

مدل‌سازی هندسی دوبعدی ناپیوستگی‌ها با نرم‌افزار MATLAB

اکبر اسماعیل‌زاده^۱؛ سعید کریمی‌نسب^{۲*}؛ حمید منصوری^۳

۱- کارشناس ارشد مکانیک سنگ، دانشگاه شهید باهنر کرمان esmailzadeh.tr@gmail.com

۲- استادیار بخش مهندسی معدن، دانشگاه شهید باهنر کرمان kariminasab@uk.ac.ir

۳- استادیار بخش مهندسی معدن، دانشگاه شهید باهنر کرمان hmansouri@uk.ac.ir

(دریافت ۱۰ اسفند ۱۳۹۰، پذیرش ۸ بهمن ۱۳۹۱)

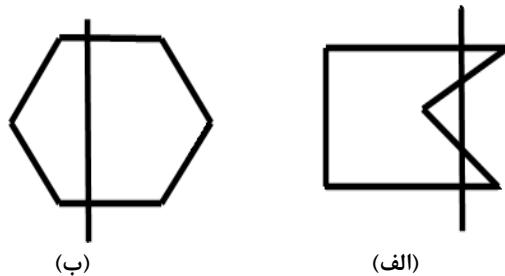
چکیده

به طور کلی، مدل‌سازی سیستم‌های ناپیوستگی توده سنگ مبتنی بر سه روش اصلی: هندسی، مکانیکی و احتمالاتی است. در این مقاله به مدل‌سازی هندسی سیستم‌های ناپیوستگی توده سنگ پرداخته شده است. در روش‌های مدل‌سازی هندسی، ناپیوستگی‌ها می‌توانند به صورت تداوم محدود و یا تداوم نامحدود مدل شوند. با توجه به محدودیت‌های کاربری مدل‌سازی هندسی شبکه ناپیوستگی‌ها به صورت تداوم نامحدود، در این تحقیق، مدل‌سازی هندسی ناپیوستگی‌ها به صورت تداوم محدود مورد توجه قرار گرفته است. در مدل‌سازی ناپیوستگی‌ها با تداوم محدود، فرایند مدل کردن ناپیوستگی‌ها بسیار مشکل می‌شود ولی در عوض، این روش قادر به مدل کردن ناپیوستگی‌هایی است که به لحاظ هندسی شباهت بیشتری با شکل واقعی ناپیوستگی داشته و نتایج مدل‌سازی با این فرم از آنجایی که نزدیک به واقعیت است، قابل اعتمادتر خواهد بود. بدین منظور با بهره‌گیری از محیط نرم‌افزار MATLAB به شناسایی بلوک‌های حاصل از تقاطع ناپیوستگی‌ها پرداخته شد. سرانجام بر اساس مدل دیسکی ناپیوستگی‌های "بیچر" همراه با آلگوریتم ارائه شده توسط "لین" مدل‌سازی دوبعدی ناپیوستگی‌ها محقق شد.

کلمات کلیدی

مدل‌سازی هندسی دوبعدی ناپیوستگی، بلوک، دیسک، آلگوریتم لین، MATLAB

آن آن‌ها خطی عبور داده شود، آن خط، مرزهای بلوک را فقط دو بار قطع خواهد کرد (شکل ۱).



شکل ۱) انواع بلوک‌ها: (الف) بلوک مقعر، (ب) بلوک محدب.

الگوریتم BGL^{۱۲} هلیوت^{۱۳} نیز فقط محدود به شناسایی بلوک‌های مقعر بود. روش هلیوت برای کدنویسی از پیچیدگی کمتری برخوردار است. با در نظر گرفتن مدل با تداوم نامحدود برای ناپیوستگی‌ها، تاثیر آن‌ها به طور کلی بزرگ‌نمایی می‌شود و تحلیل‌هایی که بر این اساس در مورد ساختارهای سنگی می‌شود، بعضًا جواب‌های کاملاً متفاوت با واقعیت می‌دهند. به عبارت دیگر، با در نظر گرفتن مدلی با تداوم محدود برای ناپیوستگی‌ها، جوابی که از سیستم‌های تحلیلی گرفته می‌شود، می‌تواند کاملاً با جواب‌هایی که با نامحدود در نظر گرفتن تداوم ناپیوستگی‌ها به دست می‌آید، متفاوت باشد. لین^{۱۴} و همکارانش الگوریتمی برای شناسایی بلوک‌ها ارائه کردند که براساس مفاهیم ریخت‌شناختی استوار بود [۱۵]. مفاهیم ریخت‌شناختی توسط جینگ^{۱۵} - استافنسون^{۱۶} [۲] و استافنسون - جینگ^{۱۷} نیز برای شناسایی و مدل‌سازی دو بعدی و سه بعدی ناپیوستگی‌ها استفاده شد. البته جینگ از مدل ریخت‌شناختی ناپیوستگی‌ها استفاده شد. در روش مرکب برای شناسایی بلوک‌ها استفاده کرده است. در روش ریخت‌شناختی مرکب، ناپیوستگی‌ها به صورت صفحه‌ای و با تداوم محدود در نظر گرفته می‌شوند. هادسون و ایکی گاوا^{۱۸} نیز مدلی بر مبنای محدود گرفتن تداوم ناپیوستگی‌ها ارائه کردند. روش آن‌ها نیز مبتنی بر مبانی مفاهیم ریخت‌شناختی بود. چنین روش‌هایی توسط اونیشی^{۱۹} و همکاران [۱۵-۱۶] و لو^{۲۰} [۱۷] به کارگرفته شده است. در روش‌های بالا تمامی ناپیوستگی‌ها، چه آن‌ها که در تشکیل بلوک‌ها شرکت دارند و چه آن‌ها که در تشکیل بلوک‌ها شرکت ندارند، مورد تحلیل قرار می‌گیرند. این تفاوتی است که بین الگوریتم BGL و روش‌های بالا وجود دارد.

