



## Investigation of Crack Initiation and Crack Damage Stresses in the Shear Failure of Intact Rock

Mohsen Alidaryan<sup>1</sup>, Mohammad Hossein Khosravi<sup>2</sup>, Mojtaba Bahaaddini<sup>3\*</sup>, Mahdi Moosavi<sup>4</sup>

1. MSc graduate, School of Mining Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, m.alidaryan1@ut.ac.ir
2. Associate Professor, School of Mining Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, mh.khosravi@ut.ac.ir
2. Department of Mining Engineering, Faculty of Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran, mh.khosravi@birjand.ac.ir
3. Associate Professor, School of Mining Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, m.bahaaddini@ut.ac.ir
3. Department of Mining Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, m\_bahaaddini@uk.ac.ir
4. Professor, School of Mining Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran, mmoosavi@ut.ac.ir

Received: 2022/10/07 - Accepted: 2023/06/18

### Abstract

Due to the significant advancement in the mining and tunneling industry, the depth of underground excavation has been considerably increased. As a consequence of the increase in depth, the intact rock strength plays a significant role in rock mass failure. Therefore, the study of intact rock failure has become more crucial. Crack damage and crack initiation stress are the two important characteristics of intact rock failure, which have rarely been studied in the shear failure process. This study aims to investigate the crack damage and crack initiation stresses in the shear failure using the discrete element method by numerical modeling of the direct shear test (DST). By undertaking the DST under eight different constant normal stresses, these two stress levels have been studied in brittle, brittle-ductile transition, and ductile failure modes. It was revealed that the crack initiation and crack damage stresses occur in 70-91 and 85-95 percent of the peak shear strength, respectively. Also, it was observed that the ratio of crack initiation and crack damage stresses to the peak shear strength decreases with an increase in the normal stress.

### Keywords

Crack Initiation Stress, Crack Damage Stress, Peak Shear Strength, Direct Shear Test, Discrete Element Method.

\* Corresponding Author



## 1- Introduction

Excavating underground openings at great depths results in the stress concentration near the boundary of excavated spaces. This can lead to the violent failure of the intact rock, such as the rockburst failure phenomenon. Mining laborers and equipment are at significant risk of being unsafe in these failures. Over the past decade, characteristics of intact rock failure, such as crack initiation and crack damage stresses, have been studied by numerous studies [1-4]. The crack initiation stress is the stress level at which stable cracks are generated, and their progress is ceased by halting the stress level. Meanwhile, at the crack damage stress level, the number of cracks increases dramatically, and unstable cracks are generated in the specimen. It has been shown that the crack initiation and crack damage stresses commonly occur approximately at 40 and 80 percent of the uniaxial compressive strength (UCS), respectively [1]. However, these studies in direct shear test (DST) are minimal, and in the brittle failure mode, these stress levels are observed to occur at 80 and 88 percent of the peak shear strength, respectively [5].

In this study, numerical modeling of the DST was undertaken using the discrete element method to investigate the ratios of crack damage and crack initiation stresses to peak shear strength. First, the numerical models' micro-parameters were calibrated under direct tensile, uniaxial, and triaxial compression tests using the mechanical properties of a typical synthetic rock. DSTs under different normal stresses were undertaken to investigate the validity of numerical models, and the results were compared against experimental tests. Then, DST at a wide range of constant normal stresses was undertaken to investigate the failure mechanisms at brittle, brittle to ductile transition, and ductile modes.

## 2- Methods

For the DST's numerical modeling, the numerical model's micro-mechanical properties were first calibrated through direct tensile, uniaxial, and triaxial compression tests to reproduce the mechanical properties reported in the laboratory scale. This calibration was carried out by following the methodology developed in previous studies [6]. The results of the calibrated numerical model are shown in Figure 1 and compared against physical experiments. These results show that the numerical model agrees with physical experiments.

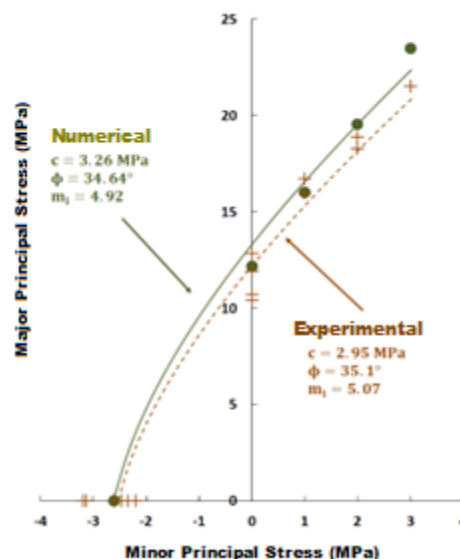


Figure 1. Comparison of failure envelopes of physical tests [7] against numerical modeling

Then, the DST was numerically simulated and compared against the peak shear strength of physical DST experiments [7]. The results are presented in Table 1, which shows that the average difference between numerical and experimental tests is less than 4%.

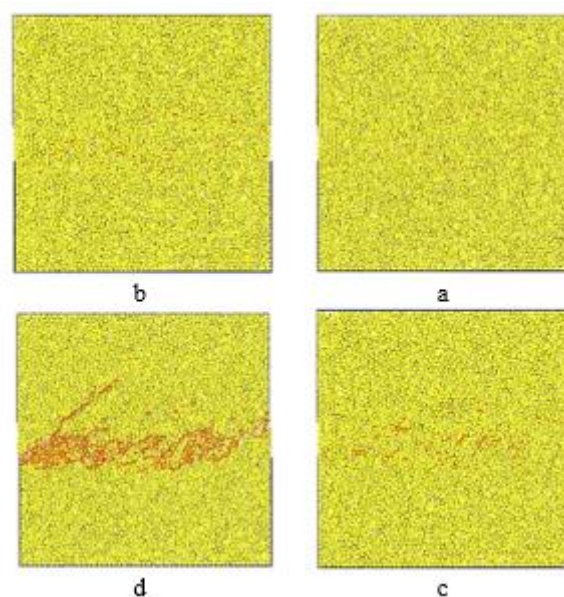
**Table 1. Comparison of peak shear strength of physical tests [7] against numerical tests**

Normal Stress (MPa)	Peak Shear Strength (MPa)		Difference (%)
	Physical	Numerical	
0.001	2.91	2.73	6.19
0.81	3.36	3.40	1.19
1	3.53	3.51	0.57
1.23	3.65	3.64	0.27
1.43	3.90	3.84	1.54
1.64	4.18	3.92	6.22
1.85	4.58	4.13	9.83
2.1	4.47	4.27	4.47
Everage Difference (%)			3.79

Then, eight different numerical DSTs were carried out under constant normal stresses of 1 to 8 MPa. Each test recorded the crack evolution during the shearing process, and the crack initiation and crack damage stresses were determined.

### 3- Findings and Argument

Figure 2 shows the generated cracks in a specimen under the constant normal stress of 1 MPa. In the brittle failure mode (1 MPa normal stress), crack initiation and crack damage stresses occur at 91 and 95 percent of the peak shear strength, respectively. This result is in good agreement with previous studies [5].



**Figure 2. Crack evolution under the constant normal stress of 1 MPa, a) crack initiation, b) crack damage, c) peak strength and d) residual state**

The measured crack initiation and crack damage stresses at different normal stresses were measured, and the results are shown in Figure 3. Results of this study show that the ratios of crack initiation and crack damage stresses to the peak shear strength are different from that of uniaxial compression tests. These stress levels in the DST under brittle failure mode occur at 91 and 95 percent, respectively. In DSTs, the crack initiation stress and crack damage stresses generally are 70 to 91 and 85 to 95 percent of the peak shear strength, respectively. The increase in the normal stress in the DSTs results in a decrease in both the crack initiation and crack damage stresses to the peak shear strength ratios.

