

## ساخت شبیه‌ساز مدار خردایش و واسنجی آن با داده‌های سازگار شده‌ی کارخانه‌ی نیمه‌صنعتی طلای زرشوران

مقداد مجدی<sup>۱</sup>، محمدرضا خالصی<sup>۲\*</sup>، صدرالدین ناصری<sup>۳</sup>، سید محمد جواد کلینی<sup>۴</sup>

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی فرآوری مواد معدنی، دانشگاه تربیت مدرس تهران، meghdad.majdi@gmail.com
- ۲- استادیار فرآوری مواد معدنی، دانشگاه تربیت مدرس تهران، mrkhalesi@modares.ac.ir
- ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی فرآوری مواد معدنی، دانشگاه تربیت مدرس تهران، sadreddin.nasseri@gmail.com
- ۴- دانشیار فرآوری مواد معدنی، دانشگاه تربیت مدرس تهران، koleini@modares.ac.ir

(دریافت ۶ اردیبهشت ۱۳۹۲، پذیرش ۵ تیر ۱۳۹۲)

### چکیده

شبیه‌سازی پایای فرآیند خردایش، ابزاری است که توسط آن می‌توان تخمینی مناسب از نحوه‌ی عملکرد این فرآیند به دست آورد و از این طریق در جهت بهبود کارایی آن اقدام نمود. در این تحقیق ضمن کدنویسی شبیه‌ساز خردایش در مدار بسته و برنامه‌های کاربردی جهت محاسبه‌ی توابع شکست و انتخاب و نیز محاسبات برگشتی توزیع زمان ماند و ... در محیط *MATLAB* و ساخت یک پوسته‌ی گرافیکی آسان کاربرد، تلاش شد تا پارامترهای مدل‌های این نرم‌افزار با داده‌های حاصل از نمونه‌برداری از کارخانه‌ی نیمه‌صنعتی طلای زرشوران، واسنجی شود. واسنجی با داده‌های خام، میانگین داده‌ها و نیز داده‌های سازگار شده با روش دو خطی انجام شد و نتایج شبیه‌سازی‌ها با داده‌های اندازه‌گیری شده در هر حالت مقایسه شد. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان داد که انتخاب مدل‌های صحیح برای واحدهای موجود و استفاده از داده‌های سازگار شده در فرآیند واسنجی مدل‌ها، منجر به محاسبه‌ی پارامترهای صحیح مدل‌های انتخاب شده و به دنبال آن، نتایج بسیار بهتر در شبیه‌سازی می‌شود. بیشترین میزان خطا از مقدار ۱۵۳/۱۶ درصد در مورد دبی آب در جریان ته‌ریز هیدروسیکلون، زمانی که از داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی لحظه‌ای برای شبیه‌سازی استفاده شد، به مقدار ۴/۵۷ درصد زمانی که از داده‌های سازگار شده برای شبیه‌سازی استفاده شد، کاهش یافت. به علاوه نشان داده شد که نمونه‌برداری تکراری در نقاط و میانگین‌گیری نیز می‌تواند نتایج شبیه‌سازی را به اندازه‌گیری‌ها نزدیک کند.

### کلمات کلیدی

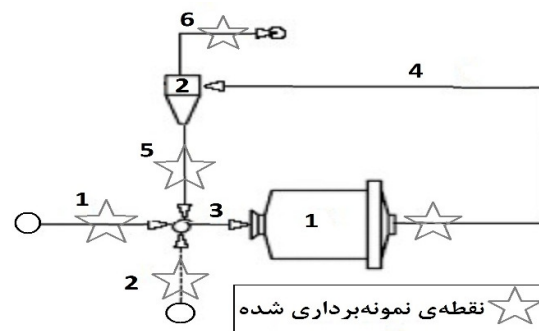
شبیه‌سازی مدار خردایش، آسیای گلوله‌ای، هیدروسیکلون، سازگارسازی داده‌ها

۱- مقدمه

خردایش، یک عملیات مهم در صنایع مختلف از جمله در فرآوری مواد معدنی، سیمان، سرامیک، داروسازی و صنایع شیمیایی است. روش پایه در مدل‌سازی این فرآیند، استفاده از معادلات ریاضیاتی است که دانه‌بندی ورودی و خروجی واحد خردایش را به یکدیگر مربوط سازند [۱]. این مدل‌های ریاضی شامل پارامترهایی هستند که به وسیله آن‌ها می‌توان اثر متغیرهای عملیاتی بر خردایش را در آن واحد خاص ارزیابی کرد [۲].

توسعه‌ی مدل‌های ریاضی و شبیه‌سازی مدارهای خردایش با استفاده از این مدل‌ها، موضوع تحقیق‌های فراوانی در صنعت فرآوری مواد معدنی در طول سالیان متمادی بوده است [۲-۶]. هم اکنون شبیه‌سازی در دامنه‌ی وسیعی از سیستم‌های مهندسی، به عنوان تنها شیوه‌ی تجزیه و تحلیل آن‌ها پذیرفته شده است [۵]. به کمک کامپیوترها دامنه‌ی وسیعی از عملیات به راحتی قابل شبیه‌سازی بوده و دستیابی به شرایط پهنه‌ی عملیات و طراحی مدارها با دقت و صحت قابل قبولی امکان‌پذیر شده است [۱].

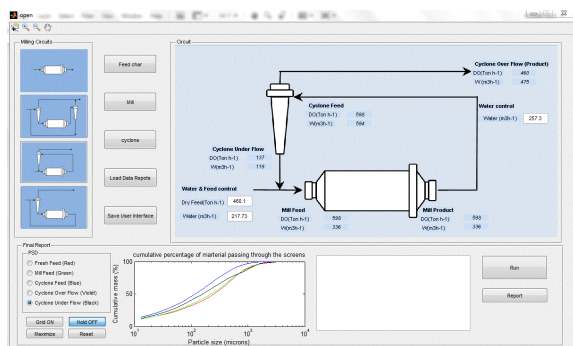
کارخانه‌ی نیمه صنعتی فرآوری طلای زرشوران در شهرستان تکاب و در استان آذربایجان غربی واقع است. مدار خردایش این کارخانه شامل یک آسیای گلوله‌ای از نوع تخلیه سرریزی، به طول ۴/۸۲ و قطر ۲/۴۵ متر است که در مدار بسته با یک هیدروسیکلون، در حال کار می‌باشد. محصول نهایی مدار خردایش که سرریز هیدروسیکلون است وارد بخش سیانوراسیون می‌شود. شکل (۱) فلوشیت آخرین وضعیت مدار خردایش مذکور را نشان می‌دهد.