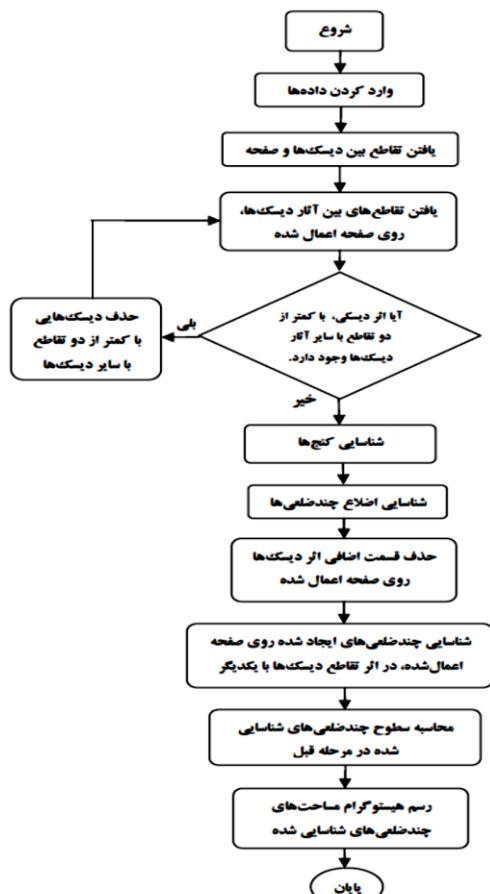
در روش برنامه تولید بلوک (BGL)، تنها ناپیوستگی‌هایی مورد توجه قرار می‌گیرند که حتماً در تشکیل بلوک‌ها شرکت دارند.

۱- مقدمه

ناپیوستگی‌ها به عنوان سطوح ضعف در توده سنگ شناخته شده‌اند. رفتارهای مکانیکی، دینامیکی و هیدرولیکی یک توده سنگ درزه‌دار متأثر از شبکه ناپیوستگی‌ها است. محققین زیادی در مورد مدل‌سازی سیستم‌های ناپیوستگی توده سنگ مطالعه کرده‌اند. به طور کلی، این قبیل مدل‌ها مبتنی بر سه روش اصلی هندسی، مکانیکی و احتمالاتی است.

یک سیستم سه‌بعدی توده سنگ، مشکل از تعداد زیادی بلوک‌های سنگی کوچک‌تر با شبکه هندسی پیچیده است که توسط صفحات ساختاری زمین‌شناسی که در واقع فصل مشترک بین بلوک‌های سنگی است، از یکدیگر جدا شده و مشخصات هندسی آن‌ها به راحتی قابل انطباق با اشکال هندسی معمول نیست. تحلیل پیوسته مکانیک سنگی یک توده سنگ نیاز به اطلاعات کاملی از ساختار و همچنین شناسایی كامل بلوک‌های تشکیل دهنده توده سنگ دارد. به طور کلی، شناسایی بلوک‌ها در یک توده سنگ، به طور چشمی، کاری غیرممکن است. بنابراین، با به کارگیری روش‌های کامپیوتروی برای شناسایی بلوک‌های سنگی، ابزار لازم برای تحلیل مکانیکی سیستم سنگی که شامل داده‌های پیچیده ریخت‌شناختی^۱ و هندسی باشد، در اختیار کاربر قرار می‌گیرد [۴-۱].

شبیه‌سازی و بررسی بلوک‌های سنگی، با اشکال هندسی چندوجهی‌های منظم توسط پرپارتا^۲ و شاموس^۳ مورد توجه قرار گرفته است [۵]. پس از آن توزیع پواسون حاکم بر صفحات تصادفی محدود ناپیوستگی‌ها، به طور وسیعی توسط میلز^۴ [۶] و بارلت^۵ [۷] مورد بررسی قرار گرفت. در کارهای بعدی، هادسون^۶ و پریست^۷ [۸-۹] و همچنین بیچر^۸ [۱۰]، با مطالعه مانند صفحات مربعی و دیسکی برای مدل کردن ناپیوستگی‌ها رسیدند. واربارتن^{۱۱} [۱۱] الگوریتمی برای شناسایی بلوک‌ها ارائه کرد که در آن ناپیوستگی‌ها را به صورت صفحات با گسترش بی‌نهایت در نظر گرفت. در این روش تاثیرات ناشی از محدود بودن تداوم ناپیوستگی‌ها مورد توجه قرار نمی‌گیرد. الگوریتم ساده واربارتن، قادر به تشخیص بلوک‌های مقعر نبود و فقط بلوک‌های محدب را شناسایی می‌کرد. بلوک‌های مقعر، بلوک‌هایی هستند که اگر خطی از آن‌ها عبور داده شود، آن خط، بلوک را در بیش از دو نقطه قطع خواهد کرد، ولی بلوک‌های محدب، بلوک‌هایی هستند که اگر از آن‌ها خطی



شکل ۲: روند نمایی برنامه

۱-۲- داده های ورودی

اطلاعاتی که می بایست به برنامه داده شود، به ترتیب عبارتند از:

- ۱) بردار نرمال صفحه ای که می بایست با ناپیوستگی های دیسکی شکل، قطع داده شود؛
- ۲) مختصات نقطه ای دلخواه که صفحه می بایست از آن عبور کند؛
- ۳) تعداد ناپیوستگی هایی که می بایست با صفحه مذکور قطع داده شود؛

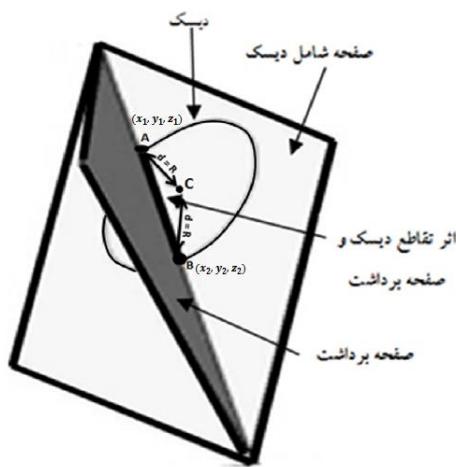
- ۴) ماتریس حاوی اطلاعات مربوط به دیسک ها. در این ماتریس سه ستون اول مربوط به بردار نرمال دیسک و سه ستون دوم مربوط به مختصات مرکز دیسک و سه ستون هفتم مربوط به شعاع دیسک و سه ستون هشتم مربوط به شماره دیسک می باشد؛
- ۵) دامنه قلمرو مدل یا دامنه رسم صفحه، آخرین داده ای است که به برنامه داده می شود، این دامنه در حقیقت تعیین کننده

