

بهینه‌سازی بهره‌وری مجتمع فسفات اسفوردی

با استفاده از برنامه‌ریزی کسری

محمد رضا سلطانی^۱، فیروز خدایاری^۲، احمد رضا صیادی^{۳*}، علی رجب زاده^۴

- ۱- دانشجوی دکتری مهندسی معدن، دانشگاه تربیت مدرس، تهران ، mrsoltany@yahoo.com
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی معدن دانشگاه تربیت مدرس، firouz_mine@yahoo.com
۳- دانشیار بخش مهندسی معدن، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، sayadi@modares.ac.ir
۴- دانشیار دانشکده اقتصاد و مدیریت، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، alirajabzadeh@gmail.com

(دریافت ۲۸ مهر ۱۳۹۱، پذیرش ۱۳ مرداد ۱۳۹۲)

چکیده

بهره‌وری از حیاتی ترین فاکتورهای مؤثر بر رقابت‌پذیری شرکت‌ها است و ارزیابی و تحلیل آن ابزاری برای مدیریت بکارگیری ورودی‌ها برای بدست آوردن خروجی‌های مطلوب است. روش برنامه‌ریزی کسری یکی از روش‌های کاربردی بهینه‌سازی است و می‌تواند به منظور بیشینه‌سازی یک نسبت فیزیکی یا اقتصادی از قبیل حجم تولید به زمان یا درآمد به هزینه، به منظور اندازه‌گیری کارایی یا بهره‌وری بنگاه‌ها بکار رود. در این تحقیق، یک مدل برنامه‌ریزی کسری به منظور بهینه‌سازی بهره‌وری با در نظر گرفتن محدودیت‌های مرتبط ارائه شده است. از این مدل جهت محاسبه و بهبود بهره‌وری مجتمع فسفات اسفوردی در استان یزد، به عنوان تنها معدن تولید کننده فسفات در کشور، استفاده شده است. داده‌های مورد استفاده مربوط به سال‌های ۱۳۸۵ الی ۱۳۸۸ است. تابع هدف نسبت درآمد حاصل از فروش کنسانتره فسفات به اقلام هزینه صرف شده برای تولید است. مدل شامل ۵۷۶ متغیر و ۶۲۶ محدودیت خطی است. نتایج اخذ شده از حل مدل نشان داد که بهره‌وری شرکت می‌تواند به میزان ۹٪ افزایش یابد.

کلمات کلیدی

حداکثر بهره‌وری، برنامه‌ریزی کسری، مدل سازی، معدن اسفوردی

* عهده دار مکاتبات

۱- مقدمه

عملکرد واحدها در نمونه مورد مطالعه با این مرز مقایسه می‌شود. در رویکرد مرزی، ناکارایی وجود دارد. بدین معنی که یک واحد ممکن است زیر مرز عمل کند و به عنوان ناکارا شناخته شود. روش‌های مرزی نظیر روش تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان روشی مبتنی بر نقطه حدی است، خطای اندازه‌گیری ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌تواند انحراف زیادی را در پاسخ‌ها به بار آورد. از دیگر کاستی‌ها برآورده کارایی به صورت نسبی است [۲]. در مقابل، روش‌های غیر مرزی، یک مرز برای نشان دادن تکنولوژی ایجاد نمی‌کنند. آن‌ها یکتابع تولید یا هزینه را با استفاده از داده‌های ورودی و خروجی مشاهده شده تخمین می‌زنند و فرض می‌کنند که همه واحدها طبق این تابع عمل می‌کنند و کارا هستند؛ بطوریکه اگر واحدی از این تابع بطور کامل تبعیت نکند و با انحرافاتی همراه باشد، به دلیل اختلالات آماری است، و نه به دلیل ناکارایی [۳].

همچنین شکل دیگری از گروه‌بندی روش‌های اندازه‌گیری بهره‌وری و کارایی را می‌توان در نظر گرفت. این گروه‌بندی شامل روش‌های پارامتری^۱ و ناپارامتری^۲ است. در روش پارامتری شکلی تابعی برای ورودی‌ها و خروجی‌های مربوطه فرض شده، در حالیکه این فرض در روش ناپارامتری وجود ندارد [۴]. در روش‌های پارامتری، فرآیند پایه‌ای به این صورت است که در ابتدا روشی برای نمایش این رابطه (بطور مثال تابع تولید یا هزینه) انتخاب می‌شود و در نهایت پارامترهای تابع با استفاده از داده‌های موجود تخمین زده می‌شود [۵].

فرم کلی یکتابع تولید با یک خروجی در معادله (۱) نشان داده شده است [۳]. در این تابع، y خروجی و x_i میزان ورودی ۱ است.

$$y = f(x_i) \quad (1)$$

در معادله (۱)، f تابعی ریاضی است که ورودی‌ها و خروجی را به هم مربوط می‌کند.

مثال‌هایی از مطالعات پارامتری بهره‌وری و کارایی را می‌توان در شرکت‌های هواپیمایی، راه آهن‌ها و نیروگاه‌ها مشاهده کرد. چارنژ و همکاران^۳ در سال ۱۹۹۶ کارایی پروازهای داخلی و بین‌المللی ۱۰ صنعت هواپیمایی آمریکای لاتین را با استفاده از یک مرز پارامتری کارا، مورد مطالعه قرار دادند. این مرز با استفاده از نتایج یک مدل DEA^۴ ایجاد شده بود [۶]. آن‌ها نتیجه گرفتند که ساختار تحت عملیات داخلی و بین‌المللی متفاوت بودند. کارایی ۱۷ شرکت راه آهن با استفاده از توابع فاصله‌ای با چندین خروجی توسط کوئیلی و پرلمان^۵ در سال ۱۹۹۹ مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها از سه روش برای

بهبود بهره‌وری، دستیابی به تخصیص بهینه منابع و امکانات در راستای تحقق حداکثر میزان تولید می‌باشد. امروزه بهره‌وری در سطح مدیریت کلان کشورها مورد توجه قرار گرفته است. در کشور ما نیز به این مهم توجه شده بطوریکه حداقل ۳۰ درصد از رشد اقتصادی کشور طی برنامه پنجم توسعه از طریق بهبود بهره‌وری پیش‌بینی شده است. با بهبود بهره‌وری در بخش‌های مختلف، استفاده هدفمند از منابع و امکانات موجود فراهم می‌شود.