شکل (۱): فلوشیت مدار خردایش کارخانه‌ی زرشوران و نقاط نمونه‌برداری شده

در این تحقیق برای شبیه‌سازی مدار خردایش، از شبیه‌ساز اختصاصی طراحی شده برای مدار مورد مطالعه که در محیط نرم‌افزار *MATLAB* کدنویسی شده، استفاده شده است. به منظور تسهیل در به کارگیری این شبیه‌ساز توسط کاربران،

پس از ایجاد یک پوسته‌ی گرافیکی مناسب برای آن، شبیه‌ساز مذکور به صورت یک نرم‌افزار مستقل که قابلیت نصب و اجرا بر روی انواع سیستم‌های عامل رایج را دارد، تبدیل شد. نسخه‌ی فعلی این شبیه‌ساز می‌تواند به راحتی برای شبیه‌سازی عملکرد مدارهای مشابه در حالت پایا و با توزیع‌های زمان ماند متفاوت بکار برده شود. شکل (۲) نمای از پوسته‌ی گرافیکی این شبیه‌ساز و چگونگی ورود اطلاعات را نشان می‌دهد. ورودی‌های مورد نیاز برای این نرم‌افزار شامل پارامترهای تابع انتخاب، تابع شکست ماده معدنی، زمان ماند مواد در آسیا و دبی (بر حسب تن بر ساعت) جامد خشک و آب ورودی به مدار و همچنین سه پارامتر مربوط به مدل مفهومی<sup>۱</sup> هیدروسیکلون است [۷].



شکل (۲): تصویر پوسته‌ی گرافیکی شبیه‌ساز اختصاصی مدار خردایش کارخانه‌ی نیمه صنعتی فرآوری طلای زرشوران

هدف از شبیه‌سازی مدار خردایش فعلی کارخانه زرشوران، بررسی عملکرد مدار موجود با توجه به بار ورودی و مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی متغیرهای عملیاتی مدار بوده است. به‌علاوه تأثیر سازگارسازی داده‌ها<sup>۲</sup>ی ورودی به شبیه‌ساز و واسنجی (کالیبراسیون) مدل‌های مربوط به واحدهای موجود در مدار مورد مطالعه با استفاده از این داده‌ها بر روی نتایج شبیه‌سازی بررسی شده است.

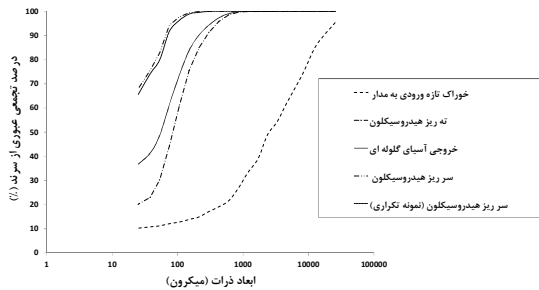
۲- روش‌ها و تجهیزات

۲-۱- مدل ریاضی آسیای گلوله‌ای

مدل موازنه جمعیتی استفاده شده در این شبیه‌ساز برای شبیه‌سازی آسیای گلوله‌ای پیوسته به صورت رابطه‌ی (۱) است [۸]:

$$q = \int_{t=0}^{t=\infty} RTD(t) \cdot T \cdot \exp(-St) \cdot T^{-1} \cdot f \cdot dt \quad (1)$$

که در این رابطه،  $q$  توزیع دانه‌بندی محصول آسیا،  $RTD(t)$  توزیع زمان ماند مواد در آسیا،  $S$  تابع انتخاب و  $f$  توزیع



شکل (۳): توزیع دانه بندی مواد در نقاط نمونه برداری

جدول (۱): مقادیر میانگین داده های حاصل از نمونه برداری از مدار خردایش کارخانهی زرشوران

درصد جامد	دانسیته مواد ( $t/m^3$ )	دبی اندازه گیری شده (تن بر ساعت)	جریان مورد نظر
۹۵/۷۸	۲/۳۴	۴/۱۸	بار تازه ورودی به مدار
۴۹/۸۵	۱/۴۶	۱۵	پالپ ته ریز هیدروسیکلون
۰	۱/۰۱	۱۲/۷۱	آب ورودی به آسیای گلوله ای
۳۳/۴۱	۱/۲۲	۲۶/۰۳	پالپ خروجی آسیای گلوله ای (بار ورودی هیدروسیکلون)
۲۳/۸۲	۱/۱۸	۱۶/۹۲	پالپ سر ریز هیدروسیکلون

#### ۴-۲- تعیین تابع شکست مادهی معدنی

تابع شکست، توزیع ابعادی محصول را تشریح کرده و رفتار مواد معدنی را در پاسخ به تنش های مکانیکی منعکس می سازد و اغلب مستقل از عملکرد و مقیاس آسیا و وابسته به مادهی معدنی در نظر گرفته می شود [۱۱]. شبیه ساز طراحی شده دارای زیر برنامه ای است که می تواند تابع شکست مادهی معدنی را با استفاده از سه روش بقوبه<sup>۴</sup>، هربست - فورستینا<sup>۵</sup> و هربست - فورستینای اصلاح شده<sup>۶</sup> محاسبه نماید و پیش تر اعتبار سنجی شده است [۷]. به این منظور لازم است تا با انجام آزمایش های خردایش بر روی مادهی معدنی، داده های مورد نیاز این بخش از نرم افزار تأمین شود. لذا پس از تهیه نمونهی معرفی از بار ورودی مدار خردایش کارخانه و تکساز کردن آن، مقادیر تابع شکست تجمعی برای دو طبقه ی سرندي مختلف، محاسبه و با مقایسه ی مقادیر تابع شکست تجمعی محاسبه شده در این دو طبقه ی سرندي مشخص شد که تابع شکست مادهی معدنی از نوع نرمال شونده است. بنابراین تابع شکست تجمعی مادهی معدنی با استفاده از سه روش بقوبه، هربست - فورستینا و هربست - فورستینای اصلاح شده برای بالاترین طبقه ی سرندي محاسبه شد. مقادیر تابع شکست تجمعی محاسبه شده با استفاده از این سه روش به دلیل مبنای متفاوت تعریف و روند محاسبه ی تابع شکست در آن ها کمی متفاوت می باشند. بنابراین پس از وارد کردن هر یک از این مقادیر در شبیه ساز و مقایسه ی نتایج شبیه سازی، مشخص

دانه بندی بار ورودی به آسیا است. پارامتر  $T$  نیز به صورت رابطه ی (۲) تعریف می شود:

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{for } i < j \\ S_j & \text{for } i = j \\ \frac{1}{S_i - S_j} \sum_{k=1}^{i-1} S_k b_{ik} T_{kj} & \text{for } i > j \end{cases} \quad (2)$$

و در این رابطه،  $b$  تابع شکست مادهی معدنی است.