در فرایند مدل سازی با استفاده از مدل های با تداوم محدود، از مدل با تداوم محدود بیچر استفاده شده است. با به کار گیری مدل با تداوم نامحدود، فرایند مدل سازی به سادگی امکان پذیر است، زیرا در این حالت هر ناپیوستگی به صورت یک صفحه مستوی با تداوم نامحدود در نظر گرفته می شود که کار با معادلات مربوط به آن، ساده است. ولی با استفاده از مدل های با تداوم نامحدود، فرایند مدل سازی قادر به مدل کردن ناپیوستگی هایی که مرزهای مدل را قطع نکرده اند، نیست. همچنین مدل کردن ناپیوستگی ها با مدل های با تداوم نامحدود به دور از واقعیت و شرایط طبیعی توده سنگ ها است.

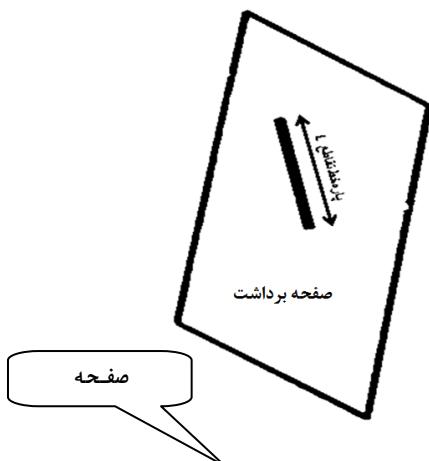
هر چند با بهره گیری از مدل های با تداوم محدود، فرایند مدل کردن ناپیوستگی ها بسیار مشکل می شود ولی در عوض، فرایند مدل سازی قادر به مدل کردن ناپیوستگی هایی است که با واقعیت توده سنگ تطابق بیشتری دارد. در مدل با تداوم محدود پیشنهادی توسط بیچر، ناپیوستگی ها به صورت دیسک هایی مدل می شوند. در این مقاله برای شناسایی بلوك های دو بعدی، از روش مبتنی بر مفاهیم ریخت شناختی پیشنهادی توسط لین و همکاران استفاده شده است [۱۳]. هدف این کار، ایجاد یک ابزار مدل سازی است تا قادر به شناسایی فصل مشترک تقاطع بلوك ها با صفحه ای دلخواه باشد و به عبارت دیگر در این مرحله به مدل سازی دو بعدی چند ضلعی های بلوك ها، سطوح چند ضلعی ها محاسبه شده و در نهایت، هیستوگرام فراوانی سطوح چند ضلعی ها ترسیم می شود. به منظور اجرای این الگوریتم، از نرم افزار MATLAB استفاده شده است [۱۸]. از مهم ترین نقاط قوت کار انجام پذیرفته در این مقاله، مدل سازی ناپیوستگی ها توسط مدل محدود دیسکی بوده که در این حالت شرایط مدل سازی انطباق بالایی با شرایط صحرا ای پیدا کرده و در نتیجه فرایند مدل سازی قابل اعتماد تر از سایر مدل ها، خواهد بود. از سوی دیگر مهم ترین عامل منفی در این نوع مدل سازی، کار با روابط ریاضی بیشتر و پیچیده تر بوده که هم فرایند طراحی الگوریتم را سخت تر و هم زمان اجرای آن را بیشتر می کند.

۲- الگوریتم کلی برنامه

الگوریتمی که برای شناسایی چند ضلعی های بلوكی و همچنین محاسبه مساحت های آن ها مورد استفاده قرار گرفته، به ترتیب در ادامه آمده است. در شکل (۲)، فلوچارت کلی الگوریتم ارائه شده است.



شکل ۴: تقاطع صفحه شامل دیسک با صفحه برداشت



شکل ۵: پاره خط حاصل از تقاطع دیسک با صفحه برداشت

حال اگر در رابطه (۱)، جاگذاری‌های زیر انجام شود:

$$d = R \quad (۲)$$

$$x_2 = x_0 + u_x * t \quad (۳)$$

$$y_2 = y_0 + u_y * t \quad (۴)$$

$$z_2 = z_0 + u_z * t \quad (۵)$$

$$C = (x_1, y_1, z_1) \quad (۶)$$

که در آن

R : شعاع دیسک

(x_2, y_2, z_2) : معادلات پارامتری خط تقاطع در فضا

C : مختصات مرکز دیسک

(u_x, u_y, u_z) : بردار فضایی موازی خط

در رابطه (۲)، فاصله ارائه شده در رابطه (۱)، برابر با شعاع دیسک، قرار داده می‌شود. روابط (۳) تا (۵)، معادله پارامتری خط است که در رابطه (۱) قرار داده می‌شود، زیرا نقطه‌ی دوم، نقطه‌ای است که بر روی خط حاصل از تقاطع صفحه شامل

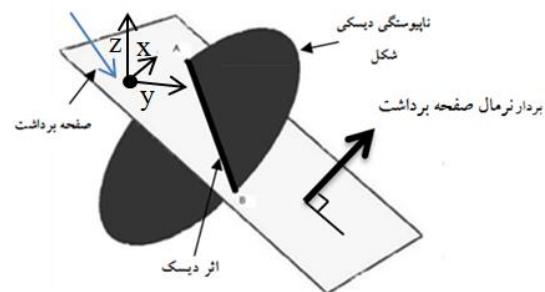
طول و عرض صفحه‌ای است که می‌بایست با دیسک‌ها قطع داده شود.