در بازار رقابتی سیاست بهبود بهره‌وری از جمله مهمترین هدف‌های سازمان‌های پیشرو است و در پرتو این سیاست سودآوری بلند مدت تضمین می‌شود زیرا سودآوری مبین وضعیت مالی شرکت در زمان حال است و بهره‌وری ترسیم کننده وضعیت شرکت در آینده است. سودآوری مستمر یک شرکت در آینده در گرو توجه به بهره‌وری است.

چرخه بهره‌وری شامل اندازه‌گیری، ارزیابی و نهایتاً برنامه‌ریزی و اجرای برنامه‌های بهبود بهره‌وری است. در این مطالعه برای اندازه‌گیری تاکید شده است. روش‌های متعددی برای اندازه‌گیری و تحلیل بهره‌وری ارائه شده که به طور کلی در دو دسته مرزی و غیر مرزی قرار می‌گیرند [۱]. در شرایطی که هدف بررسی یک بنگاه بوده و امکان مقایسه با بنگاه‌های مشابه وجود نداشته باشد، رویکرد غیرمرزی می‌تواند بکار گرفته شود.

اندازه‌گیری و ارتقاء بهره‌وری در معادن و شرکت‌های معدنی با توجه به ماهیت تجدید ناپذیر منابع معدنی از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق از روش برنامه‌ریزی کسری با رویکرد غیرمرزی جهت بهینه‌سازی بهره‌وری مجتمع فسفات اسفوردی به عنوان تنها معدن تولید کننده فسفات در کشور استفاده شده است. در این راستا، این مقاله شامل مقدمه، مبانی نظری، برنامه ریزی کسری، مدل‌سازی، مطالعه موردي، نتیجه‌گیری و بحث است.

۲- مبانی نظری و کاربردهای روش‌های اندازه‌گیری بهره‌وری

روش‌های اندازه‌گیری کارایی و بهره‌وری در حالتی که مسئله دارای چندین ورودی و خروجی است، به دو گروه عمده تقسیم می‌شوند: روش‌های مرزی^۶ و غیر مرزی^۷ [۱]. روش‌های مرزی، یک مرز از بیشینه خروجی ممکن (یا کمینه هزینه ممکن) را در هر سطح از ورودی تخمین می‌زنند. به عبارت دیگر، آن‌ها یک مرز از بهترین تجارب ایجاد می‌کنند. سپس

۳- برنامه‌ریزی کسری

یکی از انواع کاربردهای مختلف برنامه‌ریزی غیر خطی، نسبتی از دوتابع است که بیشینه یا کمینه می‌شود. بطور عمومی مسائل بهینه‌سازی کسر، برنامه‌ریزی کسری^{۱۳} نامیده می‌شوند [۱۲]. از انواع برنامه‌ریزی کسری می‌توان به برنامه ریزی کسری با یک یا چندین کسر و برنامه‌ریزی کسری خطی یا غیر خطی اشاره کرد. مسئله برنامه‌ریزی کسری خطی تک کسره اولین بار توسط مارتوس^{۱۴} در سال ۱۹۶۴ معرفی شد [۱۳]. یک برنامه‌ریزی کسری با یک کسر به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\max Q(x) = \frac{P(x)}{D(x)} = \frac{\sum_{j=1}^n p_j x_j + p_0}{\sum_{j=1}^n d_j x_j + d_0} \quad (۲)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (۳)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (۴)$$

$$\text{where } D(x) > 0, \quad \forall x \in S \quad (۵)$$

در این مسئله، $P(x)$ و $D(x)$ توابعی خطی از متغیرهای تصمیم x هستند، p و d مقادیری ثابت‌اند، رابطه (۲) تابع هدف مسئله و روابط (۳)، (۴) و (۵) محدودیت‌های مدل برنامه ریزی کسری هستند.

در سال ۱۹۶۲، چارنز و کوپر نشان دادند که یک برنامه‌ریزی کسری خطی با یک کسر، با استفاده از یک متغیر تبدیل غیر خطی، می‌تواند به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی تقلیل یابد [۱۴]. بطور جداگانه، مارتوس در سال ۱۹۶۴ نشان داد که برنامه‌ریزی‌های کسری خطی می‌توانند مانند برنامه‌های خطی، با روش سیمپلکس حل شوند [۱۳].

مسائل برنامه‌ریزی کسری خطی که از این پس به اختصار به آن‌ها LFP^{۱۵} گفته می‌شود، بطور کلی با مفهوم کارایی و بهره‌وری مرتبط هستند. آن‌ها برای بهینه‌سازی کارایی یا بهره‌وری شرکت بکار می‌روند. امروزه بدليل کمبود منابع طبیعی، استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی اهمیت بیشتری پیدا کرده است. بنابراین، LFP به عنوان یک ابزار مدل‌سازی، برای مسائل دنیای واقعی مربوط به بهینه‌سازی بهره‌وری بکار گرفته می‌شود.