این شبیه ساز به گونه ای طراحی شده است که قابلیت استفاده از هر دو مدل  $Weller$  و  $N.Pm$  را در مورد توزیع زمان ماند مواد در آسیای گلوله ای دارد.

#### ۲-۲- مدل ریاضی هیدروسیکلون

به منظور شبیه سازی عملکرد هیدروسیکلون در شبیه ساز طراحی شده، از مدل مفهومی که به صورت رابطه ی (۳) ارائه شده است استفاده شد [۹، ۱۰]:

$$P_i = R_f + (1 - R_f)(1 - e^{-0.693(\frac{d_i}{d_{50c}})^2}) \quad (3)$$

که در این رابطه،  $P_i$  تابع توزیع (جدایش) واقعی،  $R_f$  بازیابی آب از بار ورودی به ته ریز هیدروسیکلون بر حسب درصد،  $d_i$  اندازه ی مشخصه بر حسب میکرون،  $d_{50c}$  حد جدایش تصحیح شده بر حسب میکرون و  $\lambda$  نشان دهنده ی دقت جدایش است.

#### ۲-۳- نمونه برداری و بررسی داده ها

پس از بررسی مدار خردایش کارخانه ی زرشوران، نقاطی از مدار که امکان نمونه برداری از آن ها وجود داشت، مشخص گردید. این نقاط بر روی شکل (۱) مشخص شده اند. برای اطمینان از پایایی<sup>۳</sup> مدار، از هر نقطه ۸ نمونه با فاصله زمانی ۶ دقیقه برداشته شد. در این حالت، عملیات نمونه برداری، ۴ برابر زمان ماند میانگین تخمین زده شده ی آسیا را پوشش می دهد. پس از محاسبه ی دبی، درصد جامد و دانسیته ی نمونه های برداشت شده، تجزیه سرندي بر روی آن ها انجام شد. با توجه به ابعاد بار ورودی و سایر نقاط نمونه برداری شده، مجموعه سرندي ۲۵۴۰۰ تا ۲۵ میکرون (۲۲ طبقه ی سرندي) با رعایت نسبت  $\sqrt{2}$  بین هر دو سرندي متوالی، از سری سرندي های استاندارد  $ASTM E11-04$  انتخاب شد. نتایج حاصل از تجزیه ی سرندي در نقاط نمونه برداری شده در شکل (۳) و مقادیر میانگین سایر داده های حاصل در این مرحله، در جدول (۱) ارائه شده است.

الگوریتم مبتنی بر کمترین مجموع مربعات و بهینه‌سازی غیر خطی انجام شد.

پس از یافتن مقادیر بهینه‌ی پارامترهای مدل استاندارد آستین برای تابع انتخاب آزمایشگاهی، ابتدا ضرایب معرفی شده در روابط زیر محاسبه شدند [۵]:

$$C_1 = \left(\frac{D_m}{D_{mT}}\right)^{N_2} \left(\frac{d_b}{d_{bT}}\right)^{N_3} \quad (5)$$

$$C_2 = \begin{cases} \left(\frac{D_m}{D_{mT}}\right)^{N_1} & D_m < 3.81 \\ \left(\frac{3.81}{D_{mT}}\right)^{N_1} \left(\frac{D_m}{3.81}\right)^{N_1-\Delta} & D_m > 3.81 \end{cases} \quad (6)$$

$$C_3 = \left(\frac{1 + 6.6 J_T^{2.3}}{1 + 6.6 J^{2.3}}\right) \cdot \exp[-c(U - U_T)] \quad (7)$$

$$C_4 = \left(\frac{\varphi_c - 0.1}{\varphi_{cT} - 0.1}\right) \cdot \left(\frac{1 + \exp[15.7(\varphi_{cT} - 0.94)]}{1 + \exp[15.7(\varphi_c - 0.94)]}\right) \quad (8)$$

که در این روابط،  $D_m$  قطر آسیا،  $d_b$  قطر گلوله،  $J$  نسبتی از حجم کل آسیا که توسط گلوله‌ها پر شده است،  $U$  نسبتی از فضای خالی بین بار خردکننده که توسط پالپ اشغال شده است و  $\varphi_c$  نسبت (درصد) سرعت بحرانی است. زیرنویس "T" نشان دهنده‌ی مقادیر متناظر این پارامترها در آزمایشگاه است. رابطه‌ی تجربی ارائه شده برای محاسبه‌ی پارامتر  $U$  به صورت زیر است [۱۳]:

$$U = 0.63 \sqrt{\frac{F}{\varphi_c D^{3.5}}} \quad (9)$$

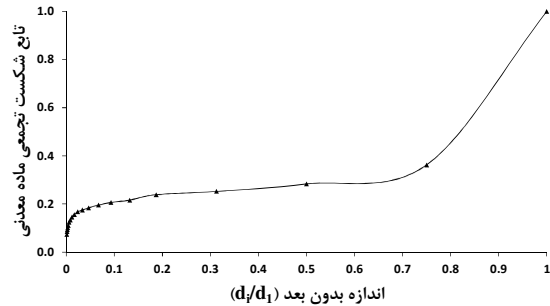
که در این رابطه،  $F$  دبی پالپ ورودی به آسیا و  $D$  قطر آسیا است.

در نهایت پس از محاسبه‌ی ضرایب معرفی شده در روابط فوق، تابع انتخاب معرفی شده توسط مدل استاندارد آستین در رابطه‌ی (۴) به صورت رابطه‌ی زیر بازنویسی می‌شود:

$$S(\overline{dp}_l) = \frac{a_1 \cdot \overline{dp}_l^{-\alpha}}{1 + \left(\frac{\overline{dp}_l}{C_1 \mu}\right)^\Lambda} \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4 \quad (10)$$

مقادیر حاصل از این رابطه، مقادیر بزرگ مقیاس شده‌ی تابع انتخاب هستند. نتایج حاصل در شکل (۵) به همراه مقادیر آزمایشگاهی، به صورت تابعی از ابعاد ذرات نمایش داده شده است.

شد که داده‌های حاصل از روش اصلاح شده‌ی هریست - فورستینا بهترین نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد و بنابراین به عنوان تابع شکست تجمعی ماده‌ی معدنی در شبیه‌سازی استفاده شد. تغییرات تابع شکست به صورت تابعی از اندازه ذرات در شکل (۴) ارائه شده است.



شکل (۴): تابع شکست تجمعی ماده‌ی معدنی

#### ۵-۲- تعیین تابع انتخاب

تابع انتخاب، احتمال شکست یک ذره در آسیا را توصیف می‌کند و تابعی از عملکرد آسیا است. این پارامتر شاخص سینتیک فرآیند آسیاکنی بوده و به عوامل مختلفی مانند خصوصیات کانه، قطر آسیا، سرعت گردش آسیا، اندازه و جنس گلوله‌ها بستگی دارد. ناپدید شدن مواد از یک طبقه‌ی سرندی در مورد آسیاهای گلوله‌ای در اغلب موارد از سینتیک مرتبه اول پیروی می‌کند [۱۲].