۲-۲- یافتن تقاطع‌های بین دیسک‌ها و صفحه از تقاطع یک دیسک با یک صفحه، یک پاره خط تشکیل می‌شود (شکل ۳) و هر پاره خط نیز با مختصات ابتدایی و انتهایی خود مشخص می‌شود. بنابراین، در این برنامه ابتدا ماتریسی برای ذخیره کردن نقاط ابتدایی و انتهایی پاره خط‌ها در نظر گرفته می‌شود. این ماتریس به تعداد دیسک‌ها دارای سطر است. برای یافتن دو نقطه تشکیل دهنده پاره خط، از خصوصیات این دو نقطه که در ادامه آمده استفاده می‌شود:

- (۱) این دو نقطه روی خط حاصل از تقاطع صفحه‌ی شامل دیسک با صفحه اعمال شده بر ناپیوستگی‌ها قرار دارد؛
- (۲) فاصله‌ی این نقاط از مرکز دیسک، برابر با شعاع دیسک‌ها است.

نقطه فرضی (۰,۰,۰) که صفحه برداشت

می‌بایست با تعریف کاربر از آن عبور نماید.



شکل ۳: تقاطع صفحه با دیسک در فضا (AB)، پاره خط ایجاد شده در اثر تقاطع.

برای شروع کار، به جای قطع دادن دیسک با صفحه، صفحه‌ای که دیسک شامل آن است، با صفحه قطع داده می‌شود (شکل ۴). بنابراین به جای یک پاره خط، یک خط به وجود خواهد آمد که پاره خط جزئی از آن است (شکل ۵). حال برای یافتن مختصات نقاط ابتدایی و انتهایی طول اثر، به صورتی که در ادامه می‌آید، عمل می‌شود. رابطه تعیین فاصله دو نقطه در فضا به صورت رابطه (۱) است:

$$d = \sqrt{((x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1))} \quad (۱)$$

که در آن

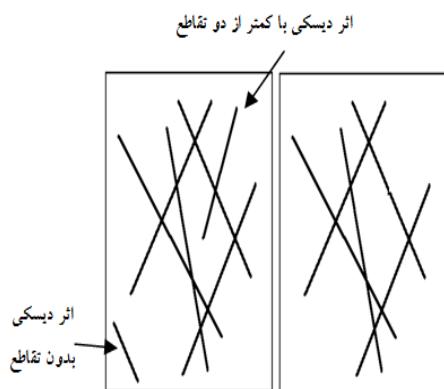
d : فاصله فضایی نقاط از یکدیگر

(x_1, y_1, z_1) : مختصات نقطه اول

(x_2, y_2, z_2) : مختصات نقطه دوم

شکل ۶: حذف پاره خط هایی با کمتر از دو تقاطع روی صفحه
برداشت

۳-۲- یافتن تقاطع های بین آثار دیسکها روی صفحه
در این مرحله، ابتدا برنامه، ماتریسی را برای ذخیره نقاط تقاطع
هر پاره خط با سایر پاره خطها ایجاد می کند. تعداد سطرهای
این ماتریس به تعداد دیسکها است. در هر سطر از این
ماتریس، پارامتر نقطه تقاطع پاره خط با سایر پاره خطها، در هر
ستون قرار می گیرد. این ماتریس، در واقع همان ماتریس
کنج ها^۲ است.



شکل ۷: حذف قسمت های اضافی پاره خطها که در تشکیل

چندضلعی ها نقشی ندارند

برای یافتن نقاط تقاطع هر پاره خط با سایر پاره خطها، هر
پاره خط به صورت یک خط کامل در نظر گرفته می شود. بنابراین
دو خط با هم قطع داده شده و پارامتر نقطه تقاطع به دست
می آید. این مقدار پارامتر، با مقادیر پارامترهای مربوط به نقاط
ابتدایی و انتهایی دو پاره خط قطع داده شده، مقایسه می شود و
اگر بین آنها قرار گیرد، بعنوان نقطه تقاطع بین دو پاره خط
در نظر گرفته می شود. این روند برای تمامی پاره خطها تکرار
شده و در نهایت ماتریس کنج ها کامل می شود.

اگر معادله خط L_1 و L_2 به ترتیب با روابط (۱۳) و (۱۴) مشخص شود، آنگاه داریم:

$$\begin{cases} x_1 = x_{01} + a_1 t_1 \\ y_1 = y_{01} + b_1 t_1 \\ z_1 = z_{01} + c_1 t_1 \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} x_2 = x_{02} + a_2 t_2 \\ y_2 = y_{02} + b_2 t_2 \\ z_2 = z_{02} + c_2 t_2 \end{cases} \quad (14)$$

برای یافتن نقطه تقاطع بین دو خط، معادلات دو خط نظیر به
نظیر با هم مساوی قرار داده می شود. در ادامه رابطه (۱۵) به
دست می آید:

دیسک با صفحه برداشت است. رابطه (۶) نشان دهنده مختصات مرکز دیسک است. با جاگذاری روابط (۲) تا (۶) در رابطه (۱) و ساده سازی های انجام گرفته، رابطه (۷) به دست خواهد آمد که فرم عمومی معادله جبری درجه دو است.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (7)$$

در رابطه (۷)، ضرایب به صورت روابط پایین تعریف می شوند:

$$a = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \quad (8)$$

$$b = 2 \times (u \cdot D) \quad (9)$$

$$c = D^2 - R^2 \quad (10)$$

$$D = L - C \quad (11)$$

در رابطه (۷)، مجدد بزرگی بردار موازی خط فصل مشترک تقاطع صفحه ای شامل دیسک (۱۱)، با صفحه برداشت می باشد که در رابطه (۱۲) به صورت حاصل ضرب خارجی بردارهای نرمال دو صفحه پیش گفته، تعریف می شود:

