهانه طبقه ۲۷۲۱+

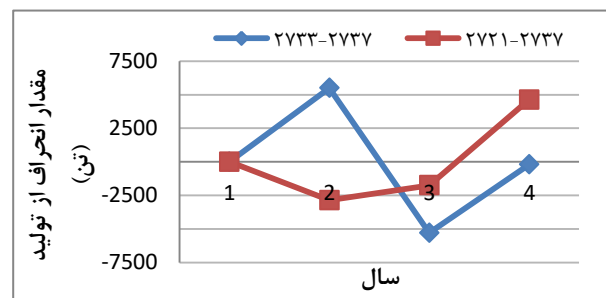
جدول ۳- نتایج برنامه‌ریزی تولید با سناریوی ۱ و ۲

سناریو	سناریوی ۱: استخراج طبقه ۲۷۳۷ و ۲۷۳۳+		سناریوی ۲: استخراج طبقه ۲۷۳۷ و ۲۷۲۱+		سال
	انحراف از تولید		انحراف از تولید		
	تعداد کارگاه استخراجی	(تن)	تعداد کارگاه استخراجی	(تن)	
۱	۰٫۰	۱	۰٫۰	۱	۱
۲	۴٫۱	۵۴۹۴	-۲٫۴	-۲۸۶۳	۲
۳	-۳٫۹	-۵۲۹۷	-۱٫۴	-۱۷۵۰	۳
۴	-۲٫۰	-۲۰۳	۳٫۸	۴۶۲۰	۴

بررسی سناریوهای مختلف در معدن زیرزمینی انگوران به کار گرفته شد. این مدل امکان بررسی استخراج چند کارگاه از چند طبقه را فراهم می‌کند. برای این منظور، مدل پیشنهادی در ۲ سناریو مختلف برای استخراج طبقه‌های ۲۷۳۷ و ۲۷۳۳+ و ۲۷۲۱+ استفاده شد. مطابق نتایج، سناریوی شماره ۲ که در آن استخراج هم‌زمان از دو طبقه ۲۷۳۷ و ۲۷۲۱+ مد نظر است علاوه بر رعایت مسایل ایمنی، از نظر تولید یکنواخت ماده معدنی نسبت به سناریوی ۱ مناسب‌تر است و انحراف از تولید در سال اول صفر درصد و در سال دوم کمتر از ۲٫۴ درصد است.

منابع

- Chanda, E.C.K. 1990, "An application of integer programming and simulation to production planning for a stratiform ore body", Mining Science and Technology, 11 (2), 165-172.
- Pourrahimian, Y., and Askari-Nasab, H. 2013, "A multi-step approach for block cave production scheduling optimization", International Journal of Mining Science and Technology, 23(5), 739-750.
- Wooller, R. 1992, "Production scheduling system", Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section A, 101 47-554.
- Nehring, M., Topal, E., Kizil, M., and Knights, P., 2012, "Integrated short- and medium-term underground mine production scheduling", Journal- South African Institute of Mining and Metallurgy, 112, 359-372.
- Chowdu A., Nesbitt P., Brickey A., and Newman A.M. 2022. "Operations research in underground mine planning: a review". INFORMS Journal on Applied Analytics 52(2):109-132.
- Shami-Qalandari, M., Rahmanpour, M., Mirabedi, S.M.M., 2022. "Determining a resilient stope boundary for underground mass mining projects", Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 103-116.
- Jawed, M. 1993. Optimal production planning in



شکل ۵- انحراف تولید تحت سناریوی ۱ و ۲

طبق شکل ۳، در سناریوی ۱ که استخراج طبقه‌های ۲۷۳۷ و ۲۷۳۳+ بررسی شد، میزان انحراف از تولید در سال دوم افزایش یافته است که به معنی اضافه تولید در سال دوم است. باید توجه شود که این اضافه تولید می‌تواند کمبود تولید در سال سوم را جبران و روند خوراک‌دهی به کارخانه به صورت یکنواخت انجام گیرد.

طبق نتایج، تولید معدن بر اساس سناریوی شماره ۲ در سال ۲ و ۳ حداکثر به میزان ۲٫۴ درصد با افت تولید مواجه است که این میزان افت در سال ۴ تامین شده است.

۴- نتیجه‌گیری

انتخاب درست یک برنامه تولید در طراحی معادن زیرزمینی نقش بسیار مهمی دارد. روش‌های بهینه‌سازی برنامه‌ریزی تولید به طور جامع در استخراج زیرزمینی بنا به وجود محدودیت‌های استخراج استفاده نمی‌شود و عمدتاً برنامه‌ریزی به صورت دستی انجام می‌شود که علاوه بر زمان‌بر بودن، مقدار کمی از محدودیت‌ها را در بر می‌گیرد. توسعه یک روش برنامه‌ریزی ریاضی، مهندسان معدن را قادر می‌سازد تا سناریوهای مختلف استخراج را برای تولید یک برنامه زمانی مناسب استخراج و مقایسه کند. در این مقاله، یک مدل ریاضی برای بهینه‌سازی برنامه‌ریزی معدن کند و آکند ارائه شد. مدل ارائه و برای

14. Shenavar, M., Ataee-pour, M., and Rahmanpour, M., 2020, "A New Mathematical Model for Production Scheduling in Sub-level Caving Mining", *Journal of Mining and Environment*, 11(3), 765-778.
 15. Huang S., Li G., Ben-Awuah M., Afum B.O., and Hu N., 2020. "A robust mixed integer linear programming framework for underground cut-and-fill mining production scheduling", *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 34(6), 397-414
 16. Manriquez F., Perez J., and Morales N., 2020. "A simulation-optimization framework for short-term underground mine production scheduling", *Optimization and Engineering*, 21(3), 939-971, DOI: 10.1007/s11081-020-09496.
 17. Brickey AJ, Chowdu A, Newman A, Goycoolea M, and Godard R., 2021. "Barrick's Turquoise Ridge gold mine optimizes underground production scheduling operations". *INFORMS J. Appl. Analytics* 51(2):106-118.
 18. Sari, Y.A., and Kumral, M., 2021, "Clustering-based iterative approach to stope layout optimization for sublevel stoping", *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 121(3), 97-106.
 19. Stephan G., 2011. "Cut-and-fill Mining", Chapter 13.5 in Darling P. (Ed.) *SME mining engineering handbook*, 3rd edition, Society of Mining, Metallurgy, and Exploration Inc. (SME), 1365-1373
 8. Trout, L. P. 1995, "Underground mine production scheduling using mixed integer programming", In 25th International APCOM Symposium Proceedings, 395- 400.
 9. Nehring, M. 2006, "Stope sequencing and optimization in underground hard rock mining", Bachelor thesis, The University of Queensland, Brisbane.
 10. Little, J., Knights, P., and Topal, E.; 2013; *Integrated optimization of underground mine design and scheduling*. "Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy", 113, 775-785.
 11. O'Sullivan, D., and Newman, A., 2015, "Optimization-based heuristics for underground mine scheduling", *European Journal of Operational Research*, 241, 248-259.
 12. Terblanche, S., and Bley, A., 2015, "An improved formulation of the underground mine scheduling optimization problem when considering selective mining", *Orion*, 31, 1-16.
۱۳. فروغی، ث، خادمی، ج، منجزی، م، نرینگ، م، ۱۳۹۸، «بهبود سازی همزمان محدوده کارگاه و زمان‌بندی تولید در روش استخراج از طبقات فرعی»، نشریه علمی پژوهشی مهندسی معدن، ۱۴(۴۳)، ۸۱-۹۰.