برای تعیین تابع انتخاب ماده‌ی معدنی نیز از شبیه‌ساز طراحی شده و بخشی که جهت محاسبه‌ی تابع انتخاب در مقیاس آزمایشگاهی ایجاد شده است، استفاده شد.

#### ۶-۲- بزرگ مقیاس کردن تابع انتخاب

با توجه به وابستگی تابع انتخاب به محیط خردایش، مقادیر آزمایشگاهی محاسبه شده برای آن، به روش آستین<sup>۷</sup>، بزرگ مقیاس شد [۵]. بر اساس این روش، ابتدا مقادیر آزمایشگاهی محاسبه شده، به مدل استاندارد آستین که به صورت رابطه‌ی (۴) ارائه شده است، برازش شد:

$$S(\overline{dp}_l) = \frac{a_1 \cdot \overline{dp}_l^{-\alpha}}{1 + \left(\frac{\overline{dp}_l}{\mu}\right)^\Lambda} \quad (4)$$

که در این رابطه،  $S$  تابع انتخاب،  $\overline{dp}_l$  میانگین هندسی محدوده‌ی ابعادی و  $a_1$ ،  $\alpha$ ،  $\mu$  و  $\Lambda$  پارامترهای مدل هستند. برازش داده‌های آزمایشگاهی به این مدل در برنامه‌ای که در محیط نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده است، تحت یک

به منظور تعیین توزیع زمان ماند مواد در آسیای گلوله‌ای مدار خردایش کارخانهی زرشوران، از روش آزمون ردیاب (با دو ردیاب پودر آهن و آهک) و نیز روش محاسبه‌ی برگشتی<sup>۸</sup> پارامترهای دو مدل توزیع زمان ماند *Weller* و  $n$  مخلوط کننده کامل استفاده شد. به‌علاوه میانگین زمان ماند مواد در آسیا با استفاده از تقسیم جرم مواد در داخل آسیا (با استفاده از اطلاعات پرشدگی آسیا به دست آمده از روش نظری آستین [۷و۱۳]) بر میزان دبی مواد نیز محاسبه گردید که این مقدار می‌بایست به میانگین زمان ماند محاسبه شده از پارامترهای مدل‌های زمان ماند نزدیک باشد. لازم به ذکر است که میانگین زمان ماند به دست آمده از این روش مستقل از الگوی اختلاط و انتقال مواد می‌باشد، در حالی که میانگین‌های زمان ماندی که از مدل‌ها به دست می‌آیند حاوی فرضیات مدل و از جمله الگوی خاص انتقال و اختلاط مواد می‌باشند.

بررسی داده‌های حاصل از آزمون ردیاب نشان داد که در این آسیای نیمه صنعتی به دلیل میزان زمینه‌ی بالا از هر دو ردیاب استفاده شده و تغییر مقدار زمینه در طول زمان، نتایج به دست آمده جهت تعیین توزیع زمان ماند مواد با استفاده از داده‌های ردیاب‌ها، قابل اطمینان نمی‌باشند.

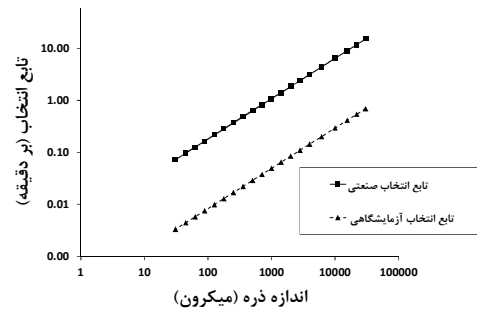
مقدار میانگین زمان ماند مواد در آسیای گلوله‌ای با استفاده از روش نظری (اطلاعات مربوط به پرشدگی آسیا) برابر با  $11/63$  دقیقه تعیین شد که با مقدار حاصل از محاسبه‌ی بازگشتی پارامترهای مدل *Weller* ( $12/58$  دقیقه) مطابقت نزدیکی دارد. پارامترهای تخمین زده شده برای مدل *Weller* در جدول (۲) آورده شده است. در مدل *Weller* فرض می‌شود که مواد به هنگام انتقال از راکتور، به صورت سری از یک محفظه با الگوی انتقال جریان پیستونی با میانگین زمان ماند  $\tau_{pf}$ ، یک محفظه بزرگ با الگوی اختلاط کامل و میانگین زمان ماند  $\tau_l$  و دو محفظه کوچک با الگوی اختلاط کامل و میانگین زمان ماند  $\tau_s$  می‌گذرند.

جدول (۲): مقادیر تخمینی پارامترهای مدل توزیع زمان ماند

Weller	
پارامتر مدل	مقدار تخمین زده شده برای پارامتر (دقیقه)
$\tau_{pf}$	۲/۲۵
$\tau_s$	۳/۴۳
$\tau_l$	۳/۴۷

## ۲-۸- واسنجی مدل مفهومی هیدروسیکلون

با توجه به اینکه تمامی داده‌ها در جریان‌های مرتبط با هیدروسیکلون اندازه‌گیری شده‌اند، بنابراین با استفاده از این داده‌ها پارامترهای اختصاصی مدل مفهومی مربوط به هیدروسیکلون موجود در مدار خردایش کارخانهی زرشوران



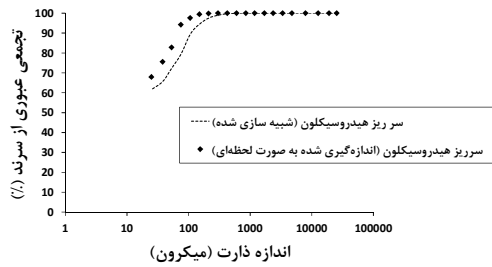
شکل (۵): تابع انتخاب در مقیاس آزمایشگاهی و صنعتی

بایستی به این نکته توجه شود که در روش آزمایشگاهی تعیین تابع انتخاب و سپس بزرگ مقیاس کردن آن، عواملی از جمله پارامتر  $U$  وجود دارد که تعیین مقدار دقیق آن‌ها امکان‌پذیر نبوده و مقادیر به دست آمده از مدل‌های تجربی در محاسبه‌ها استفاده شده است که ممکن است نتیجه نهایی را با خطا مواجه سازد. خصوصاً، به دلیل خطی بودن نمودارهای تابع انتخاب به دست آمده، به نظر می‌رسد که ممکن است خطایی در محاسبات روی داده باشد. لذا محاسبه‌ی تابع انتخاب با استفاده از روش محاسبه‌ی برگشتی یعنی داشتن داده‌های واقعی کارخانه و یافتن تابع انتخابی که بالاترین سازگاری با داده‌ها را دارد نیز انجام شد [۱۴]. نتایج حاصل از این روش به نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک است. شکل خطی تابع انتخاب محاسبه شده را می‌توان به بزرگ‌تر بودن گلوله‌ها از حالت بهینه نسبت داد.