$$u = N_1 \times N_2 \quad (12)$$

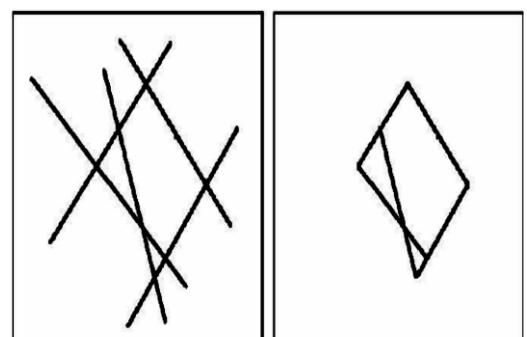
که در آن

u : بردار موازی خط فصل مشترک تقاطع صفحه ای شامل دیسک (۱۱)، با صفحه برداشت

N_1 : بردار نرمال صفحه شامل دیسک

N_2 : بردار نرمال صفحه برداشت

ضریب b در رابطه (۹)، دو برابر حاصل ضرب داخلی بردار u و D می باشد. D ، به صورت تفاضل مختصات نقطه ای دلخواه روی خط تقاطع L ، و مختصات مرکز C ، به دست می آید (رابطه ۱۱). ضریب c ، به صورت تفاضل مجدد مقادیر اندازه بردار D و شعاع دیسک، تعریف می شود (رابطه ۱۰). با حل معادله (۷)، در صورت وجود تقاطع بین دیسک و صفحه، دو عدد به دست خواهد آمد. این اعداد در واقع، مقدار پارامترهای مربوط به نقاط ابتدا و انتهایی پاره خط حاصل از تقاطع دیسک با صفحه می باشد. این روند برای کلیه دیسکها تکرار می شود تا تمامی آثار دیسکها با صفحه پیدا شده و در ماتریس پاره خطها ذخیره شود.



شکل ۸: داده‌های ورودی به برنامه جهت ایجاد مدل

$$\begin{cases} x_{02} + a_2 t_2 = x_{01} + a_1 t_1 \\ y_{02} + b_2 t_2 = y_{01} + b_1 t_1 \\ z_{02} + c_2 t_2 = z_{01} + c_1 t_1 \end{cases} \quad (15)$$

۶-۲- شناسایی چندضلعی‌ها

برای شروع فرایند شناسایی چندضلعی‌ها، ابتدا برنامه، اقدام به ایجاد دو ماتریس می‌کند. ماتریس اول، ماتریسی است که می‌بایست کنج‌های چند ضلعی‌های شناسایی شده، در آن ذخیره شود. ماتریس دوم ماتریسی است که تحت عنوان ماتریس جهت‌داری اضلاع نامیده می‌شود. در این‌ها این ماتریس، اعداد دو می‌باشند که به هر دو کنج متواالی در ماتریس کنج‌ها نسبت داده می‌شود. به عبارت دیگر به ازای هر ضلع شناسایی شده یک عدد دو در ماتریس اضلاع نسبت داده می‌شود. مفهوم عدد دو نسبت داده شده به هر ضلع این است که از هر ضلع می‌توان تنها دو بار استفاده کرد. یک بار از نقطه ابتدایی آن به نقطه‌ی انتهایی و بار دیگر از انتهای آن به ابتدایی آن استفاده کرد. اگر از ضلع، در جهت ابتدا به انتهای، استفاده شود، عدد ۲ به (۱-) و در غیر این صورت به ۱ تبدیل می‌شود. در مرحله بعد این عدد به صفر تبدیل می‌شود. ابتدا اولین درایه غیر صفر ماتریس جهت‌داری انتخاب می‌شود. سپس کنج‌هایی که این درایه به آن‌ها نسبت داده شده، به عنوان اولین ضلع شناسایی شده از اولین چندضلعی، در ماتریس چندضلعی‌ها قرار داده می‌شوند. در مرحله بعد کنج‌هایی که از آخرین کنج شناسایی شده برای چندضلعی، می‌توان به آن‌ها رفت، شناسایی می‌شود. سپس زاویه پادساعت‌گرد بین ضلع شناسایی شده چندضلعی با اضلاعی که می‌توانند به عنوان ضلع بعدی انتخاب شوند، یافت می‌شود. آنگاه ضلعی که بزرگترین زاویه را می‌سازد، به عنوان ضلع بعدی چندضلعی انتخاب می‌شود. این فرایند تا شناسایی کلیه چندضلعی ادامه می‌یابد. چون زاویه ضلع بعدی نسبت به ضلع اولیه به صورت پادساعتگرد لحاظ شده با توجه به شکل زیر می‌توان دید که ضلع بعدی تشکیل دهنده چند ضلعی بزرگترین زاویه پادساعتگرد را با ضلع اولیه ایجاد می‌کند. (شکل ۹)

با مرتب کردن رابطه (۱۵) دستگاه معادلاتی به صورت رابطه (۱۶) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} a_2 t_2 - a_1 t_1 = (x_{01} - x_{02}) \\ b_2 t_2 - b_1 t_1 = (y_{01} - y_{02}) \\ c_2 t_2 - c_1 t_1 = (z_{01} - z_{02}) \end{cases} \quad (16)$$

با انتخاب هر جفت از معادلات بالا و حل دستگاه معادلات دو معادله و دو مجهول مقادیر t_1 و t_2 به دست می‌آید که در حقیقت همان پارامترهای نقطه تقاطع روی دو خط متقطع است.

۴-۲- حذف پاره‌خط‌هایی با کمتر از دو تقاطع

پاره‌خط‌هایی که کمتر از دو تقاطع دارند، چون در تشکیل چندضلعی‌ها هیچ نقشی ندارند، می‌بایست در فرآیند شناسایی چندضلعی‌ها حذف شوند. برای این کار برنامه با شمردن تعداد تقاطعات هر پاره‌خط، در هر سطر، آن پاره‌خط‌هایی که کمتر از دو تقاطع دارند، شناسایی کرده و حذف می‌کند.

۵- حذف قسمت‌های اضافی پاره‌خط‌ها

قسمتی از پاره‌خط‌ها که به عنوان اضلاع چندضلعی‌ها ایفای نقش نمی‌کنند نیز می‌بایست حذف شوند. برای این منظور ابتدا پارامترهای تقاطعات هر پاره‌خط، در هر سطر، به صورت صعودی مرتب شده و سپس هر پاره‌خط، در بین اولین و آخرین نقطه تقاطع خود، ترسیم می‌شود. با مرتب کردن پارامترهای نقاط تقاطع در هر سطر، در واقع، دو کنج متواالی که تشکیل یک ضلع را نیز می‌دهند مشخص می‌شود. به عبارت دیگر ماتریس کنج‌هایی که آرایه‌های آن در هر سطر مرتب شده، همان ماتریس اضلاع^{۲۱} نیز است.