گیلمر و گوموری^{۱۶} یک مسئله برش چوب^{۱۷} در صنعت کاغذ

تخمین زدن توابع فاصله‌ای استفاده کردند: روش برنامه‌ریزی خطی پارامتری، DEA و کمترین مربعات اصلاح شده [۷]. نتایج این مطالعه نشان داد که روش‌های پیشنهادی، بطور منصفانه‌ای نتایجی نزدیک به هم را ارائه می‌دهند، بطور خاص برای دو روش پارامتری این همبستگی مشهود است. آن‌ها همچنین استفاده از میانگین امتیازات کارایی بدست آمده از سه روش را پیشنهاد کردند. پارک و لسورد^{۱۸} در سال ۲۰۰۰، کارایی نیروگاه‌های کره جنوبی را با استفاده از DEA، تحلیل مرز تصادفی (SFA) و همچنین یک مدل مرز تصادفی بر پایه DEA، مطالعه کردند. آن‌ها کارایی‌های محاسبه شده بوسیله DEA را در SFA به عنوان یک متغیر خارجی ترکیب کردند و نشان دادند که این ادغام بطور معنی داری موجب بهبود ویژگی‌های آماری مرز تصادفی می‌شود [۸].

با استفاده از ترکیب DEA و شاخص بهره‌وری مالکوئست، آسمیلد و همکاران^{۱۹} در سال ۲۰۰۴ کارایی و بهره‌وری ۵ بانک کانادایی را طی دوره زمانی ۱۹۸۲-۲۰۰۰ مورد مطالعه قرار دادند. تغییرات در سطوح کارایی و بهره‌وری با تغییرات در اوضاع اقتصادی از قبیل رکودها، تغییرات مقررات و غیره، مرتبط بود. بطور کلی، در طی دوره مورد مطالعه، همه بانک‌ها کارایی و بهره‌وری شان را افزایش داده بودند [۹].

کارایی و بهره‌وری عملیات دو روش معدن کاری (робاز و زیرزمینی) در معدن زغال سنگ هند، توسط کولشرشتا و پاریخ^{۲۰} در سال ۲۰۰۲ مورد مطالعه قرار گرفت. آن‌ها نتیجه گرفتند که رشد بهره‌وری و سطوح کارایی در معدن کاری زیرزمینی در مقایسه با معدن کاری روباز بالاتر بوده، و دلیل اصلی رشد پایین بهره‌وری عامل کل در معدن کاری روباز، کاهش در کارایی بوده است [۱۰].

چانگ و همکاران^{۲۱} در سال ۲۰۰۴ بیمارستان‌های عمومی و خصوصی در تایوان با استفاده از DEA مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که بطور کلی، بیمارستان‌های خصوصی کارایی بالاتری نسبت به بیمارستان‌های عمومی داشته‌اند [۱۱].

در حالی که چندین شرکت مشابه برای مقایسه با هم موجود نباشد و هدف مطالعه و بهینه کردن بهره‌وری یک شرکت باشد، رویکرد برنامه‌ریزی کسری با محدودیت‌های مختص خود شرکت می‌تواند به عنوان ابزاری برای بهینه سازی بهره‌وری بکار گرفته شود. در این تحقیق نیز از رویکرد برنامه ریزی کسری و به صورت پارامتری برای بهینه‌سازی بهره‌وری یک شرکت معدنی استفاده شده است.

های مدل به صورت زیر خواهد بود:

$$y_i \geq Y_L, i = 1, 2, \dots, I. \quad (7)$$

$$y_{ij} \leq Y_{iU}, i = 1, 2, \dots, I. \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I y_i = Y_{sum} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I p_i * y_i > R_{min} \quad (9)$$

$$x_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, I. \quad (10)$$

در این مدل:

y_i : حجم تولید کنسانتره ماده معدنی در دوره i ام

Y_L : حداقل حجم تولید کنسانتره ماده معدنی در دوره i ام

y_{ij} : حجم تولید کنسانتره ماده معدنی j ام در دوره i ام

Y_{iU} : حداکثر ظرفیت تولید کنسانتره ماده معدنی در دوره i ام

Y_{sum} : مجموع حجم تولید کنسانتره ماده معدنی طی دوره-های زمانی $1, 2, \dots, I$

p_i : قیمت کنسانتره ماده معدنی در دوره i ام

R_{min} : مجموع حداقل درآمد مورد انتظار طی دوره‌های زمانی $1, 2, \dots, I$

x_{ij} : مقدار استفاده از ورودی j ام در دوره i ام

معادله (7) مربوط به محدودیت کمینه تولید، معادله (8) مربوط به بیشینه تولید، معادله (9) مربوط به مجموع تولید در کل دوره‌های زمانی، معادله (10) مربوط به کمینه درآمد در هر دوره زمانی و معادله (11) معرف فرض مثبت بودن هزینه‌های ورودی است. محدودیت‌هایی که معرف تابع تولید بوده و در حقیقت رابطه بین خروجی‌ها و ورودی‌ها را برقرار می‌کنند نیز به این محدودیت‌ها اضافه خواهد شد که این محدودیت‌ها با توجه شرکت مورد مطالعه تعیین خواهند شد.