## ۲-۷- تعیین توزیع زمان ماند مواد در آسیای گلوله‌ای

از آنجایی که اغلب سیستم‌های پیوسته رفتاری مابین جریان پیستونی و مخلوط کننده‌ی کامل از خود نشان می‌دهند، این نوع توزیع زمان ماند را نمی‌توان از اصول اولیه به‌دست‌آورد و معمولاً با انجام آزمون ردیاب مشخص می‌شود. اندازه‌گیری توزیع زمان ماند به این روش، شامل افزودن لحظه‌ای یک ردیاب در بار ورودی و پایش پیوسته یا ناپیوسته‌ی پاسخ در خروجی است [۱۵].

البته در مدار بسته اگر ماده ردیاب در یک لحظه به جریان ورودی راکتور اضافه شود، به دلیل وجود جریان برگشتی، مقداری از ردیاب مجدداً به راکتور بر می‌گردد و در نتیجه اعمال ماده ردیاب به صورت ضربه نخواهد بود. لذا برای اینکه تابع توزیع زمان ماند مواد در خروجی راکتور به طور صحیح و پس از حذف تأثیر جریان برگشتی محاسبه شود، بایستی میزان تغییرات غلظت و الگوی جریان در ورودی راکتور، جایی که جریان برگشتی با بار ورودی جدید ورودی به مدار ترکیب شده و سپس وارد راکتور می‌شود نیز مشخص گردد [۱۶].



شکل (۶): توزیع دانه‌بندی سرریز هیدروسیکلون در دو حالت شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری شده به صورت لحظه‌ای

جدول (۴): میزان دبی در نقاط مختلف مدار خردایش در دو حالت شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری لحظه‌ای (واحد: تن بر ساعت)

نقطه‌ی اندازه‌گیری						
نوع اندازه‌گیری	تهریز هیدروسیکلون		سرریز هیدروسیکلون		خروجی آسیای گلوله‌ای	
	آب	جامد خشک	آب	جامد خشک	آب	جامد خشک
اندازه‌گیری لحظه‌ای	۳/۱۶	۴/۵۴	۱۵/۳۴	۴/۱	۱۵/۸	۷/۲۵
شبیه‌سازی	۸	۵/۸	۱۱/۹۲	۲/۹۸	۱۹/۹	۸/۷۸
درصد خطا	۱۵۳	۲۷/۸	۲۲/۳	۲۷/۳	۲۵/۹	۲۱/۱

عدم برقراری موازنه‌ی جرم در داده‌های ورودی شبیه‌ساز، و در واقع عدم تطابق با واقعیت فیزیکی فرآیند، می‌تواند عامل اصلی اختلاف مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی لحظه‌ای با مقادیر شبیه‌سازی باشد. بیشترین میزان خطا ۱۵۳/۱۶ درصد در مورد آب در جریان ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا ۲۱/۱ درصد در مورد جریان جامد خشک خروجی آسیای گلوله‌ای محاسبه شد. لذا بایستی با اصلاح داده‌های موجود و برقراری موازنه‌ی جرم بین آن‌ها شبیه‌سازی مجدداً انجام گردد.

### ۳-۲- شبیه‌سازی با استفاده از مقادیر میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده

پس از محاسبه‌ی مقادیر میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده در هر یک از نقاط که یکی از روش‌های ابتدایی اصلاح داده‌ها محسوب می‌شود، واسنجی مدل‌ها با استفاده از این مقادیر مجدداً انجام شد. نتیجه شبیه‌سازی با پارامترهای جدید در شکل (۷) برای دانه بندی سرریز سیکلون آورده شده است.

محاسبه شد. در این فرآیند ابتدا منحنی جدایش واقعی هیدروسیکلون با داشتن دبی بار ورودی و ته‌ریز و همچنین دانه‌بندی مواد در این دو نقطه با استفاده از رابطه‌ی زیر تعیین شد:

$$P_i = \frac{U u_i}{F f_i} \quad (12)$$

که در این رابطه  $U$  دبی حجمی ته‌ریز هیدروسیکلون،  $F$  دبی حجمی بار ورودی هیدروسیکلون،  $u_i$  درصد مواد با اندازه‌ی  $i$  در ته‌ریز هیدروسیکلون و  $f_i$  درصد مواد با اندازه‌ی  $i$  در بار ورودی هیدروسیکلون است. سپس با داشتن دبی آب ورودی به هیدروسیکلون و دبی آب در ته‌ریز مقدار  $R_f$  برابر ۰/۲۶ محاسبه گردید. حال با داشتن  $P_i$  و  $R_f$  با استفاده از رابطه‌ی اصلی مدل مفهومی (رابطه‌ی ۳)، منحنی جدایش تصحیح شده هیدروسیکلون به صورت زیر تعیین شد:

$$G_i = (P_i - R_f)/(1 - R_f) \quad (13)$$

و در نهایت با داشتن داده‌های منحنی جدایش تصحیح شده‌ی هیدروسیکلون، دو پارامتر دیگر مدل مفهومی با استفاده از یک الگوریتم مبتنی بر کمترین مجموع مربعات محاسبه گردید. مقادیر محاسبه شده برای پارامترهای اختصاصی هیدروسیکلون در جدول (۳) ارائه شده است.

جدول (۳): مقادیر پارامترهای تخمینی مدل مفهومی

هیدروسیکلون	
مقدار پارامتر	پارامتر مدل مفهومی
۰/۲۶ (بدون بعد)	$R_f$ (آب بازیابی شده به ته‌ریز)
۵۶/۴۸ (میکرون)	$d_{50c}$ (حد جدایش اصلاح شده)
۰/۴۹ (بدون بعد)	$\lambda$ (تیزی یا دقت جدایش)

### ۳-۳- شبیه‌سازی مدار خردایش کارخانه‌ی زرشوران

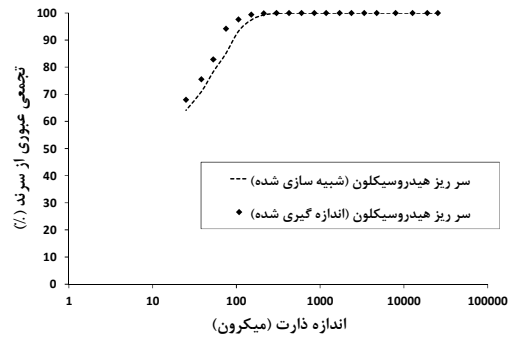
۱-۳- شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده به صورت لحظه‌ای

پس از محاسبه‌ی داده‌های مورد نیاز جهت شبیه‌سازی مدار خردایش کارخانه‌ی زرشوران، مشخص شد که داده‌های اولیه‌ی حاصل از اندازه‌گیری در نقاط نمونه‌برداری به صورت لحظه‌ای موازنه نیستند و عدم برقراری موازنه جرم در این حالت می‌تواند ناشی از عواملی نظیر نوسان‌های لحظه‌ای موجود در مدار و خطاهای ناشی از نمونه‌برداری باشد.