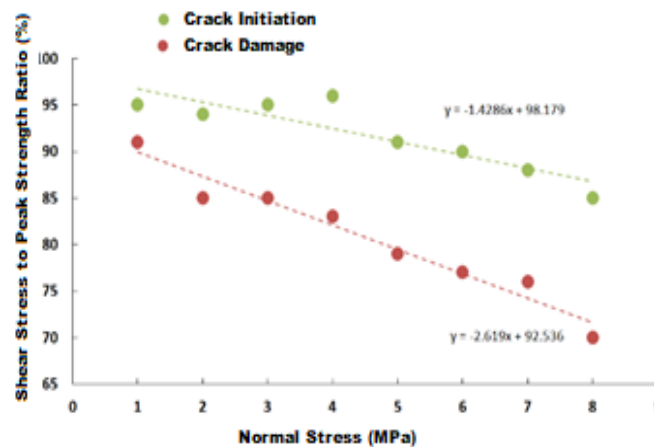


Figure 3. Changes of crack initiation and crack damage stresses per peak shear strength at different normal stresses in a numerical direct shear test

#### 4- Conclusions

In this study, crack initiation and crack damage stresses in direct shear tests at different failures were numerically investigated using the discrete element method. First, numerical models were calibrated under direct tensile, uniaxial, and triaxial compression tests. Then, direct shear tests under different normal stresses were carried out, and the results were compared against those of physical experiments. Good agreement was observed between experimental and numerical tests. Eight normal stresses were chosen to study the crack evolution under brittle, transition, and ductile failure modes. Results of these experiments showed that crack initiation occurs in the range of 70 to 91 percent of the peak shear strength, while crack damage occurs in the range of 85 to 95 percent. It was observed that the increase in normal stress and the corresponding change in the failure mode from brittle to ductile mode results in a decrease in the ratio of crack initiation and crack damage stresses to peak shear strength.

#### References

1. Martin, C. D., and N. A. Chandler. "The progressive fracture of Lac du Bonnet granite." In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, vol. 31, no. 6, pp. 643-659. Pergamon, 1994.
2. Bieniawski, Z. T. "Mechanism of brittle fracture of rock: part I—theory of the fracture process." In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, vol. 4, no. 4, pp. 395-406. Pergamon, 1967.
3. Lajtai, E. Z., and Vlasta N. L. "The evolution of brittle fracture in rocks." *Journal of the Geological Society* 130, no. 1 (1974): 1-16.
4. Eberhardt, E., D. Stead, B. Stimpson, and R. S. Read. "Identifying crack initiation and propagation thresholds in brittle rock." *Canadian Geotechnical Journal* 35, no. 2 (1998): 222-233.
5. Shang, D., Y. Chen, Z. Zhao, Shuantong Shangguan, and Xiaofei Qi. "Mechanical behavior and acoustic emission characteristics of intact granite undergoing direct shear." *Engineering Fracture Mechanics* 245 (2021): 107581.
6. Bahaaddini, M., A. M. Sheikhpourkhani, and H. Mansouri. "Flat-joint model to reproduce the mechanical behaviour of intact rocks." *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 25, no. 8 (2021): 1427-1448.
7. Cho, N. "Discrete Element Modeling of Rock Pre-Peak Fracturing and Dilation." PhD diss., University of Alberta, 2008.

مقاله پژوهشی

بررسی سطوح تنش شروع ترک و خسارت ترک در رفتار برشی سنگ بکر

محسن عالی‌داریان<sup>۱</sup>، محمدحسین خسروی<sup>۲</sup>، مجتبی بهاء‌الدینی<sup>۳\*</sup>، مهدی موسوی<sup>۴</sup>

۱. کارشناس ارشد مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، تهران، ایران، m.alidaryan1@ut.ac.ir

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، تهران، ایران و

گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران، mh.khosravi@ut.ac.ir

۳. دانشیار، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، تهران، ایران، m.bahaaddini@ut.ac.ir

۴. استاد، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران، تهران، ایران، mmoosavi@ut.ac.ir

دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۱۵ - پذیرش: ۱۴۰۲/۰۳/۲۸

چکیده

با رشد روز افزون حفريات عميق معدنی و عمرانی، شناخت و تحليل شکست سنگ بکر اهمیت زیادی یافته است. دو مشخصه مهم تنش در شکست سنگ بکر، تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک است که اهمیت بسزایی در شناخت رفتار سنگ هنگام شکست دارد. با وجود انجام مطالعات متعدد آزمایشگاهی در زمینه شکست فشاری سنگ بکر، مطالعات بسیار محدودی در زمینه تحلیل این دو سطح تنش در شکست برشی سنگ بکر انجام شده است. در این مطالعه با استفاده از مدل‌سازی عددی المان مجزا، رفتار سنگ بکر در آزمون برش مستقیم در حالت‌های مختلف شکست ترد، انتقالی و شکل‌پذیر بررسی و نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت برشی اوج تعیین شد. برای این منظور، ابتدا خواص ریزمقیاس مدل تحت شرایط مختلف بارگذاری کششی مستقیم، تک محوره و سه محوره برای نوعی سنگ مصنوعی واسنجی شد. سپس آزمون برش مستقیم بر روی سنگ بکر و تحت شرایط تنش نرمال قائم متفاوت شبیه‌سازی شد. نتایج مدل‌سازی آزمون برش انجام گرفته با نتایج آزمایشگاهی موجود در مطالعات پیشین مورد مقایسه قرار گرفت و مشخص شد که مدل عددی توانایی مناسبی در پیش‌بینی رفتار برشی سنگ بکر را دارد. همچنین مشخص شد که تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک به ترتیب در بازه‌های ۷۰ تا ۹۱ و ۸۵ تا ۹۵ درصد مقاومت برشی اوج تحت تنش‌های قائم مختلف رخ می‌دهد. نتایج این تحقیق نشان داد که با افزایش تنش نرمال، نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت برشی اوج یک روند کاهشی دارد. از نتایج این تحقیق می‌توان برای تحلیل سازه‌های تحت برش همانند دیواره‌های شیب‌دار و پیچ‌سنگ‌ها استفاده کرد.

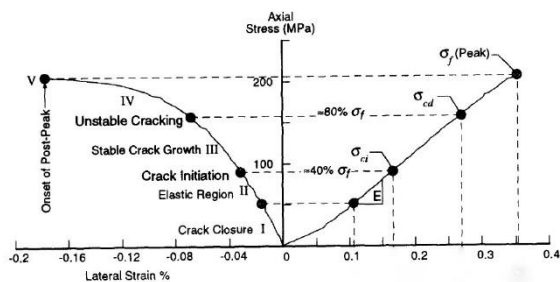
کلمات کلیدی

تنش شروع ترک، تنش خسارت ترک، آزمون برش مستقیم، مدل‌سازی عددی المان مجزا

## ۱- مقدمه

سطح تنش شروع ترک، تنشی است که در آن رشد پایدار ترک آغاز می‌شود و در صورت توقف بارگذاری، رشد ترک متوقف می‌شود. سطح تنش خسارت ترک، تنشی است که رشد ناپایدار ترک با سرعت بالا شروع می‌شود و حتی با توقف بارگذاری، رشد ترک متوقف نخواهد شد. به دلیل اهمیت این دو سطح تنش در شناخت شکست سنگ بکر، در دهه‌های اخیر مطالعات فراوانی برای بررسی این سطوح تنش انجام شده است.