۵- بهینه‌سازی بهره‌وری مجتمع فسفات اسفورodi

مجتمع معدنی فسفات اسفورodi در ۳۵ کیلومتری شمال شهرستان بافق در استان یزد در طول ۵۵ درجه و ۳۸ دقیقه و عرض ۳۱ درجه و ۴۷ دقیقه شمالی، در منطقه‌ای کوهستانی با ارتفاع متوسط ۱۷۰۰ متری از سطح دریا قرار دارد، این منطقه در مجاورت بیابان‌های ماسه‌ای و سنگی واقع شده است [۱۷]. این معدن برای اولین بار در سال ۱۳۶۱ توسط سازمان زمین‌شناسی کشور مورد عملیات پی‌جوبی قرار گرفت. آزمایش‌های کانه‌آرایی نیز توسط شرکت سالزگیتر^۹ در طی سال‌های ۶۸ و ۶۹ صورت پذیرفت. کل ذخیره کالسار بالغ

را با استفاده از برنامه‌ریزی کسری مدل‌سازی کردند. آن‌ها فهمیدند که تحت شرایط محیطی داده شده، کمینه کردن نسبت مواد خام تلف شده به مواد مصرف شده، مناسب‌تر از این است که تنها مقدار مواد تلف شده را کمینه کنند [۱۵]. این مسئله برش چوب به صورت یک برنامه‌ریزی کسری خطی فرموله شد. در یک مطالعه موردي، هوسکینز و بلوم^{۱۰} از برنامه‌ریزی کسری برای بهینه کردن تخصیص کارمندان انبار استفاده کردند [۱۶]. هدف مدل آن‌ها کمینه کردن نسبت هزینه نیروی کار به حجم ورودی و خروجی انبار بود.

۴- مدل‌سازی

با استفاده از رابطه (۲)، می‌توان با بهینه کردن متغیرهای تصمیم (متغیرهای تصمیم z) هستند که مقدار تولید هر کدام از محصولات‌اند، بهره‌وری شرکت یا واحد تولیدی مورد نظر را بهینه کرد. ضرایب صورت کسر (P_j)، ضرایبی مانند درآمد یا سود هر کدام از محصولات و ضرایب مخرج (d_j)، ضرایبی مانند هزینه یا زمان هستند. در این نوع برنامه‌ریزی، توابع صورت و مخرج توابعی خطی بر حسب x بوده و محدودیت‌ها نیز خطی هستند.

در اینجا بایستی تغییراتی در کسر مورد نظر انجام گرفته تا مدل قابل استفاده برای یک شرکت معدنی بdest آید. هدف بهینه کردن بهره‌وری یک شرکت معدنی طی یک دوره زمانی معین است. با توجه به این مسئله، تابع هدف به صورت یک برنامه‌ریزی کسری خطی تک کسره به صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$Maximaze f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J p_{ij} * y_{ij}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij} * x_{ij} + \sum_{i=1}^I fix_i} \quad (6)$$

مراجع در این مدل:

p_i : قیمت کنسانتره ماده معدنی j ام در دوره i ام

y_{ij} : حجم تولید کنسانتره ماده معدنی j ام در دوره i ام

c_{ij} : هزینه واحد ورودی j ام در دوره i ام

x_{ij} : مقدار استفاده از ورودی j ام در دوره i ام

fix_i : مقدار هزینه‌های ثابت در دوره i ام

با استفاده از مدل تعریف شده و البته با توجه به محدودیت‌های موجود در شرکت مورد مطالعه، می‌توان میزان ورودی‌ها و خروجی‌هایی که در حقیقت متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی هستند را به گونه‌ای تعیین نمود که بهره‌وری شرکت به ازای یک دوره زمانی معین، بهینه شود. محدودیت

در مجموع ۱۱ متغیر در دوره زمانی ۴۸ ماهه و در نهایت ۵۲۸ متغیر) که غیر خطی تلقی می‌شوند.

- متغیرهای تصمیمی

متغیرهای تصمیمی، متغیرهای مستقلی هستند که مقدارشان نامشخص بوده و تصمیم گیرنده باید پس از حل، مقدار این متغیرها را بدست آورد. متغیرهای مدل با x_{ij} و y_{ij} نشان داده شده‌اند. متغیر x بیانگر ورودی‌ها است، در واقع اقلام هزینه‌ای که برای تولید کنسانتره نهایی بایستی مصرف شوند. y بیانگر میزان کنسانتره قابل فروش است که در حقیقت به میزان مصرف هر کدام از ورودی‌های مدل بستگی دارد. اندیس i نماینده دوره برنامه‌ریزی ۱۰ است که در اینجا، هر دوره یک ماه است و مدل یک دوره ۴۸ ماهه را مورد بررسی قرار می‌دهد و در نتیجه $I=48$ اندیس j نماد هر کدام از متغیرهای ورودی است. در حقیقت به هر متغیر ورودی یک شماره تخصیص داده شده و هر j نشان دهنده یک قلم هزینه‌ای ورودی است. در این مطالعه، ۱۰ نوع متغیر هزینه‌ای ورودی در نظر گرفته شده است که در بخش بعد به آن‌ها پرداخته خواهد شد، یعنی اینکه $J=10$. با توجه به توضیحات بالا، به عنوان نمونه، x_{ij} نماینده متغیر هزینه‌ای ورودی j ام در دوره i ام است و y_{ij} نشان دهنده میزان کنسانتره قابل فروش در دوره i ام است. عنوان و مشخصات هر یک از متغیرها در جدول ۱ آورده شده است.

- ورودی‌ها

با توجه به داده‌هایی که از بخش حسابداری مجتمع فسفات اسفوردی جمع آوری شده است، متغیرهای تصمیمی مربوط به ورودی‌های هزینه‌ای مدل در ادامه در جدول ۱ آورده شده است.

داده‌های مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها در دوره‌های گذشته به قیمت ثابت سال ۱۳۸۵ در جدول ۲ آورده شده است.

- هزینه‌های ثابت

هزینه‌های ثابت در هر دوره در قالب پارامتر fix_i در مدل آورده شده است. این پارامتر شامل تمامی هزینه‌هایی است که در هر دوره ثابت‌اند و نمی‌توان آن‌ها را به صورت متغیر در نظر گرفت. این هزینه‌ها شامل هزینه‌های عمومی تولید، هزینه‌های عمومی معدن، هزینه‌های فروش، ... است.