در اولین گام، شبیه‌ساز با توجه به چینش مدار مورد نظر تنظیم و با ورود داده‌های اولیه، شبیه‌سازی انجام شد. داده‌های حاصل از شبیه‌سازی با داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی لحظه‌ای در نقاط مختلف جهت اعتبارسنجی شبیه‌سازی مقایسه گردید. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل (۶) و جدول (۴) آورده شده است.

۴/۷۱ درصد در مورد ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا با ۳/۱۷ درصد در مورد خروجی آسیای گلوله‌ای است. مشاهده می‌شود که علی‌رغم استفاده از مقادیر میانگین داده‌ها در شبیه‌سازی، هنوز هم خطای اندکی بین مقادیر شبیه‌سازی و اندازه‌گیری شده وجود دارد. اختلاف موجود نشان دهنده‌ی عدم توانمندی این روش در حذف همه‌ی خطاهاست. خصوصاً اگر یکی از نقاط دارای نوعی خطای غیر تصادفی باشد، میانگین‌گیری هرگز قادر به حذف خطاها نخواهد بود.

۳-۳- تکرار شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های سازگار شده  
اگرچه استفاده از مقدار میانگین داده‌های تکراری در یک نقطه، یکی از راه‌های اصلاح داده‌ها می‌باشد، اما باز هم این داده‌ها، همانطور که در بخش قبل نیز نشان داده شد، می‌توانند دارای خطاهایی باشند و صدق معادلات بقای جرم را بر هم زنند. به همین دلیل، داده‌های حاصل از نمونه‌برداری با استفاده از روش‌های مختلف سازگارسازی داده‌ها مورد بررسی و اصلاح قرار گرفت. با توجه به این موضوع که سازگارسازی داده‌ها صرفاً اثر خطاهای تصادفی را اصلاح می‌کند، ابتدا با استفاده از آزمون‌های بایوکوف<sup>۹</sup>، فیلتر میانگین متحرک<sup>۱۰</sup> و آزمون باقیمانده‌ی نرمال شده<sup>۱۱</sup>، خطاهای غیر تصادفی مورد بررسی و اصلاح قرار گرفتند و سپس سازگارسازی داده‌ها در سطوح مختلف خطی، دو خطی<sup>۱۲</sup> (دبی + عیارها، درصد جامدها، دانسیته‌ها یا ...)، چند خطی و غیر خطی (با شروط مساوی و نامساوی) انجام پذیرفت. کدنویسی برنامه‌های سازگارسازی داده‌ها نیز در محیط *MATLAB* صورت پذیرفته است که جزئیات اعتبار سنجی روش‌ها و برنامه‌ها و نیز نتایج سازگارسازی داده‌ها در جای دیگری ارائه شده است [۱۷]. نتایج استفاده شده در این مقاله حاصل از سازگارسازی داده‌های دو خطی است. داده‌های سازگار شده‌ی دبی با استفاده از روش دو خطی در جدول (۷) آورده شده‌اند. واسنجی مجدد مدل‌های به کار رفته برای واحدهای موجود در مدار خردایش کارخانه‌ی فرآوری طلای زرشوران با استفاده از داده‌های اصلاح شده انجام و شبیه‌سازی تکرار شد.



شکل (۷): توزیع دانه‌بندی سرریز هیدروسیکلون در دو حالت شبیه‌سازی شده و اندازه‌گیری شده (میانگین اندازه‌گیری‌ها)

سایر نتایج شبیه‌سازی در نقاط مختلف به همراه میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده در جدول (۵) و (۶) آورده شده است.

جدول (۵): میزان دبی در نقاط مختلف مدار خردایش در دو حالت شبیه‌سازی شده و واقعی (واحد: تن بر ساعت)

نقطه‌ی اندازه‌گیری						
نوع اندازه‌گیری	ته‌ریز هیدروسیکلون		سرریز هیدروسیکلون		خروجی آسیای گلوله‌ای	
	آب	جامد خشک	آب	جامد خشک	آب	جامد خشک
واقعی	۷/۵	۷/۴	۱۲/۸	۴/۰	۱۷/۳	۸/۶
شبیه‌سازی	۷/۴	۶/۷	۱۲/۱	۳/۶	۱۹/۵	۱۰/۲
درصد خطا	۱/۳	۹/۵	۵/۵	۱۰	۱۲/۷	۱۸/۶

جدول (۶): درصد جامد در نقاط مختلف مدار خردایش در دو حالت شبیه‌سازی شده و واقعی (واحد: درصد)

نقطه‌ی اندازه‌گیری			
نوع اندازه‌گیری	ته‌ریز هیدروسیکلون	سرریز هیدروسیکلون	خروجی آسیای گلوله‌ای
واقعی	۴۹/۸۵	۲۳/۸۲	۳۳/۴۱
شبیه‌سازی	۴۷/۵۰	۲۲/۷۱	۳۴/۴۷
درصد خطا	۴/۷	۴/۷	۳/۲

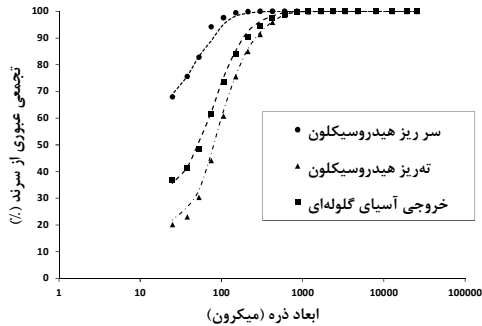
مقادیر حاصل، نشان دهنده‌ی انطباق بسیار خوب نتایج شبیه‌سازی و میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده است. در مورد دانه‌بندی مواد در نقاط اندازه‌گیری شده بیشترین میزان خطا و به عبارتی کمترین میزان انطباق با داده‌های اندازه‌گیری شده در مورد سرریز هیدروسیکلون مشاهده شد. در مورد دبی‌های اندازه‌گیری شده، بیشترین خطا به میزان ۱۸/۰۸ درصد در مورد جامد خشک خروجی از آسیای گلوله‌ای و کمترین میزان خطا به میزان ۱/۳۹ درصد در مورد جامد خشک ته‌ریز هیدروسیکلون محاسبه گردید. درصد جامد جریان‌های نمونه‌برداری شده دارای بیشترین میزان خطا با