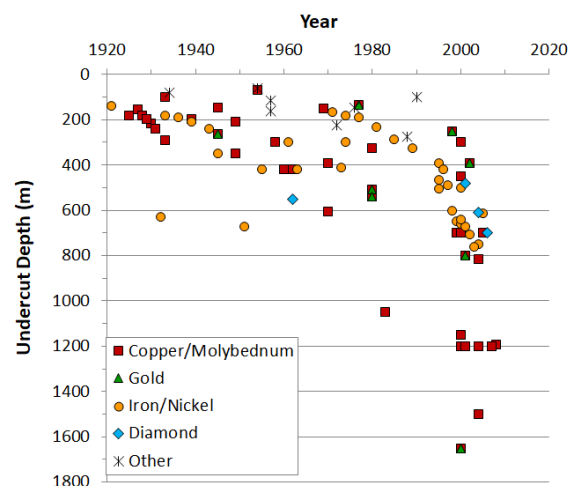
برای یک آزمون مقاومت فشاری تک محوره در شرایط و ابعاد استاندارد، انتظار می‌رود که تنش شروع ترک حدود ۴۰ درصد و تنش خسارت ترک حدود ۸۰ درصد مقاومت فشاری اوج اتفاق افتد و منحنی تنش-کرنش شکست ترد سنگ بکر را به پنج قسمت متفاوت تقسیم می‌کند [۴]. در شکل ۲ می‌توان یک نمونه از منحنی تنش-کرنش آزمون فشاری محوری را مشاهده کرد.



شکل ۲- دیاگرام تنش-کرنش محوری آزمون تک محوره فشاری بر روی گرانیت لاک دو بونت به همراه نمایش سطوح تنش مقاومت اوج، تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک [۴]

در شکل ۲ پنج قسمت منحنی تنش-کرنش مشخص شده است. قسمت اولیه منحنی مربوط به بسته شدن میکروترک‌های موجود در نمونه است. این قسمت ممکن است، باشد یا ممکن است وجود نداشته باشد. این موضوع بستگی به چگالی و هندسه ترک‌های اولیه دارد. پس از بسته شدن میکروترک‌ها، سنگ به عنوان یک ماده خطی، هموزن و الاستیک فرض می‌شود. در حدود ۴۰ درصد مقاومت فشاری معمولاً اتساع سنگ و رشد ترک‌های موازی با جهت بارگذاری اتفاق می‌افتد. از آنجا که ادامه گسترش این ترک‌ها منوط به ادامه بارگذاری است؛ این سطح تنش را تنش رشد پایدار ترک یا تنش شروع ترک در نظر می‌گیرند که به عنوان شروع قسمت سوم قلمداد می‌شود [۴]. مطالعات قبلی نشان می‌دهد که تنش‌های نزدیک به تنش شروع ترک، مقاومت سنگ را کاهش نمی‌دهد [۴]. در حدود ۸۰ درصد مقاومت فشاری تک‌محوره، جایی که کرنش محوری از حالت خطی خود خارج می‌شود به عنوان آغاز قسمت چهارم شناخته می‌شود. در این سطح تنش، ترک به

عمق معدنکاری زیرزمینی بعد از سال ۲۰۰۰ میلادی، رشد بسیار شدیدی پیدا کرده است. به عنوان مثال، عمق معدنکاری در کانادا و جنوب آفریقا برای دستیابی به منابع عمیق‌تر، از ۲۵۰۰ متر تجاوز کرده است. در بخش‌هایی از اروپا ساخت تونل‌های قطار در محیط‌هایی با بیش از ۲۰۰۰ متر روباره اتفاق افتاده است [۱]. در شکل ۱ می‌توان روند افزایش عمق معدنکاری زیرزمینی را تا سال ۲۰۲۰ مشاهده کرد.



شکل ۱- عمق پروژه‌های معدن کاری زیرزمینی از سال ۱۹۲۰ تا ۲۰۲۰ [۱]

افزایش شدید در عمق پروژه‌های زیرزمینی، هشدار می‌دهد که دانسته‌های قبلی ما در بسیاری از موارد مانند شکست سنگ بکر در شرایط ترد، مکانیزم ناپایداری و ساده‌سازی‌های رایج در طراحی‌های مهندسی و ابزارهای طراحی تجربی و عددی ممکن است دیگر صحیح و دقیق نباشد [۱]. با افزایش عمق معدنکاری و حفاریات زیرزمینی، سنگ بکر در فرآیند شکست بیش‌تر درگیر می‌شود. شکست سنگ در اعماق زیاد گاهی به صورت انفجاری و با سرعت بالا رخ می‌دهد که می‌تواند خطرات زیادی برای نیروی انسانی و تجهیزات داشته باشد. بدیهی است که شناخت شکست سنگ بکر بیش از پیش اهمیت پیدا کرده است. تاکنون مطالعات زیادی در زمینه شکست ترد سنگ بکر انجام شده است که در این مطالعات، مشخصات شکست و تغییر شکل سنگ بکر مورد بررسی قرار گرفته است [۲-۴]. نتایج این مطالعات نشان می‌دهد که شکست سنگ بکر حاوی سه مشخصه سطح تنش شروع ترک<sup>۱</sup>، خسارت ترک<sup>۲</sup> و اوج است.

<sup>۱</sup> Crack initiation

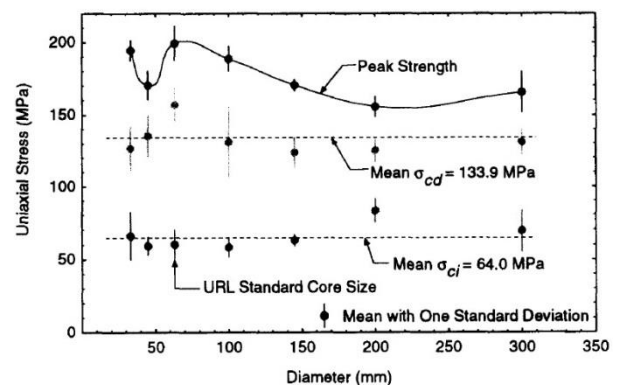
<sup>۲</sup> Crack damage

کششی سنگ وجود دارد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که تنش شروع ترک با افزایش مقاومت کششی افزایش و با افزایش تخلخل سنگ، کاهش می‌یابد [۵]. پنگ و همکارانش (۲۰۱۸) با بررسی حدود ۹۰۰ داده آزمون‌های فشاری مطالعات پیشین اعلام کردند که جنس سنگ بر نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به تنش اوج تاثیرگذار نیست [۶]. هم‌چنین نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در آزمایش‌های فشاری سنگ‌های آذرین با افزایش سایز دانه‌بندی این دو سطح تنش کاهش می‌یابند. امان و همکارانش (۲۰۱۴) به بررسی شکست یک سنگ ناهمگن، حاوی رگه‌هایی با مقاومت بیشتر از خمیره سنگ پرداختند. در این مطالعه با استفاده از نتایج آزمایش‌های فشاری، انتشار آوایی و تحلیل‌های کانی‌شناسی نتیجه گرفته شد که نسبت تنش شروع ترک به مقاومت فشاری اوج برای تعیین شروع فرآیند شکست سنگ بکر در این نوع سنگ ناهمگن می‌تواند همراه‌کننده باشد. مقاومت اوج این نوع سنگ به چگالی رگه‌های سخت آن وابسته است و در تنش‌های پایین، شروع ترک در خمیره سنگ اتفاق می‌افتد؛ در حالی که تا مقاومت اوج سنگ فاصله زیادی باقی‌مانده است [۷]. لی و همکارانش (۲۰۲۰) تنش‌های شروع ترک و خسارت ترک یک شیل را با ۷ نوع لایه‌بندی با زوایای مختلف در آزمون‌های فشاری بررسی کردند. نتایج مطالعات این محققان نشان می‌دهد که تنش شروع ترک مستقل از جهت لایه‌بندی بوده اما تنش خسارت ترک به شدت وابسته به خواص آنیزوتروپی سنگ است [۸].