دیسک	شماره	شعاع	مرکز دیسک‌ها	نمایل دیسک‌ها
0	0	1	1	1 22 1
0	0	1	4	4 25 2
0	0	1	7	7 24 3
0	0	1	10	10 28 4
0	0	1	14	14 32 5
0	1	0	1	1 22 6
0	1	0	4	4 25 7
0	1	0	7	7 24 8
0	1	0	10	10 28 9
0	1	0	14	14 32 10
1	1	1	1	1 22 11
1	1	1	4	4 25 12
1	1	1	7	7 24 13
1	1	1	10	10 28 14
1	1	1	14	14 32 15

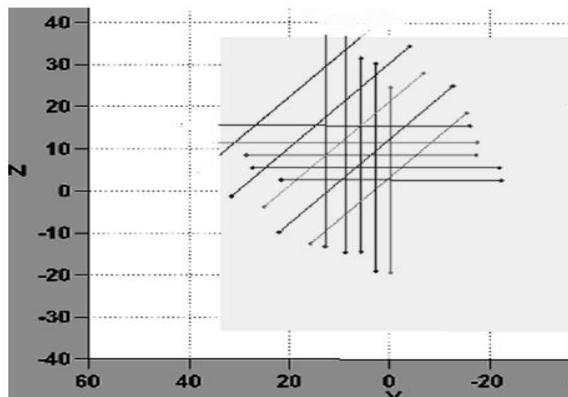
۱. نمودارها
۲. ماتریس ها
- ۳-۱-۹-۲ نمودارها

برنامه، پلات های مختلفی را ارائه می کند که در ادامه، توضیح آن ها آمده است:

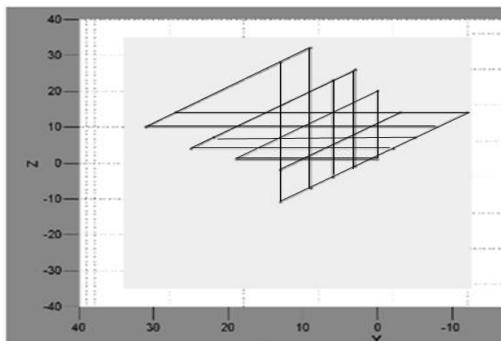
۱. ترسیم پاره خط های حاصل از تقاطع صفحه با دیسک ها
(شکل ۱۰):

۲. ترسیم پاره خط ها بعد از حذف پاره خط هایی با کمتر از دو تقاطع؛

۳. ترسیم پاره خط ها بعد از حذف قسمت های اضافی پاره خط ها
(شکل ۱۱).

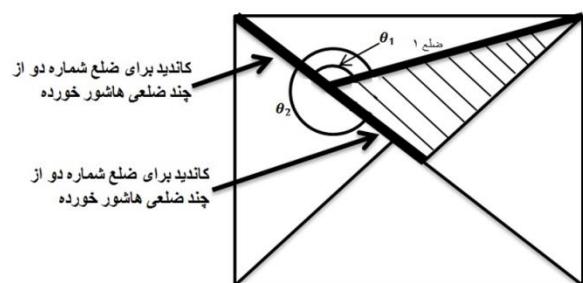


شکل ۱۰: ترسیم پاره خط های حاصل از تقاطع صفحه برداشت با دیسک ها



شکل ۱۱: ترسیم پاره خط ها بعد از حذف قسمت های اضافی

DIP	Dip Direction	
0	0	1
0	0	2
0	0	3
0	0	4
0	0	5
90	270	6
90	270	7
90	270	8
90	270	9
90	270	10
45	45	11
45	45	12
45	45	13
45	45	14
45	45	15



شکل ۹: فرایند شناسایی اضلاع متواالی در یک چندضلعی

همانطور که در شکل بالا مشاهده می شود برای شناسایی چندضلعی هاشور خورده، بعد از ضلع ۱، از کنج انتهایی آن دو می توان به دو سمت بالا و پایین حرکت کرد که اگر ملاک چرخش پاد ساعتگرد باشد می بایست ضلعی را انتخاب کرد که بزرگترین زاویه را می سازد. که البته با تغییر مناسب معیارهای شناسایی با عکس شرایط بالا نیز می توان به شناسایی چند ضلعی ها رسید.

۷-۲- محاسبه مساحت چند ضلعی ها

برای محاسبه مساحت چندضلعی ها از رابطه (۱۷) استفاده شده است [۱۹]:

$$A(\Omega) = \frac{nt}{2} \sum_{i=0}^{nt-1} (PV_i \times PV_{i+1}) \quad (17)$$

که در آن nt : تعداد کنج های تشکیل دهنده ی چندضلعی P : مختصات نقطه ای دلخواه خارج از صفحه ای که چندضلعی در آن قرار دارد.
 V_i : مختصات کنج i ام
 PV : بردار تفاضل بردار V از بردار P

۸-۲- ترسیم هیستوگرام

در آخرین مرحله از فرآیند، برنامه اقدام به رسم هیستوگرام مساحت های چندضلعی های ایجاد شده می کند. هیستوگرام به کاربر اجازه بررسی سریع نتایج کار را می دهد و کاربر در کمترین زمان ممکن به بیشترین اطلاعات مطلوب دسترسی پیدا می کند.

۹- خروجی های برنامه

خروجی های برنامه را می توان به صورت زیر دسته بندی کرد:

سه ستون اول، مربوط به مختصات نقطه‌ی ابتدایی پاره خط و سه ستون دوم، مربوط به مختصات نقطه‌ی انتهایی پاره خط می‌باشد. ستون آخر، شماره دیسک را نشان می‌دهد.