جدول (۷): داده‌های حاصل از اندازه‌گیری پس از انجام فرآیند

سازگارسازی داده‌ها بر روی آن‌ها

درصد اصلاح (%)	دبی اصلاح شده (تن بر ساعت)	میانگین دبی (تن بر ساعت)	جریان مورد نظر
۰/۷۲	۴/۱۵	۴/۱۸	بار تازه‌ی ورودی به مدار
۳۵/۲۹	۹/۶۸	۱۴/۹۶	پالپ ته‌ریز هیدروسیکلون
۱/۹	۱۲/۴۷	۱۲/۷۱	آب ورودی به آسیای گلوله‌ای
۱	۲۶/۳۰	۲۶/۰۴	پالپ خروجی آسیای گلوله‌ای
۱/۶	۱۶/۶۳	۱۶/۹۰	پالپ سرریز هیدروسیکلون

در نهایت پس از پایان واسنجی مدل‌های آسیای گلوله‌ای و هیدروسیکلون و با استفاده از داده‌های ورودی سازگار شده، شبیه‌سازی مدار خردایش با استفاده از شبیه‌ساز طراحی شده مجدداً اجرا شد. نتایج در شکل (۸) نشان داده شده است. سایر نتایج شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اصلاح شده در نقاط مختلف به همراه داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی اصلاح شده در جدول (۱۰) و (۱۱) آورده شده است.



شکل (۸): توزیع دانه‌بندی نقاط نمونه‌برداری شده در دو حالت شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اصلاح شده و واقعی (خط‌ها مربوط به شبیه‌سازی و نقطه‌ها مربوط به اندازه‌گیری‌های سازگار شده است)

جدول (۱۰): میزان دبی در نقاط مختلف مدار خردایش در دو حالت شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اصلاح شده و واقعی (واحد: تن بر ساعت)

نوع اندازه‌گیری	نقطه‌ی اندازه‌گیری					
	ته‌ریز هیدروسیکلون		سرریز هیدروسیکلون		خروجی آسیای گلوله‌ای	
	جامد آب	جامد خشک	جامد آب	جامد خشک	جامد آب	جامد خشک
واقعی (اصلاح شده)	۴/۸	۴/۸	۱۲/۶	۳/۹۶	۱۷/۵	۸/۷
شبیه‌سازی با داده‌ی اصلاح شده	۵/۱	۴/۷	۱۲/۷	۳/۹۳	۱۷/۸	۸/۶
درصد خطا	۶/۳	۲/۱	۰/۸	۰/۷	۱/۷	۱/۱

جدول (۱۱): درصد جامد در نقاط مختلف مدار خردایش در دو حالت شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اصلاح شده و واقعی (واحد: %)

نوع اندازه‌گیری	نقطه‌ی اندازه‌گیری		
	ته‌ریز هیدروسیکلون	سرریز هیدروسیکلون	خروجی آسیای گلوله‌ای
واقعی (اصلاح شده)	۴۹/۸۶	۲۳/۸۲	۳۳/۴۱
شبیه‌سازی با داده‌ی اصلاح شده	۴۸/۳۸	۲۳/۵۴	۳۲/۷۳
درصد خطا	۲/۹۶	۱/۲	۲/۰۳

همانگونه که مشاهده می‌شود؛ دبی پالپ ته‌ریز هیدروسیکلون به دلیل نوع تخلیه و نوسانات بسیار بالا، حتی توسط میانگین‌گیری نیز به مقدار صحیح خود نزدیک نشده بوده است و تنها پس از فرآیند سازگارسازی داده‌ها، موازنه جرم برقرار شده است. اولین متغیری که با تغییر این دبی باید تغییر کند، مقدار میانگین زمان ماند مواد در آسیای گلوله‌ای است. این متغیر با استفاده از مقادیر سازگار شده و با روش نظری (مبتنی بر پرشدگی آسیا)، مجدداً محاسبه شد و مقدار ۱۳/۲۸ دقیقه برای آن حاصل شد. در گام بعد، با اجرای مجدد الگوریتم محاسبه‌ی برگشتی با استفاده از داده‌های سازگار شده، مقادیر پارامترهای مدل توزیع زمان ماند به ترتیب زیر حاصل شد.

جدول (۸): مقادیر پارامترهای مدل توزیع زمان ماند *Weller*

محاسبه شده با استفاده از داده‌های اصلاح شده

پارامتر مدل	مقدار تخمین زده شده برای پارامتر (دقیقه)
$T_{pf}$	۱/۶۹۵
$T_s$	۳/۵۶۴۲
$T_l$	۵/۱۶۱۹

میانگین زمان ماند مواد در این حالت برابر با ۱۳/۹۴ دقیقه حاصل شد که نسبت به حالت قبل، به مقدار محاسبه شده با روش نظری بسیار نزدیک‌تر است.

در مرحله بعد واسنجی مجدد مدل مفهومی هیدروسیکلون با استفاده از داده‌های اصلاح شده انجام و نتایج زیر حاصل شد.

جدول (۹): پارامترهای حاصل از واسنجی مدل مفهومی

هیدروسیکلون با استفاده از داده‌های اصلاح شده

پارامتر مدل مفهومی	مقدار پارامتر
$R_f$ (آب بازیابی شده به ته‌ریز) (بدون بعد)	۰/۲۸
$d_{50c}$ (حد جدایش اصلاح شده) (میکرون)	۶۶/۹۴
$m$ (تیزی یا دقت جدایش) (بدون بعد)	۰/۷۱



نشان داد که انطباق خوبی بین میانگین داده‌های اندازه‌گیری شده و نتایج شبیه‌سازی وجود دارد. بیشترین میزان خطا ۱۸/۰۸ درصد در مورد دبی مواد جامد خشک خروجی از آسیای گلوله‌ای و کمترین میزان خطا ۱/۳۹ درصد در مورد دبی جامد خشک در جریان ته‌ریز هیدروسیکلون گزارش شد. لذا به نظر می‌رسد که تکرار نمونه‌برداری و استفاده از میانگین داده‌ها کمک شایانی به رفع نوسان‌ها و حذف خطاها می‌کند. در حالتی که از داده‌های اصلاح شده جهت مقایسه با شبیه‌سازی‌ها و نیز واسنجی مدل‌ها استفاده شد، انطباق بین داده‌های توزیع دانه‌بندی به میزان چشم‌گیری افزایش یافت. در این حالت بیشترین خطا به میزان ۴/۵۷ درصد در مورد دبی آب در جریان ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا به میزان ۰/۷ درصد در مورد جامد خشک سرریز هیدروسیکلون گزارش شد.