تاکنون روش‌های مختلفی از جمله تحلیل به‌وسیله اتلاف انرژی [۹]، روش رگرسیون نقطه متحرک<sup>۲</sup> در داده‌های تنش- کرنش همراه با تحلیل انتشار آوایی [۱۰] و روش انتقال موج<sup>۳</sup> [۱۱] برای بررسی تنش‌های شروع ترک و خسارت ترک در آزمون‌های فشاری محوری استفاده شده است اما مطالعات انجام شده در زمینه شکست برشی سنگ بکر بسیار محدودند. شانگ و همکارانش (۲۰۲۱) به وسیله مطالعه انتشار آوایی یک نوع سنگ گرانیت خاص، اعلام کردند که نسبت تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک به مقاومت برشی اوج به ترتیب ۸۰ و ۸۸ درصد است [۱۲]. این نسبت‌ها با نسبت‌های منتشرشده در آزمون‌های فشاری متفاوت است و هم‌چنین فقط در شرایط شکست ترد مورد بررسی واقع شدند. هدف این مطالعه بررسی تنش شروع ترک و خسارت ترک در شکست برشی سنگ بکر

صورت ناپایدار رشد می‌کند، چگالی ترک‌ها چندین برابر شده و تغییرات ساختاری اساسی در نمونه شکل می‌گیرد. این سطح تنش را تنش خسارت ترک می‌نامند [۴]. شروع منطقه پنجم یا منطقه بعد از اوج با تنش مقاومت فشاری تک‌محوره اتفاق می‌افتد.

نتایج مطالعات مارتین و چندلر (۱۹۹۴) نشان می‌دهد که تنش اوج، وابسته به شرایط بارگذاری و ابعاد نمونه تحت آزمایش است، در حالی که سطوح تنش شروع ترک ( $\sigma_{ci}$ ) و خسارت ترک ( $\sigma_{cd}$ ) این ویژگی را ندارند [۴]. با افزایش قطر نمونه‌های سنگ گرانیت لاک دو بونت تغییر قابل ملاحظه‌ای در تنش شروع ترک و خسارت ترک رخ نمی‌دهد، در حالی که مقاومت فشاری تک‌محوره روند کاهشی از خود نشان می‌دهد (شکل ۳). هم‌چنین به استثناء بزرگترین ابعاد نمونه آزمایش‌شده، با افزایش ابعاد، مقاومت اوج به سمت تنش خسارت ترک حرکت می‌کند [۴]. در این مطالعه نشان داده شده است که در یک آزمایش تک‌محوره فشاری با بارگذاری یکنواخت<sup>۱</sup>، مقاومت اوج واقعی سنگ برابر با تنش خسارت ترک است. این سطح تنش در صنایع بتنی هم اهمیت خاصی دارد و در گذشته از آن برای محاسبه مقاومت بلند مدت بتن استفاده شده است.



شکل ۳- تاثیر قطر نمونه بر مقاومت اوج، تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک گرانیت لاک دو بونت [۴]

در دهه‌های گذشته باوجود مطالعات گسترده‌ای که بر روی سطوح تنش شروع ترک و خسارت ترک انجام شده است؛ اکثر این مطالعات به وسیله تحلیل آزمایش‌های فشاری بوده است. به‌عنوان مثال، موتاز و همکارانش (۲۰۲۱) به وسیله بررسی بیش از ۳۰۰۰ داده آزمون‌های فشاری موجود در مطالعات پیشین در انواع سنگ رسوبی، آذرین و دگرگونی نتیجه گرفتند که رابطه خطی‌ای بین تنش شروع ترک با تخلخل و مقاومت

<sup>۲</sup> Moving Point Regression

<sup>۳</sup> Wave Transmission

<sup>۱</sup> Monotonically loaded



شبیه‌سازی یک نمونه سنگی در این نرم‌افزار نمی‌توان پارامترهای آزمایشگاهی‌ای همچون مقاومت فشاری تک‌محوره یا مقاومت کششی را در نرم‌افزار تعریف کرد. به‌طور خلاصه پارامترهای قابل تعریف در این نرم‌افزار، میکروپارامترهای مربوط به مشخصات گلوله‌ها مانند چگالی، اندازه ذرات، خواص اصطکاکی و تغییرشکل‌پذیری آن‌ها و همچنین خواص باند بین ذرات است. در نتیجه برای شبیه‌سازی یک نمونه سنگی باید در ابتدا مدل باند تماسی انتخاب شود و سپس طی فرآیند واسنجی، نتایج آزمون‌های عددی همچون آزمون‌های فشاری با نتایج آزمون‌های فیزیکی، همسان‌سازی شود. پس از بازتولید نمونه سنگی مورد نظر در مدل عددی، امکان استفاده از آزمون مورد نظر برای شبیه‌سازی و صحت‌سنجی فراهم می‌شود.

#### ۱-۲- مدل تماسی

سه مدل اتصال پر کاربرد برای شبیه‌سازی باند بین ذرات، مدل اتصال تماسی<sup>۱</sup>، اتصال موازی<sup>۲</sup> و مدل اتصال تخت<sup>۳</sup> است. پاتیانندی (۲۰۱۸) برای شبیه‌سازی نوعی سنگ بکر از مدل اتصال تخت استفاده کرده است و نشان داد که این مدل توانایی شبیه‌سازی رفتار سنگ تحت شرایط مختلف بارگذاری را دارد [۱۳]. بهاء‌الدینی و همکاران (۲۰۲۱) در مطالعه دیگری به ارزیابی روش‌های مختلف اتصال ذرات پرداختند و نشان دادند که مدل اتصال تخت برای مدل کردن رفتار مکانیکی سنگ بکر مناسب‌تر از سایر مدل‌ها است [۱۵]. در تحقیق حاضر، برای مدل‌سازی سنگ بکر از مدل اتصال تخت استفاده شده است. در شکل ۴ نحوه شبیه‌سازی سنگ با استفاده از روش اتصال تخت نشان داده شده است. در این مدل، محل تماس بین دو گلوله به تعدادی المان‌های کوچکتر تقسیم شده است. این المان‌ها می‌توانند دارای باندشدگی یا فاقد باندشدگی باشند. در واقع با تعریف پارامتر نسبت باندشدگی، می‌توان با یک توزیع خاص میکروتورک‌هایی را که در نمونه وجود دارد، شبیه‌سازی کرد.

در شرایط شکست مختلف اعم از شکست ترد، انتقالی و شکل‌پذیر است. نتایج این مطالعه به شناخت شکست برشی سنگ بکر کمک شایانی می‌کند و می‌تواند برای تحلیل سازه‌های تحت برش همانند دیواره‌های شیب‌دار یا پیچ سنگ‌ها مفید واقع شود. برای مطالعه میکروتورک‌های شکل گرفته در تنش‌های نرمال مختلف، در این مطالعه از مدل‌سازی عددی آزمون برش مستقیم استفاده شده است. در دهه‌های گذشته با پیشرفت‌های اتفاق افتاده در زمینه مدل‌سازی المان مجزا، مطالعه پارامترهای مختلف مکانیکی سنگ، از جمله تعداد ترک‌های شکل گرفته در آزمون‌ها و شرایط بارگذاری مختلف امکان‌پذیر شده است و با بهره‌گیری از روش‌های اتصال ذرات مجزا سعی در شبیه‌سازی و پیش‌بینی مکانیزم ایجاد و گسترش ترک شده است [۱۳-۱۶]. در این مطالعه برای شبیه‌سازی عددی، از نرم‌افزار PFC استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا میکروپارامترهای مدل با انجام آزمایش‌های فیزیکی فشاری تک محوره، سه محوره و کششی مستقیم روی نوعی سنگ مصنوعی سولفاست [۱۷-۱۹] واسنجی شده‌اند. سپس آزمون برش مستقیم تحت تنش قائم ثابت شبیه‌سازی شد و برای صحت‌سنجی مدل، نتایج آزمون‌های عددی و آزمایشگاهی آزمون برش مستقیم [۱۸] مورد مقایسه قرار گرفت. در نهایت برای بررسی نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت اوج برشی در انواع شکست مختلف و تحت هشت آزمون برش مستقیم با تنش‌های نرمال متفاوت مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت.