- ضرایب هزینه‌ای

ضرایب هزینه‌ای که به صورت c_{ij} در مخرج کسر در

بر ۱۶ میلیون تن با عیار متوسط $13/2$ درصد P_2O_5 و $17/8$ درصد آهن برآورد گردید [۱۸]. طراحی و ساخت کارخانه کانه‌آرایی توسط شرکت دنور سال ۱۳۷۷ آغاز شد که در سال ۱۳۷۷ کار احداث کارخانه به اتمام رسیده و شروع به کار کرد. معدن فسفات اسفوردی به صورت روباز استخراج می‌شود و کارخانه کانه‌آرایی آن از واحدهای سنگ‌شکنی (سنگ شکن‌های فکی، مخروطی)، آسیای میله‌ای، گلوله‌ای، فلوتاسیون (سلول‌های رافر و کلینر)، تیکنر و سد باطله تشکیل شده است. میزان خوارک کارخانه ۳۶۰ هزار تن در سال است، ظرفیت اسمی واحد سنگ شکن فکی حدود ۱۴۰ تن بر ساعت و سنگ شکن مخروطی ۱۸۸ تن بر ساعت و ظرفیت اسمی واحد آسیا $57/5$ تن بر ساعت می‌باشد [۱۹]. در شکل (۱) یک نمای کلی از مجتمع فسفات اسفوردی آورده شده است.



شکل ۱: نمای کلی از مجتمع فسفات اسفوردی

در ادامه، چگونگی بکارگیری مدل در مجتمع فسفات اسفوردی در یک دوره ۴۸ ماهه ارائه می‌شود.

- تابع هدف

در مجتمع فسفات اسفوردی یک محصول خروجی (کنسانتره فسفات) وجود داشته و در نتیجه در تابع هدف (fx_i)، اندیس J در صورت کسر عدد یک خواهد بود. بنابراین تابع هدف شرکت مورد بررسی به صورت زیر است:

$$Maximaze f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J p_{ij} * y_{ij}}{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij} * x_{ij} + \sum_{i=1}^I fix_i} \quad (12)$$

مدل پیشنهادی دارای ۵۷۶ متغیر است که از این تعداد، ۴۸ متغیر مربوط به خروجی در دوره‌های زمانی مختلف (یک دوره چهار ساله شامل ۴۸ ماه و در مجموع ۴۸ متغیر) است که خطی هستند و ۵۲۸ متغیر مربوط به ورودی در دوره‌های زمانی مختلف است (۱۰ متغیر هزینه‌ای و یک متغیر درآمد که

مربوط به چهار سال اخیر، روابط بین اقلام هزینه‌ای و محصول تولیدی با استفاده از رابطه بین میانگین مقادیر خروجی و ورودی‌ها به صورت خطی تخمین زده شده است. به عبارت دیگر در روابط ۱۳ تا ۲۲، با تقسیم میانگین مقادیر ورودی زام بر میانگین خروجی بنگاه معدنی طی ۴۸ دوره مورد مطالعه، یک رابطه خطی بین هر یک از این جفت متغیرها بدست آمده که به عنوان محدودیت در مدل در نظر گرفته شده است.

$$x_{i1} = 9.7 * y_i \quad (13)$$

$$x_{i2} = 218.43 * y_i \quad (14)$$

$$x_{i3} = 4.85 * y_i \quad (15)$$

$$x_{i4} = 17554 * y_i \quad (16)$$

$$x_{i5} = 92969 * y_i \quad (17)$$

$$x_{i6} = 59533 * y_i \quad (18)$$

$$x_{i7} = 24726 * y_i \quad (19)$$

$$x_{i8} = 166073 * y_i \quad (20)$$

$$x_{i9} = 27124 * y_i \quad (21)$$

$$x_{i10} = 59616 * y_i \quad (22)$$

با وارد کردن این روابط به عنوان محدودیت‌های مدل پیشنهادی، می‌توان مدل را با سازگاری مناسبی برای شرکت مورد مطالعه بکار گرفته و نتایج را مورد بررسی قرار داد.

متغیرهای x_{ij} ضرب شده‌اند، در رابطه با شرکت مورد مطالعه به صورت زیر تعریف می‌شوند؛
 c_{i1} : هزینه واحد سوخت که بر حسب ریال بر لیتر سوخت مصرفی در دوره ۱ ام است.
 c_{i2} : هزینه واحد برق که بر حسب ریال بر کیلووات ساعت در دوره ۱ ام است.
 c_{i3} : هزینه واحد آب که بر حسب ریال بر متر مکعب در دوره ۱ ام است.

به ازای $j=4$ تا $j=10$ ، مقدار c_{ij} برابر با ۱ خواهد بود، زیرا متغیر در نظر گرفته شده برای آن‌ها بر حسب ریال بوده و در نتیجه مقدار ضریب هزینه‌ای مربوطه عدد ثابت یک است. در کاربرد هلالین باید توجه شود که عبارت داخل آن برای توضیحی است که از اجزای جمله محسوب نشده، درصورت حذف خلی به آن وارد نمی‌شود. در مقابل، گیومه برای برجسته کردن جزئی از جمله بکار می‌رود.