۲- ماتریس تقاطع‌های پاره خط‌ها با یکدیگر (ماتریس کنج‌ها). درایه‌های ماتریس شکل (۱۵)، در هر سطر نشان‌دهنده‌ی پارامتر نقاط تقاطع روی هر پاره خط است. اعداد ده نشان داده شده، متعلق به زمینه ماتریس بوده و مربوط به نقاط تقاطع نیست. برای به دست آوردن مختصات نقاط تقاطع، کافی است پارامتر هر نقطه در معادله مربوط به هر پاره خط قرار گیرد.

ماتریس پاره خط‌های تقاطع پاره خط‌ها						
پارامترهای نقاط تقاطع پاره خط اول با سایر پاره خط‌ها						
پارامترهای نقاط تقاطع پاره خط دوم با سایر پاره خط‌ها						
پارامترهای نقاط تقاطع پاره خط سوم با سایر پاره خط‌ها						
-20	-14	-11	-10	-7	...	
-26	-17	-14	-10	-8	...	
-23	-14	-10	-7	-5	...	
-32	-20	-14	-11	-10	...	
-28	-16	-14	-10	-7	...	
1	2	4	7	10	...	
-1	1	4	7	8	...	
4	1	4	6	7	...	
-7	1	2	4	7	...	
-11	-2	1	4	7	...	
-12.5	-8.5	5.5	-2.5	-0.5	...	
-8	-5	-4	-2	-1	...	
-9.5	-6.5	3.5	-0.5	0.5	...	
-11	-8	-5	-1	1	...	
-11	-7	7	0	0	...	

شکل ۱۳: ماتریس تقاطع‌های پاره خط‌ها با یکدیگر.

۳. ماتریس چندضلعی‌ها: شامل کنج‌های تشکیل‌دهنده‌ی چندضلعی‌ها است.

ماتریس چندضلعی‌ها در هر سطر شامل کنج‌های مربوط به چندضلعی‌های شناسایی شده است. کنج‌ها در هر سطر، با شماره‌هایی که با آن‌ها نام گذاری شده‌اند، مشخص می‌شوند.

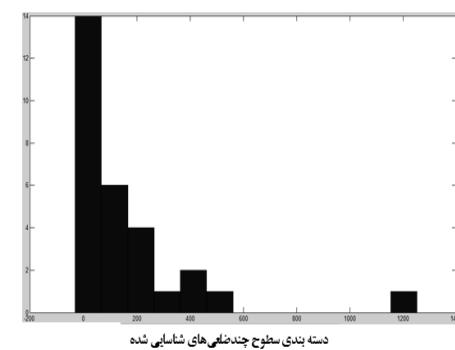
۳- اعتبارسنجی نتایج

به منظور بررسی میزان صحت عملکرد الگوریتم پیشنهادی و نرم افزار تهیه شده بر اساس آن، نتایج الگوریتم با نتایج از دو نرم افزار مطرح در مطالعات مهندسی شامل Swedge و AutoCAD مقایسه شدند. هر چند که نرم افزار Swedge قادر به محاسبه مساحت نیست ولی می‌تواند وزن گوه را محاسبه کند. با محاسبه وزن گوه و معلوم بودن ارتفاع گوه و چگالی سنگ، مساحت سطح بالایی گوه محاسبه می‌شود. بدین منظور با توجه به مشخصات فرضی یک گوه به مقایسه نتایج آن با نرم افزار تهیه شده پرداخته شد.

۳-۱- اعتبارسنجی نتایج با استفاده از نرم افزار AutoCad

شکل ۱۰: جهت و اندازه شبیه درزه‌های مدل شده شکل ۸

۴- ترسیم هیستوگرام‌ها، برنامه بعد از محاسبه سطح چندضلعی‌ها، هیستوگرام مربوط به سطوح را ترسیم می‌کند. در این مرحله برنامه دو نوع هیستوگرام ترسیم می‌کند. در هیستوگرام نوع اول، محور قائم، تعداد فروانی سطوح چندضلعی‌ها را نشان می‌دهد که در هر دسته قرار می‌گیرند (شکل ۱۳). در نوع هیستوگرام نوع دوم، محور قائم، نشان‌دهنده‌ی درصد فروانی مربوط به هر دسته سطوح است.



شکل ۱۱: هیستوگرام تعداد فروانی‌های داده‌های مربوط به مساحت‌های چندضلعی‌های شناسایی شده

۲-۹-۲- ماتریس‌ها

برنامه، خروجی‌هایی نیز به صورت ماتریس دارد. این ماتریس‌ها در مراحل مختلف در صفحه نمایش به تصویر کشیده می‌شوند.

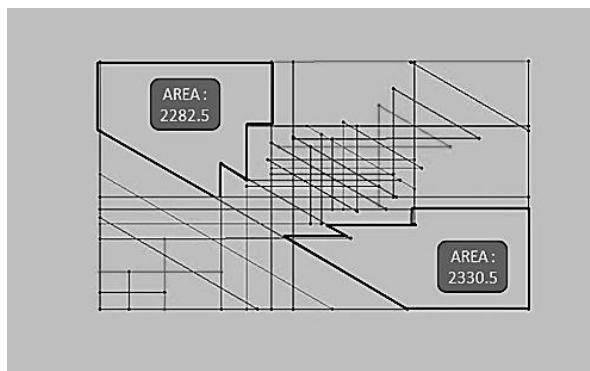
۱. ماتریس پاره خط‌ها: شامل مختصات ابتدایی و انتهایی تشکیل‌دهنده‌ی پاره خط‌هایی که در اثر تقاطع دیسک‌ها با صفحه ایجاد می‌شود، است. این ماتریس، همان‌طوری که در شکل (۱۴) نشان داده شده، دارای هفت ستون و به تعداد دیسک‌ها، دارای سطر می‌باشد.