#### ۲- داده‌ها و روش تحقیق

برای بررسی مکانیزم ایجاد و گسترش ترک در سنگ بکر تحت برش مستقیم از شبیه‌سازی عددی المان مجزا و نرم‌افزار PFC2D بهره گرفته شده است. در این نرم‌افزار، محیط با گلوله‌هایی صلب شبیه‌سازی شده که در محل اتصال آن‌ها با هم، امکان هم‌پوشانی وجود دارد تا تغییرشکل‌پذیری ماده شبیه‌سازی شود. این گلوله‌ها در محل اتصال می‌توانند به وسیله باند به یکدیگر متصل شوند که این اتصالات مشابه سیمان بین ذرات سنگ عمل می‌کند. اگر در حین آزمون توزیع تنش وارد بر این اتصالات از مقاومت کششی یا برشی آن‌ها فراتر برود، ترک شکل می‌گیرد. اتصال این میکروتورک‌ها باعث شکست بزرگ مقیاس نمونه می‌شود. در نتیجه این نرم‌افزار قابلیت بررسی تعداد زیادی از ویژگی‌های سنگ از جمله مکانیزم ایجاد و گسترش ترک در کنار پارامترهای رایج مقاومتی آزمایشگاهی را مهیا می‌کند. بدیهی است که برای

<sup>۱</sup> Contact Bond

<sup>۲</sup> Parallel Bond

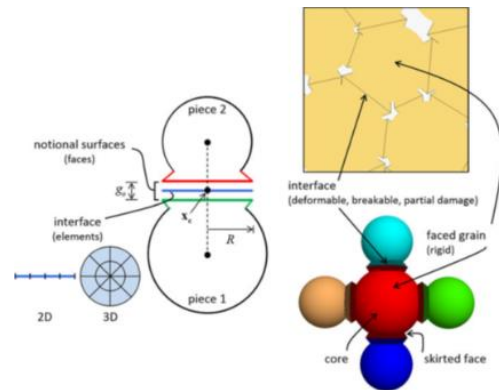
<sup>۳</sup> Flat-Joint Model



مراحل واسنجی که شامل فرآیندی بازگشتی است را می‌توان بدین شرح بیان کرد: در ابتدا با شبیه‌سازی آزمون کششی مستقیم و تغییر میکروپارامترهای مقاومت کششی باند تخت و نسبت باندشدگی سعی می‌شود که مقاومت کششی گزارش شده در آزمون آزمایشگاهی بازیابی شود. سپس با انجام آزمون فشاری تک محوره و با تغییر نسبت سختی نرمال به برشی باند و گلوله‌ها، ضریب پواسون بازیابی می‌شود. در مرحله سوم و در طی فرآیند بازگشتی با مرحله قبل، سعی می‌شود که با تغییر مدول الاستیسیته باندها و گلوله‌ها، مدول الاستیسیته واسنجی شود. در ادامه، با تغییر چسبندگی باند سطح سعی می‌شود که مقاومت فشاری تک محوره بازیابی شود. در نهایت، با انجام آزمون فشاری سه محوره تحت تنش‌های جانبی مختلف و با تغییر پارامترهای زاویه اصطکاک باند تخت و ضریب اصطکاک ذرات، زاویه اصطکاک داخلی سنگ واسنجی می‌شود. پارامترهای واسنجی شده مدل عددی در جدول ۱ آورده شده است. طی فرآیند واسنجی، نمونه مورد بررسی شبیه‌سازی شد و تمامی این پارامترها با خطای بین ۰٫۳۸ تا ۱۰٫۵۱ و میانگین ۴ درصد بازتولید شدند که نتایج مربوط به خواص مقاومتی در شکل ۶ با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که نتایج آزمایش‌های فشاری تک محوره، سه محوره و کششی برای نمونه واسنجی شده، همبستگی قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد.

جدول ۱- میکروپارامترهای واسنجی شده گلوله‌ها و مدل تماسی تخت- مفصلی

Sample and particle parameters		Flat-joint contact model micro-properties	
Density (kg/m <sup>3</sup> )	1830	Installation gap (mm)	0.04
Rmin (mm)	0.4	Bonded fraction	0.98
Rmax (mm)	0.6	Number of elements	2
Porosity	0.08	$\bar{E}_c$ (GPa)	3.3
Particle micro-properties		$k_n/k_s$	3.7
$E_c$ (GPa)	3.3	Friction angle (°)	37
$k_n/k_s$	3.7	Cohesion (MPa)	6.55
Friction coefficient, $\mu$	0.37	Tensile strength (MPa)	5
		Friction coefficient, $\bar{\mu}$	0.37

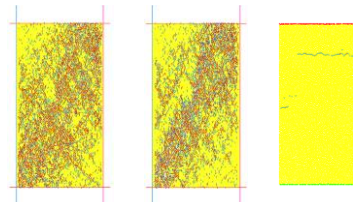


شکل ۴- نمایش شماییک مدل اتصال تخت [۲۰]

## ۲-۲- واسنجی

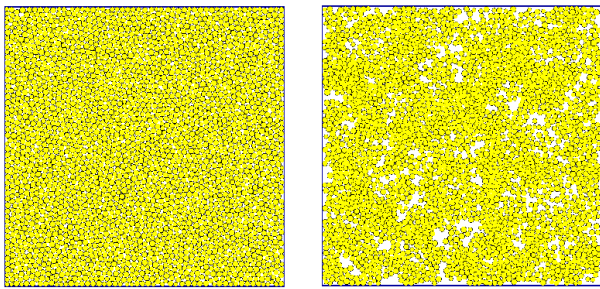
در فرآیند واسنجی سعی بر این است که مشخصات ریزمقیاس مکانیکی نمونه شبیه‌سازی شده در مدل‌سازی عددی، با بازیابی خواص آزمایشگاهی نمونه مورد نظر تعیین شود. در واقع هدف به‌دست آوردن میکروپارامترهایی است که در نرم‌افزار منجر به تولید خواص مکانیکی مشابه در آزمایشگاه می‌شود. فرآیند واسنجی در نرم‌افزار PFC، تقریباً شبیه یک فرآیند آزمون و خطا است. اگرچه دستورالعمل‌هایی برای سریع‌تر به جواب رسیدن وجود دارد اما اساس این فرآیند آزمون و خطا است.

در این مطالعه برای شبیه‌سازی یک نمونه سنگی در نرم‌افزار از مشخصات نمونه مصنوعی سولفاست استفاده شده است [۱۹-۱۷]. هم‌چنین برای فرآیند واسنجی از دستورالعمل پیشنهادی بهال‌دینی و همکاران [۱۵] استفاده شد. برای این منظور با شبیه‌سازی سه آزمون کشش مستقیم، فشاری تک محوره و فشاری سه محوره، میکروپارامترهای مدل عددی واسنجی می‌شود. در شکل ۵ می‌توان آزمون‌های شبیه‌سازی شده فشاری با تنش‌های محصورکننده متفاوت و کشش مستقیم را مشاهده کرد. علاوه بر آزمون‌های به نمایش درآمده در شکل ۵، آزمون‌های فشاری با تنش محصورکننده ۲ و ۳ مگاپاسکال نیز همانند آزمایش‌های فیزیکی [۱۷] اجرا شده است.