#### مراجع

- [1] Gupta, A. and Yan, D; 2006; "*Mineral processing design and operation: an introduction*". Elsevier Scientific Pub. Co.
- [2] Lynch, A. and Bush, P; 1977; "*Mineral crushing and grinding circuits: their simulation, optimization, design, and control*". Elsevier Scientific Pub. Co. Vol.1.
- [3] Farzanegan, A. and Ebtetaei Ghalaei, A.; 2011; "*Simulation of closed circuit SAG mill and Hydrocyclone of Agh-Dareh gold processing plant*". In Persian, Mining Engineering Journal, Vol. 6, No. 13, p. 67-78.
- [4] Farzanegan, A. and Ebtetaei Ghalaei, A.; 2011; "*Calibration of Plitt model for performance optimization of hydrocyclones of Agh-Dareh gold processing plant*". In Persian, Mining Engineering Journal, Vol. 6, No. 11, p. 49-56.
- [5] King, R.P; 2001. "*Modeling and simulation of mineral processing systems*". Elsevier Scientific Pub.Co.
- [6] Liu, Y. and Spencer, S; 2004; "*Dynamic simulation of grinding circuits*". Minerals engineering, Vol. 17(11): p. 1189-1198.
- [7] Majdi, M.; 2012. "*Development of specific grinding circuit simulator for Zarshuran gold processing plant*". In Persian, M.Sc. thesis, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
- [8] Banisi, S.; 2011. "*Control and modeling of mineral processing systems*". In Persian, Course notes, Shahid Bahonar University, Kerman, Iran
- [9] Flintoff, B., Plitt, L., and Turak; 1987; "*A.Cyclone modelling: a review of present technology*". CIM bulletin, Vol. 80(905): p. 39-50.
- [10] Plitt, L; 1971. "*The analysis of solid-solid separations in classifiers*". CIM bulletin, Vol. 64(708): p. 42-47.
- [11] Ghadiri, M., Kwan, C.C., and Ding, Y; 2007. "*Analysis of milling and the role of feed properties*". Handbook of Powder Technology, Vol. 12: p. 605-634.

همان‌طور که در مورد توزیع دانه‌بندی در نقاط نمونه‌برداری شده مشاهده می‌شود، با اصلاح داده‌های ورودی شبیه‌ساز، نتایج حاصل از شبیه‌سازی دارای انطباق بیشتری نسبت به حالت قبل که از میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده به عنوان ورودی شبیه‌ساز استفاده شد، هستند. بیشترین تغییر مثبت در این حالت، در مورد توزیع دانه‌بندی سرریز هیدروسیکلون مشاهده می‌شود.

همچنین در مورد سایر داده‌های حاصل از شبیه‌سازی در این حالت نیز میزان خطا در تمام نقاط نسبت به حالت قبل کاهش زیادی داشته است. در این حالت در مورد دبی‌های اندازه‌گیری شده، بیشترین خطا به میزان ۴/۵۷ درصد در مورد دبی آب در جریان ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا به میزان ۰/۷ درصد در مورد جامد خشک سرریز هیدروسیکلون محاسبه گردید. در داده‌های شبیه‌سازی شده در این حالت در مورد مقادیر درصد جامد مواد در نقاط مختلف، بیشترین میزان خطا با ۲/۹۸ درصد در مورد ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا با ۱/۲ درصد در مورد سرریز هیدروسیکلون می‌باشد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، ضمن کدنویسی شبیه‌ساز خردایش یک مدار بسته و برنامه‌های کاربردی جهت محاسبه‌ی توابع شکست و انتخاب و نیز محاسبات برگشتی توزیع زمان ماند و ... در محیط *MATLAB* و ساخت یک پوسته‌ی گرافیکی آسان کاربرد و قابل نصب بر روی همه‌ی کامپیوترها (بدون نیاز به نرم‌افزار *MATLAB*)، تلاش شد تا پارامترهای مدل‌های این نرم‌افزار با داده‌های حاصل از نمونه‌برداری از کارخانه‌ی نیمه‌صنعتی طلای زرشوران، واسنجی شود. واسنجی با داده‌های خام، میانگین داده‌ها و نیز داده‌های اصلاح شده (سازگار شده) با روش دو خطی انجام شد و نتایج شبیه‌سازی‌ها با داده‌های اندازه‌گیری شده در هر حالت مقایسه شد.

نتایج شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری شده به صورت لحظه‌ای نشان داد که عدم برقراری موزانه‌ی جرم در داده‌های ورودی، عامل اصلی اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری شده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی است. در این حالت، بیشترین میزان خطا ۱۵۳/۱۶ درصد در مورد دبی جریان ته‌ریز هیدروسیکلون و کمترین میزان خطا ۲۱/۱ درصد در مورد دبی جامد خشک در جریان خروجی آسیای گلوله‌ای گزارش شد.

نتایج شبیه‌سازی با استفاده از مقادیر میانگین داده‌ها به عنوان داده‌های ورودی شبیه‌ساز و واسنجی آن توسط این داده‌ها

- [12] Austin, L.G., Klimpel, R.R. and Luckie, P.T.; 1984. "Process engineering of size reduction: ball milling". Society of Mining Engineers of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers.
- [13] Austin, L., et al.; 1982; "Simulations of Grinding Circuits for Design"; Design and Installations of Comminution Circuits; AIME Book series; p. 301-321.
- [14] Majdi, M., Khalesi, M. R., A. and Koleini, M. J.; 2012. "Simultaneous back calculation of selection and breakage functions of industrial mills". In Persian, 4<sup>th</sup> Iranian Mining Engineering Conference, Tehran, Iran
- [15] Makokha, A.B., Moys, M.H., and Bwalya, M.M.; 2011. "Modeling the RTD of an industrial overflow ball mill as a function of load volume and slurry concentration". Minerals engineering, Vol. 24(3): p. 335-340.
- [16] Farmad, A., Yahyaei, M., and Banisi, S.; 2009. "Determination of RTD in grinding and flotation circuits using worksheets". In Persian, 3<sup>rd</sup> Iranian Mining Engineering Conference, Yazd, Iran
- [17] Naseri, S.; 2012. "Reconciliation of sampled data from grinding circuit of Zarshuran gold processing plant". In Persian, M.Sc. thesis, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

پی‌نوشت

- 
- <sup>1</sup> -Conceptual  
<sup>2</sup> -Data reconciliation  
<sup>3</sup> -Steady state  
<sup>4</sup> -Berube  
<sup>5</sup> -Herbst & Fuerstenau  
<sup>6</sup> -Modified Herbst & Fuerstenau  
<sup>7</sup> -Austin  
<sup>8</sup> -Back Calculation  
<sup>9</sup> -Byvaikov test  
<sup>10</sup> -Slippery mean test  
<sup>11</sup> -Normalized Residual test  
<sup>12</sup> -Bilinear