- روابط محدود کننده بین ورودی‌ها و خروجی‌ها

همانطور که در مقدمه اشاره شد، روش‌های پارامتری، فرایند تکنولوژی را بوسیله ارتباط دادن ورودی‌ها و خروجی‌ها با یکتابع ریاضی ارائه می‌دهند. در اینجا نیز، این مجموعه از محدودیت‌ها تعیین کننده روابط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند و با استفاده از داده‌های عملیاتی مربوط به بنگاه مورد مطالعه بدست آمده‌اند. با توجه به در دسترس بودن داده‌های

جدول ۱: متغیرهای تصمیم مربوط به ورودی‌های مدل

J	نام ورودی	اندیس متغیر	توضیحات
۱	سوخت مصرفی	x_{i1}	حجم سوخت مصرفی توسط ماشین‌آلات بر حسب لیتر در ماه
۲	برق مصرفی	x_{i2}	میزان برق مصرفی در قسمت‌های مختلف مجتمع (کیلووات ساعت در ماه)
۳	آب مصرفی	x_{i3}	میزان آب مصرفی بر حسب متر مکعب در ماه
۴	هزینه‌های برون‌سپاری	x_{i4}	هزینه‌های کارهای پیمانکاری (ریال در ماه)
۵	هزینه مواد مصرفی	x_{i5}	مخارج خرید مواد اویلیه مصرفی در کارخانه و دیگر بخش‌ها (ریال در ماه)
۶	هزینه‌های معدن‌کاری	x_{i6}	تمامی هزینه‌های عملیات معدن‌کاری بر حسب ریال در ماه
۷	هزینه‌های خردایش	x_{i7}	هزینه‌های مربوط به خردایش و دانه‌بندی ماده معدنی (ریال در ماه)
۸	هزینه‌های فرآوری	x_{i8}	هزینه‌های مربوط به فرآوری ماده معدنی (ریال در ماه)
۹	هزینه‌های آزمایشگاهی و کنترل کیفیت	x_{i9}	هزینه‌های آزمایشگاهی و کنترل کیفیت کنسانتره ماده معدنی (ریال در ماه)
۱۰	هزینه‌های نگهداری و تعمیرات	x_{i10}	تمامی هزینه‌های مربوط به نگهداری و تعمیرات ماشین‌آلات (ریال در ماه)

جدول ۲: داده‌های ورودی و خروجی در دوره‌های گذشته (به قیمت ثابت سال ۱۳۸۵) [۲۰]

اسفوردي به صورت زير خواهد بود:

Objective function:

$$Maximaze f(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^{48} p_i * y_i}{\sum_{i=1}^{48} \sum_{j=1}^{10} c_{ij} * x_{ij} + \sum_{i=1}^{48} fix_i} \quad (23)$$

subject to:

$$y_i \geq 2179.85, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (44)$$

$$\gamma_i \leq 3920.9, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (45)$$

با توجه به اطلاعات جدول ۲ و با نظر گرفتن کمترین، بیشترین و مجموع حجم تولید کنسانتره در ۴ سال گذشته و همچنین حداقل درآمد حاصله در ۴۸ ماه گذشته به ترتیب به عنوان محدودیت‌های مربوط به کمینه تولید (۲۱۷۹.۸۵ تن)، بیشینه تولید (۳۹۲۰.۹ تن)، مجموع تولید در کل دوره‌های زمانی (۱۵۰۶۱.۹۱ تن) و کمینه درآمد (۹۴۷۴۳۰۰.۵۰ ریال) در هر دوره زمانی، مدل بهینه‌سازی بهره‌وری مجتمع فسفات

می‌تواند بکار گرفته شود. در این تحقیق، با بکارگیری برنامه ریزی کسری به عنوان یکی از روش‌های غیرخطی بهینه‌سازی و با رویکرد پارامتری، مدلی برای بهینه‌سازی بهره‌وری یک شرکت معنده ارائه شده است.

در این مدل اقلام اصلی هزینه عملیاتی به عنوان متغیرهای ورودی در نظر گرفته شده‌اند. این متغیرها عبارتند از هزینه‌های سوخت، برق، آب، مواد مصرفی، استخراج معدن، خردایش و پرعيارسازی ماده معنده، هزینه‌های پیمانکاری، هزینه‌های آزمایشگاهی و کنترل کیفیت و هزینه‌های نگهداری و تعمیرات ماشین‌آلات است. مجتمع مورد مطالعه تنها یک محصول (کنسانتره فسفات) داشته که به عنوان متغیر خروجی در نظر گرفته شده است.

۶- نتیجه گیری

بهره‌وری از جمله عوامل کلیدی در رشد اقتصادی و رقابت پذیری شرکت‌ها بوده و ارزیابی و تحلیل آن ابزاری برای مدیریت بکارگیری منابع نسبت به ستاندها است. در این تحقیق، یک مدل برنامه‌ریزی کسری به منظور بهینه‌سازی این نسبت که در واقع همان مفهوم بهره‌وری است با لحاظ مجموعه‌ای از محدودیت‌های مرتبط در مجتمع فسفات اسفوردی در دوره ۱۳۸۵ الی ۱۳۸۸ ارائه شده است.

با بکارگیری مدل، نحوه تخصیص ورودی‌ها و خروجی‌ها طی دوره‌های زمانی برنامه‌ریزی بهینه می‌شود به گونه‌ای که بهره‌وری شرکت طی دوره مورد نظر بیشینه می‌شود. محدودیت‌های بکار گرفته شده در مدل معرف ساختار، وضع تکنولوژیکی و بازار است. مدل در قالب ۵۷۶ متغیر و ۶۲۶ محدودیت خطی توسعه یافته و بر اساس نتایج بدست آمده بهره‌وری مجتمع فسفات اسفوردی می‌تواند به میزان ۹٪ افزایش یابد.