الف ب پ

شکل ۵- الف- شبیه‌سازی آزمون کشش مستقیم، ب- شبیه‌سازی آزمون فشاری با تنش جانبی ۱ مگاپاسکال و پ- شبیه‌سازی آزمون فشاری با تنش جانبی ۲ مگاپاسکال



ب

الف

شکل ۷- نحوه ساخت نمونه‌های برش. الف- توزیع تصادفی ذرات، ب- اعمال خواص مکانیکی و ایجاد تنش ایزوتروپیک یکنواخت بین ذرات

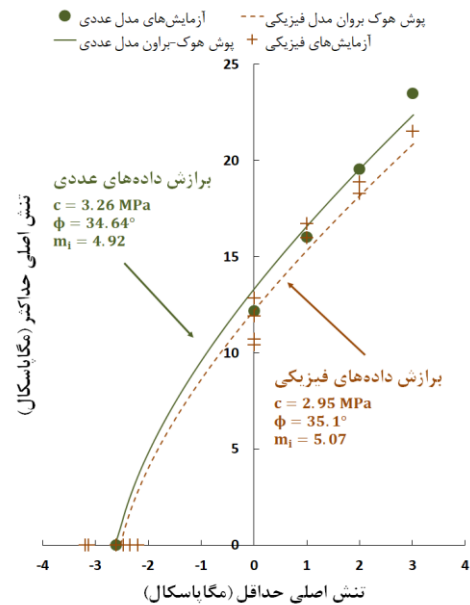
برای بررسی اعتبار مدل‌سازی عددی، هشت آزمون برش مستقیم عددی با تنش‌های نرمال مختلف انجام شد و نتایج آن با آزمون‌های برشی مستقیم آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج این بررسی در جدول ۲ آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، میانگین درصد خطای پیش‌بینی مقاومت فشاری، ۳٫۷۹ درصد است که حاکی از توانایی مدل عددی برای بررسی رفتار برشی است. بنابراین می‌توان برای تحلیل نسبت تنش‌های شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت اوج برشی، از مدل عددی توسعه داده شده بهره برد.

جدول ۲- مقایسه مقاومت برشی اوج آزمون‌های برش مستقیم فیزیکی [۱۸] و عددی

قدر مطلق درصد خطا	مقاومت برشی آزمایش عددی (مگاپاسکال)	میانگین مقاومت برشی اوج آزمایش‌های فیزیکی (مگاپاسکال)	تنش نرمال (مگاپاسکال)
۶٫۱۹	۲٫۷۳	۲٫۹۱	۰٫۰۰۱
۱٫۱۹	۳٫۴۰	۳٫۳۶	۰٫۸۱
۰٫۵۷	۳٫۵۱	۳٫۵۳	۱
۰٫۲۷	۳٫۶۴	۳٫۶۵	۱٫۲۳
۱٫۵۴	۳٫۸۴	۳٫۹۰	۱٫۴۳
۶٫۲۲	۳٫۹۲	۴٫۱۸	۱٫۶۴
۹٫۸۳	۴٫۱۳	۴٫۵۸	۱٫۸۵
۴٫۴۷	۴٫۲۷	۴٫۴۷	۲٫۱
۳٫۷۹	میانگین قدر مطلق درصد خطا		

### ۳- تجزیه و تحلیل

از آنجا که شکنندگی و شکل‌پذیری در آزمون برش وابسته به میزان تنش قائم اعمالی است، هشت آزمون برش تحت مقادیر تنش قائم مختلف از ۱ تا ۸ مگاپاسکال انجام شد تا نحوه شکست ترد، انتقالی و شکل‌پذیر در این آزمون‌ها تشخیص داده



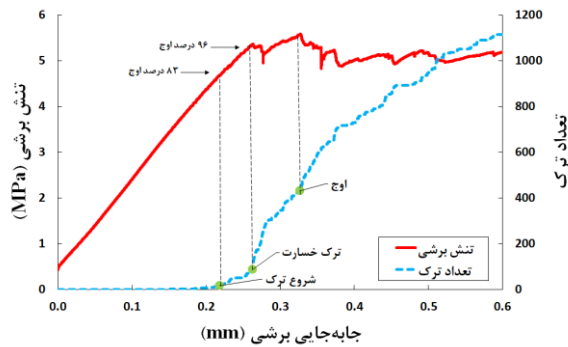
شکل ۶- مقایسه پوش شکست آزمایش‌های فیزیکی [۱۷] با نتایج مدل‌سازی عددی

### ۲-۳- شبیه‌سازی آزمون برش مستقیم و اعتبارسنجی مدل عددی

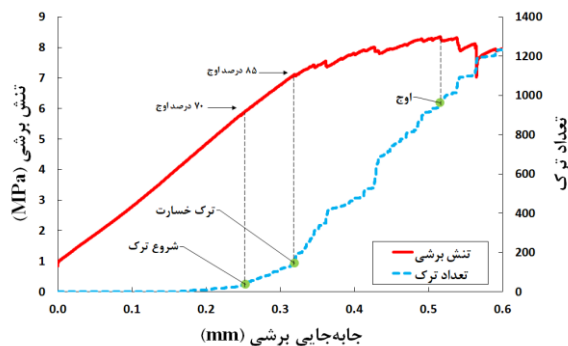
برای شبیه‌سازی آزمون برش مستقیم، ابعاد جعبه‌های برش و نمونه تحت برش مدل عددی، مشابه ابعاد آزمایشگاهی [۱۸] و با ابعاد ۵۰/۸ میلی‌متر انتخاب شد. همچنین برای ساخت نمونه تحت برش از میکروپارامترهای واسنجی شده سنگ یاد شده در جدول ۱ استفاده شد. ساخت نمونه عددی درون جعبه برش شامل ایجاد گلوله‌ها با یک توزیع نرمال و یک بازه مشخص از شعاع (۰٫۴ تا ۰٫۶ میلی‌متر) در موقعیت‌های تصادفی، اعمال خواص مکانیکی ذرات و انجام دوره‌های محاسباتی برای جابه‌جایی ذرات و ایجاد یک تنش ایزوتروپیک بین ذرات است (شکل ۷). در نهایت برای ذراتی که در اتصال فیزیکی و یا در فاصله مشخصی از هم‌اند، باند اتصال تخت نصب می‌شود. بین جعبه‌های برش بالا و پایینی ۷ میلی‌متر فاصله در نظر گرفته شده و بعد از ساخت نمونه‌ها، این صفحات حذف می‌شود تا امکان حرکت آزادانه بلوک‌های بالایی و پایینی مهیا شود. تنش قائم ثابت از طریق صفحه بالایی به نمونه اعمال شده و برای ثابت نگه‌داشتن تنش در طی فرآیند، از مکانیزم خود کنترل<sup>۱</sup> استفاده شده است. جعبه پایینی برش سرعت ۰٫۰۱ متر بر ثانیه اعمال شده است که طبق بررسی‌های انجام شده، میزان این سرعت برای مدل‌سازی بر مبنای الگوی صریح و مراحل محاسباتی، به اندازه کافی کم است که شرایط رفتار شبه‌استاتیکی را فراهم کند [۲۱، ۲۲].

<sup>۱</sup> Servo-mechanism

استفاده از کرنش‌سنج‌ها، تحلیل‌های انتشار آوایی و روش‌های دیگر برای پیدا کردن لحظه رشد پایدار و ناپایدار ترک است. نرم‌افزار PFC این قابلیت را فراهم می‌آورد که در هر لحظه تعداد ترک‌های شکل‌گرفته ثبت شود. در نتیجه برای بررسی وضعیت در چند سطح تنش یاد شده، نمودار تعداد ترک‌های شکل‌گرفته در طی فرآیند برش و برحسب جابه‌جایی برشی در شکل‌های ۸ تا ۱۱ رسم شده است.



شکل ۱۰- نمودار تنش برشی و تعداد ترک برحسب جابه‌جایی برشی  
آزمون برش مستقیم عددی با تنش نرمال ۴ مگاپاسکال

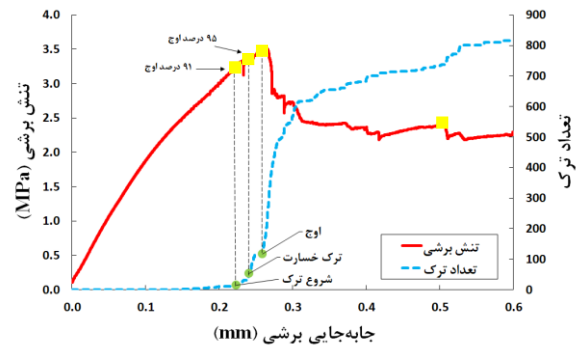


شکل ۱۱- نمودار تنش برشی و تعداد ترک برحسب جابه‌جایی برشی  
آزمون برش مستقیم عددی با تنش نرمال ۸ مگاپاسکال

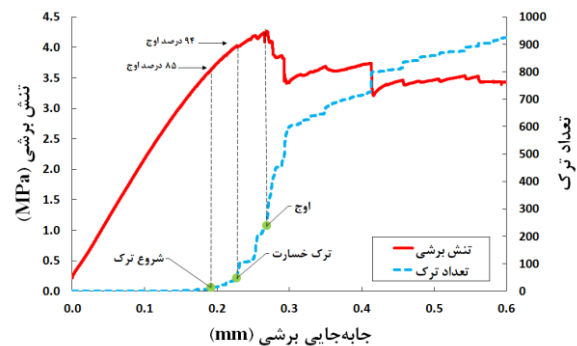
الگوی‌های ترک شکل‌گرفته در نقاط شروع ترک، خسارت ترک، اوج و باقیمانده (نقاط زرد رنگ نشان داده شده در شکل ۶) در آزمون برش مستقیم با تنش نرمال ۱ مگاپاسکال را مشاهده کرد. تعداد ترک‌های ایجاد شده در این نقاط به ترتیب ۱۴، ۵۲، ۱۱۷ و ۷۳۴ است.

در مطالعات پیشین، تنش شروع ترک و خسارت ترک در شرایط شکست ترد آزمون‌های فشاری، به ترتیب حدود ۴۰ و ۸۰ درصد مقاومت فشاری اوج اعلام شده‌اند [۴]. اما همانطور که انتظار می‌رود، این شرایط در آزمون برش متفاوت است [۲۲]. با توجه به شکل ۸ می‌توان مشاهده کرد که تنش شروع ترک و خسارت ترک در آزمون برش مستقیم عددی با تنش نرمال ۱ مگاپاسکال (شرایط شکست ترد)، حدود ۹۱ و ۹۵

شود. طبق انتظار در تنش‌های نرمال پایین ۱ و ۲/۱ مگاپاسکال شکست نمونه به صورت ترد رخ داد. در تنش نرمال ۴ مگاپاسکال شکست نمونه به صورت انتقالی و در تنش‌های نرمال ۶ و ۸ مگاپاسکال شکست نمونه تقریباً به صورت شکل‌پذیر بوده است. نمودارهای تنش برشی - جابه‌جایی برشی تحت تنش‌های نرمال ۱، ۲/۱، ۴ و ۸ مگاپاسکال به ترتیب در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نشان داده شده است. در تحلیل تنش شروع ترک و خسارت ترک،

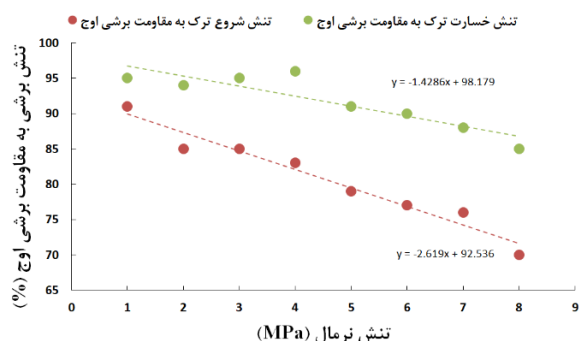


شکل ۸- نمودار تنش برشی و تعداد ترک برحسب جابه‌جایی برشی  
آزمون برش مستقیم عددی با تنش نرمال ۱ مگاپاسکال



شکل ۹- نمودار تنش برشی و تعداد ترک برحسب جابه‌جایی برشی  
آزمون برش مستقیم عددی با تنش نرمال ۲/۱ مگاپاسکال

نمودارهای تعداد ترک برحسب جابه‌جایی برشی، همگی در دو نقطه تغییر روند قابل ملاحظه‌ای را نشان می‌دهند. قبل از تغییر شیب اول، نمودارهای تعداد ترک، شیبی تقریباً برابر با صفر دارند و سپس در نقطه اول تغییر شیب داده و یک شیب ملایمی به خود می‌گیرند. بر اساس تعاریف سطوح تنش شروع ترک و خسارت ترک، این نقطه هم‌ارز تنش شروع ترک در نظر گرفته شد [۴] و تنشی است که در آن رشد پایدار ترک اتفاق می‌افتد. پس از این شیب ملایم، نمودارهای تعداد ترک، در نقطه دوم تغییر شیب قابل توجه‌ای دارند و ترک‌ها با سرعت بالایی شروع به پیدایش می‌کنند. این نقطه نیز هم‌ارز تنش خسارت ترک در نظر گرفته شد [۴] و تنشی است که در آن رشد ناپایدار ترک‌ها آغاز می‌شود. در شکل ۱۲ می‌توان



شکل ۱۳- تغییرات نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت برشی اوج برحسب تنش نرمال در آزمون‌های برش مستقیم عددی

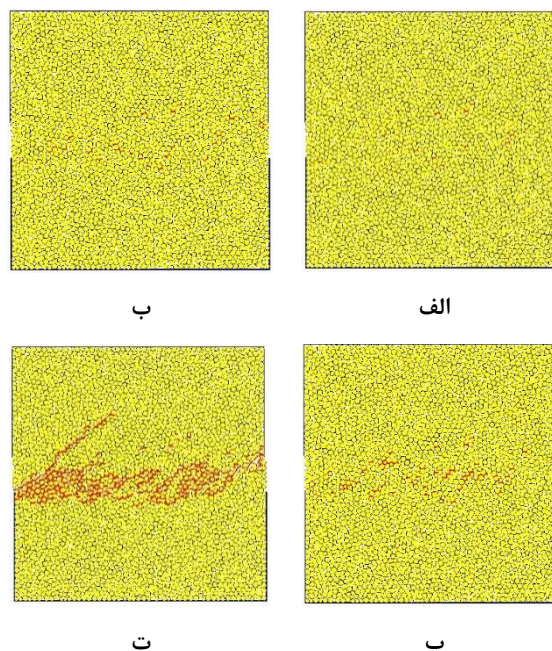
مقدار نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت برشی اوج، همانند شکل‌های ۸ تا ۱۱ برای هر هشت تنش نرمال محاسبه شده است و نتایج آن در شکل ۱۳ نشان داده شده است. تغییرات نسبت تنش شروع ترک و خسارت ترک به مقاومت برشی اوج نشان می‌دهد با افزایش تنش نرمال و تغییر مکانیزم رفتاری از شکننده به شکل‌پذیر، این نسبت‌ها روند کاهشی از خود نشان می‌دهند. برای ادامه تحقیق، از نتایج این مطالعه می‌توان برای تحلیل سازه‌های تحت برش در مقیاس بزرگ‌تر همانند زمین‌لغزش و پیچ سنگ استفاده کرد. پیش‌تر مطالعاتی برای بررسی زمین‌لغزش از دیدگاه گسترش ترک انجام شده است [۲۴-۲۶] که می‌تواند به این موضوع کمک کند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مطالعه برای بررسی تنش‌های شروع ترک و خسارت ترک در آزمون برش مستقیم، از مدل‌سازی عددی المان مجزا و نرم‌افزار PFC استفاده شده است. برای این منظور در ابتدا، خواص مدل عددی با انجام آزمون‌های کششی، فشاری تک محوره و سه محوره واسنجی شده است. سپس آزمون برش مستقیم شبیه‌سازی شده و برای بررسی اعتبار مدل عددی، نتایج آزمون‌های عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد که حاکی از انطباق مناسب نتایج عددی است. برای بررسی مکانیزم گسترش و ایجاد ترک در انواع شکست ترد، انتقالی و شکل‌پذیر، آزمون برش مستقیم عددی در هشت تنش نرمال مختلف اجرا شد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک به ترتیب در بازه‌های ۷۰ تا ۹۱ و ۸۵ تا ۹۵ درصد مقاومت اوج برشی اتفاق می‌افتد. همچنین مشخص شد که با افزایش تنش نرمال و تغییر نوع شکست از ترد به شکل‌پذیر، روند کلی نسبت تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک به مقاومت برشی اوج کاهشی است.