از مزایای مدل طراحی شده، استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌هایی با مقیاس اندازه گیری متنوع است که باعث می‌شود مدل انعطاف پذیر بوده و کاربرد متعددی داشته باشد.

$$\sum_{i=1}^{48} y_i = 150661.91 \quad (26)$$

$$p_i * y_i > 947430050 \quad (27)$$

$$x_{i1} = 9.7 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (28)$$

$$x_{i2} = 218.43 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (29)$$

$$x_{i3} = 4.85 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (30)$$

$$x_{i4} = 17554 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (31)$$

$$x_{i5} = 92969 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (32)$$

$$x_{i6} = 59533 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (33)$$

$$x_{i7} = 24726 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (34)$$

$$x_{i8} = 166073 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (35)$$

$$x_{i9} = 27124 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (36)$$

$$x_{i10} = 59616 * y_i, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (37)$$

$$x_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, 48. \quad (38)$$

به این ترتیب، با حل مدل پیشنهادی برای این شرکت معنده، مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها که در بالا معرفی شدند، برای یک دوره زمانی خاص بهینه می‌شوند به گونه‌ای که بهره‌وری شرکت بیشینه شود. دوره زمانی مورد بررسی چهار سال است که به صورت ماهانه در نظر گرفته شده و ۴۸ ماه می‌شود. ورودی و خروجی‌ها برای هر ماه از ۴۸ ماه دوره مورد نظر، تعیین می‌شوند.

۵- نتایج و بحث

با کد نویسی مدل پیشنهادی در نرم افزار لینگو ۱۱، مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم و مقدار تابع هدف به دست آمده است (جدول ۳). مقدار نهایی بهره‌وری که جواب تابع هدف مدل است، ۰/۷۴۲۵۳ بدست می‌آید که در مقایسه با مقدار محاسبه شده با استفاده از داده‌های گذشته شرکت (۰/۶۸۰۷۶)، به میزان ۹٪ افزایش را در بهره‌وری کل نشان می‌دهد.

روش‌های مختلفی برای اندازه گیری و بهبود بهره‌وری ارائه شده است. در شرایطی که هدف بررسی یک بنگاه بوده و امكان مقایسه با بنگاه‌های مشابه وجود نداشته باشد، رویکرد غیرمرزی

جدول ۳. نتایج از حل مدل برای مجتمع فسفات اسفوردی

دوره زمانی	کنسانتره تولیدی (تن)	سوخت مصرفی (لیتر)	برق مصرفی (kwh)	آب مصرفی (مترمکعب)	کارهای کنتراتی (ریال)	مواد مصرفی (ریال)	هزینه‌های معدنکاری (ریال)	هزینه‌های بندی (ریال)	هزینه‌های دانه (ریال)	هزینه‌های فرآوری (ریال)	هزینه‌های آزمایشگاهی (ریال)	هزینه‌های تعمیر و نگهداری (ریال)
۱۰	خودجو	۱	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵	۲	۲۱,۱۴۵	۴۷۶,۱۴۵	۳۸,۲۶۵,۱۳۷	۳۰,۲,۶۵۸,۷۳۸	۱۲۹,۷۷۳,۱۷۹	۵۳,۱۸۹,۹۴۱	۳۶۲,۰,۱۴,۷۰۰
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۱۱۶,۳۷۸	۱	۱۰,۰۷۲	۱۰,۰۷۲	۳	۱۰,۰۷۲	۴۷۶,۱۴۵	۳۸,۲۶۵,۱۳۷	۳۰,۲,۶۵۸,۷۳۸	۱۲۹,۷۷۳,۱۷۹	۵۳,۱۸۹,۹۴۱	۳۶۲,۰,۱۴,۷۰۰
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۱۱۶,۳۷۸	۲	۱۰,۰۷۲	۱۰,۰۷۲	۳	۱۰,۰۷۲	۴۷۶,۱۴۵	۳۸,۲۶۵,۱۳۷	۳۰,۲,۶۵۸,۷۳۸	۱۲۹,۷۷۳,۱۷۹	۵۳,۱۸۹,۹۴۱	۳۶۲,۰,۱۴,۷۰۰
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۱۱۶,۳۷۸	۳	۱۰,۰۷۲	۱۰,۰۷۲	۳	۱۰,۰۷۲	۴۷۶,۱۴۵	۳۸,۲۶۵,۱۳۷	۳۰,۲,۶۵۸,۷۳۸	۱۲۹,۷۷۳,۱۷۹	۵۳,۱۸۹,۹۴۱	۳۶۲,۰,۱۴,۷۰۰
۱۳۷,۷۱۱,۷۸۲	۶۲,۶۸۵,۹۰-۰	۴	۱۱,۰۳	۱۱,۰۳	۴	۱۱,۰۳	۵۰۴,۰۵۶	۲۲,۴۰۷	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵
۱۴۴,۷۲۳,۹۷۷	۶۵,۸۲۶,۲۸۹	۵	۱۱,۰۷۶	۱۱,۰۷۶	۵	۱۱,۰۷۶	۴۷۶,۱۴۵	۲۲,۴۰۷	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵	۲۱,۱۴۵
۱۵۰,۷۱۳,۸۷۳	۶۸,۰۵۱,۵۷۶	۶	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۶	۱۲,۰۶۱	۵۰۵,۲۰۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸
۱۵۵,۴۲۲,۰۷۷	۷۰,۷۲۲,۰۸-۰	۷	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۷	۱۲,۰۶۱	۵۰۵,۲۰۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸
۱۵۸,۷۵۰,۰-۰	۷۷,۲۲۱,۰-۰	۸	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۸	۱۲,۰۶۱	۵۰۵,۲۰۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸	۲۴,۴۲۸
۱۶۰,۵۰-۰,۱۵۲	۷۷,۰,۲۶۸,۰۷۲	۹	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۹	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۶۰,۷۶۴,۲۲۲	۷۷,۰,۱۴۴,۰۷۸	۱۰	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۰	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۵۹,۶۰-۰,۳۶۱	۷۷,۰,۱۶۱,۰-۰	۱۱	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۱	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۵۷,۰۲۴,۹۱۸	۷۱,۰,۱۴۴,۰-۰	۱۲	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۲	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۵۳,۷۷۲,۰۵۷	۶۹,۹۶۴,۰-۰	۱۳	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۳	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۴۹,۵۴۶,۰-۰	۶۸,۰-۰,۲۶	۱۴	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۴	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۴۴,۷۵۷,۹۲۷	۶۵,۰,۱۶۱,۰-۰	۱۵	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۵	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۳۹,۶۱۱,۰-۰	۶۳,۰,۱۴۴,۰-۰	۱۶	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۶	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۳۴,۳۲۰,۰-۰	۶۱,۰,۱۱۲,۰-۰	۱۷	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۷	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۱۸	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۸	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۱۹	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۱۹	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۰	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۰	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۱	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۱	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۲	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۲	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۳	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۳	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۴	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۴	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۵	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۵	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۶	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۶	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۷	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۷	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۸	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۸	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۲۹	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۲۹	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۰	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۰	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۱	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۱	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۲	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۲	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۳	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۳	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۴	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۴	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۵	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۵	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۶	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۶	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۷	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۷	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۸	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۸	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۳۹	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۳۹	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۰	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۰	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۱	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۱	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۲	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۲	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۳	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۳	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۴	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۴	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۵	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۵	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۶	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۶	۱۲,۰۶۱	۵۰۸,۰۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶	۲۶,۱۱۶
۱۲۹,۹۵۴,۱-۰	۵۹,۰,۱۲۶,۰-۰	۴۷	۱۲,۰۶۱	۱۲,۰۶۱	۴۷	۱۲,۰۶۱	۵۰۸					