درصد مقاومت فشاری اوج اتفاق افتاده است.

در مطالعه شانگ و همکارانش (۲۰۲۱)، به‌وسیله تحلیل انتشار آوایی در آزمون برش برای یک سنگ گرانیت خاص و تحت شرایط شکست ترد که نسبت تنش نرمال اعمال شده به مقاومت برشی اوج آن حدود ۲۰ درصد گزارش شده است، نشان داده شد که تنش شروع ترک و تنش خسارت ترک، به ترتیب ۸۰ و ۸۸ درصد مقاومت برشی اوج بوده است. در مطالعه حال حاضر نزدیک‌ترین نسبت تنش نرمال به مقاومت برشی اوج، برابر با ۲۸ درصد و برای آزمون برش مستقیم تحت تنش نرمال ۱ مگاپاسکال است (شکل ۸). با توجه به تفاوت جنس سنگ و تنش نرمال اعمالی و نوع مطالعات انجام‌شده، نتایج شکل ۸ همبستگی قابل قبولی با نتایج مطالعه شانگ و همکارانش (۲۰۲۱) دارد.



شکل ۱۲- الگوی ترک در فرآیند برش و برای نقاط الف- شروع ترک، ب- خسارت ترک، پ- لحظه اوج و ت- شرایط باقی‌مانده (نقاط زرد رنگ مشخص شده در شکل ۶)

Mechanics 245 (2021): 107581.

## منابع

13. Potyondy, D. O. "A flat-jointed bonded-particle model for rock." In 52nd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. OnePetro, 2018.
14. Potyondy, D. O., and P. A. Cundall. "A bonded-particle model for rock." International journal of rock mechanics and mining sciences 41, no. 8 (2004): 1329-1364.
15. Bahaaddini, M., A. M. Sheikhpourkhani, and H. Mansouri. "Flat-joint model to reproduce the mechanical behaviour of intact rocks." European Journal of Environmental and Civil Engineering 25, no. 8 (2021): 1427-1448.
16. Bahaaddini, M., Rahimi, M. "Distinct element modelling of the mechanical behaviour of intact rocks using voronoi tessellation model." International Journal of Mining & Geo-Engineering 52, no. 1 (2018): 61-68
17. Cho, N. "Discrete Element Modeling of Rock Pre-Peak fracturing and Dilation." PhD. Thesis., University of Alberta, 2008.
18. Cho, N., C. D. Martin, and D. C. Sego. "Development of a shear zone in brittle rock subjected to direct shear." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 45, no. 8 (2008): 1335-1346.
19. Cho, N. al, C. D. Martin, and D. C. Sego. "A clumped particle model for rock." International journal of rock mechanics and mining sciences 44, no. 7 (2007): 997-1010.
20. Potyondy, D. O. "The bonded-particle model as a tool for rock mechanics research and application: current trends and future directions." Geosystem Engineering 18, no. 1(2015):1-28.
21. Bahaaddini, M., P. C. Hagan, R. Mitra, and B. K. Hebblewhite. "Parametric study of smooth joint parameters on the shear behaviour of rock joints." Rock Mechanics and Rock Engineering 48, no. 3 (2015): 923-940.
22. Bahaaddini, M., G. Sharrock, B. K. Hebblewhite. "Numerical direct shear tests to model the shear behaviour of rock joints." Computers and Geotechnics 51 (2013): 101-115.
23. Bahaaddini, M. "Numerical study of the mechanical behaviour of rock joints and non-persistent jointed rock masses." PhD. Thesis, UNSW Sydney, Australia (2014).
24. Haeri, Hadi, Alireza Khaloo, and Mohammad Fatehi Marji. "A coupled experimental and numerical simulation of rock slope joints behavior." Arabian Journal of Geosciences 8 (2015): 7297-7308.
25. Lak, M., M.F., Marji, A.R. Yarhamadi Bafghi, A. Abdollahipour. "Discrete element modeling of
1. Rahjoo, M. "Directional and 3-D confinement-dependent fracturing, strength and dilation mobilization in brittle rocks." PhD. Thesis, University of British Columbia, 2019.
2. Bieniawski, Z. T. "Mechanism of brittle fracture of rock: part I—theory of the fracture process." In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, vol. 4, no. 4, pp. 395-406. Pergamon, 1967.
3. Lajtai, E. Z., and Vlasta N. L. "The evolution of brittle fracture in rocks." Journal of the Geological Society 130, no. 1 (1974): 1-16.
4. Martin, C. D., and N. A. Chandler. "The progressive fracture of Lac du Bonnet granite." In International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts, vol. 31, no. 6, pp. 643-659. Pergamon, 1994.
5. Mutaz, E., M. Serati, M. Bahaaddini, and D. J. Williams. "On the evaluation of crack initiation stress threshold." In 55th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. OnePetro, 2021.
6. Peng, J., G. Rong, and M. Jiang. "Variability of crack initiation and crack damage for various rock types." Arabian Journal of Geosciences 11, no. 11 (2018): 1-10.
7. Amann, F., Ö. Ündül, and P.K. Kaiser. "Crack initiation and crack propagation in heterogeneous sulfate-rich clay rocks." Rock mechanics and rock engineering 47, no. 5 (2014): 1849-1865.
8. Li, C., H. Xie, and J. Wang. "Anisotropic characteristics of crack initiation and crack damage thresholds for shale." International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences 126 (2020): 104178.
9. Ning, J., J. Wang, J. Jiang, S. Hu, L. Jiang, and X. Liu. "Estimation of crack initiation and propagation thresholds of confined brittle coal specimens based on energy dissipation theory." Rock Mechanics and Rock Engineering 51, no. 1 (2018): 119-134.
10. Eberhardt, E., D. Stead, B. Stimpson, and R. S. Read. "Identifying crack initiation and propagation thresholds in brittle rock." Canadian geotechnical journal 35, no. 2 (1998): 222-233.
11. Zhang, G. K., H. B. Li, M. Y. Wang, and X. F. Li. "Crack initiation of granite under uniaxial compression tests: A comparison study." Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering 12, no. 3 (2020): 656-666.
12. Shang, D., Y. Chen, Z. Zhao, S. Shangguan, and X. Qi. "Mechanical behavior and acoustic emission characteristics of intact granite undergoing direct shear." Engineering Fracture



*scale relief evolution and large landslides: Insights from geomechanical analyses in the Tinée Valley (southern French Alps).*" *Geomorphology* 117, no. 1-2 (2010): 121-129.

*explosion-induced fracture extension in jointed rock masses.*" *Journal of Mining and Environment* 10, no. 1 (2109): 125-138

26. Guglielmi, Y., and Frédéric Cappa. "*Regional-*