منابع

- analysis. Energy Economics, 24 (5): 439-453, 2002.*
- 11.** Chang, H., Cheng, M., & Das, S., *Hospital ownership and operating efficiency: evidence from Taiwan. European Journal of Operational Research, 159 (2): 513-527, 2004.*
- 12.** J.B.G. Frenk and S. Schaible, *Fractional Programming. ERIM Report Series reference, number ERS-074-LIS, 2004.*
- 13.** Martos, B., *Hyperbolic Programming. Naval Research Logistics Quarterly. 11:135-155, 1964.*
- 14.** Charnes, A. and W.W.Cooper., *Programming with linear fractional functionals. Naval Research Logistics Quarterly, 9:181–186, 1962.*
- 15.** Gilmore, P.C. and R.E.Gomory., *A linear programming approach to the cutting stock problem-part ii. Operations Research, 11:863–888, 1963.*
- 16.** Hoskins, J.A and R.Bloom., *Optimal allocation of warehouse personnel: a case study using fractional programming. FOCUS (U.K), 3(2):13–21, 1984*
- 17.** "Feasibility study of selective mining in Esfordi Phosphate complex", *The report of first phase, Esfordi Phosphate complex, 2004.*
- 18.** Samimi Namin, M. and Abedian, N., "The detailed exploration of Esfordi Apatite Deposit", *Geological Survey of IRAN, 1983.*
- 19.** Karimi, G.H., Tabatabaei, A. and Rafiei-Mehr abadi, A."Studying the function of mineral processing plants of Yazd province", *Geological Survey of Iran, 2003.*
- 20.** Accounting reports of Esfordi phosphate Compelex, 2010.

- 1.** Mahadevan, R., New currents in productivity analysis: Where to now?, *productivity series No. 31. Tokyo, Japan: Asian Productivity Organization, 2002.*
- 2.** Momeni, M., "New concept in operations research", *Management faculty, Tehran University, 2006.*
- 3.** Caves D. W, Christensen L. R. and Diwert W. E., The economic theory of index numbers and measurement of input, output and productivity. *Econometrica 50:6 (November), 1393-1414, 1982.*
- 4.** Coelli, T., Rao, D.S.P. & Battese, G.E., *An Introduction to efficiency and productivity analysis. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1998.*
- 5.** Lovell, C.A.K., & Schmidt, P., 1988. A comparison of alternative approaches to the measurement of productivity and efficiency, *Norwell, MA: Kluwer Academic Publisher.*
- 6.** Charnes, A., Gallegos, A., & Li, H., Robustly efficient parametric frontier via multiplicative DEA for domestic and international operations of Latin American airline industry. *European Journal of Operational Research, 88 (3): 525-536, 1996.*
- 7.** Coelli, T., & Perelman, S., A comparison of parametric and non-parametric distance functions: with application to European railways. *European Journal of Operational Research, 117 (2): 326-339, 1999.*
- 8.** Park, S. U., & Lesourd, J. B., The efficiency of conventional fuel power plants in South Korea: A comparison of parametric and non-parametric approaches. *International Journal of Production Economics, 63(1): 59-67, 2000.*
- 9.** Asmild, M., Paradi, J. C., Aggarwall, V., & Schaffnit, C., Combining DEA window analysis with Malquist index approach in a study of Canadian banking industry. *Journal of Productivity Analysis, 21 (1): 67-89, 2004.*
- 10.** Kulshreshtha, M., & Parikh, J.K., Study of efficiency and productivity growth in opencast and underground coal mining in India: a DEA

زیرنویس‌ها

- ¹ Frontier
- ² Non-frontier
- ³ Parametric Approach
- ⁴ Non-Parametric Approach
- ⁵ Charnes et al., 1996
- ⁶ Data Envelopment Analysis
- ⁷ Coelli & Perelman (1999)
- ⁸ Park & Lesourd
- ⁹ Stochastic Frontier Analysis
- ¹⁰ Asmild et al
- ¹¹ Kulshreshtha and Parikh
- ¹² Chang et al
- ¹³ Fractional Programming
- ¹⁴ Bela Martos
- ¹⁵ Linear Fractional Programming
- ¹⁶ Gilmore and Gomory
- ¹⁷ Stock cutting
- ¹⁸ Hoskins and Blom
- ¹⁹ Salzgitter
- ²⁰ Denver sala