مختصات نقطه شروع							مختصات نقطه انتهایی						
0	20	1	0	1	1	1	0	26	4	0	-1	4	2
0	23	7	0	-4	7	3	0	32	10	0	-7	10	4
0	28	14	0	-11	14	5	0	1	1	0	1	20	6
0	4	-1	0	4	26	7	0	7	-4	0	7	23	8
0	10	-7	0	10	32	9	0	14	-11	0	14	28	10
0	14	-11	0	-11	14	11	0	14	-11	0	-11	14	12
0	20	1	0	1	20	13	0	26	4	0	4	26	14
0	32	10	0	10	32	15							

شکل ۱۲: ماتریس پاره خط‌ها.

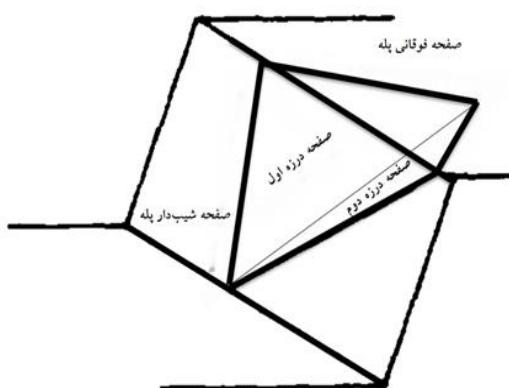
بصورت دستی اقدام به محاسبه سطوح آنها می گردد. این چندضلعی ها در اشکال ۱۵ و ۱۶ با پررنگ کردن اضلاع شان مشخص شده اند. بعد از اندازه گیری مساحت چندضلعی های ذکر شده، روی مدل باز تولید شده در اتوکد (شکل ۱۶)، مشاهده می شود که همان مقادیری بدست می آید که توسط برنامه توسعه یافته، بدست آمده است. به عبارت دیگر مساحت های بدست آمده، به ترتیب برابر با $2282/5$ و $2330/5$ می باشد. بدین ترتیب، مشخص شد که مساحت های محاسبه شده توسط برنامه، دقت و صحت دارند.

برای این منظور، مدلی توسط برنامه طراحی شده، ایجاد می شود. این مدل مطابق شکل ۱۶، است.



شکل ۱۶: مدل ایجاد شده توسط برنامه توسعه یافته

۲ - ۳ - اعتبارسنجی نتایج با استفاده از نرم افزار Swedge
 برای انجام مقایسه، شیب و جهت شیب دو درزه که سطح پله ای را قطع کرده اند، به نرم افزار Swedge داده می شود. سپس با ورود اطلاعات مربوط به سطح شیبدار پله و سطح فوقانی پله و همچنین وزن مخصوص سنگ و ارتفاع گوه، نرم افزار Swedge اقدام به محاسبه وزن گوه می کند (شکل ۱۸).



شکل ۱۸: شماتیک پله ای که داده های آن به نرم افزار Swedge داده شده است.

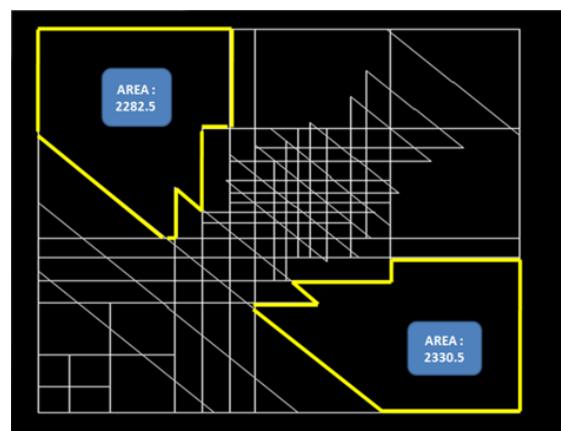
نرم افزار Swedge قادر به محاسبه مساحت نیست ولی می تواند وزن گوه را محاسبه کند. برای این منظور، داده های ورودی به نرم افزار به صورت جدول (۲)، است.

جدول ۱: داده های ورودی به نرم افزار Swedge .

صفحات	شیب (درجه)	جهت شیب (درجه)
صفحه فوکانی پله	.	.
درزه اول	۴۵	۹۰
درزه دوم	۴۵	۱۸۰

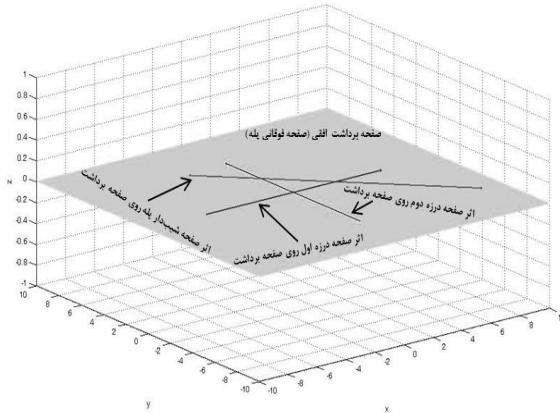
همانطور که در شکل ۱۶، مشاهده می شود، به عنوان مثال، مساحت دو تا از بزرگترین چندضلعی های به وجود آمده و در شکل مرزهای آنها با رنگ مشکی مشخص شده، توسط برنامه محاسبه شده، روی شکل آورده شده است.

برنامه برای این دو چندضلعی، به ترتیب، مساحت های $2282/5$ و $2330/5$ را بدست آورده است. واحد این مساحت ها بستگی به واحد محورهای مختصات، دارد. در ادامه با توجه به اینکه مختصات دو انتهای پاره خط های شناسایی شده، توسط برنامه در اختیار کاربر قرار داده می شود، این مختصات وارد نرم افزار اتوکد شده و مدل تولیدی توسط برنامه در اتوکد باز تولید می شود که مشابه مدل تولید شده در برنامه توسعه یافته است (شکل ۱۷).



شکل ۱۷: مدل باز تولید شده در اتوکد

در ادامه از طریق نرم افزار اتوکد، برای مقایسه و اطمینان از صحت و دقت مساحت چندضلعی های شناسایی شده، برای نمونه دو عدد از چندضلعی ها به دلخواه انتخاب و با اتوکد



شکل ۲۰: خروجی تصویری برنامه توسعه یافته برای داده‌های ورودی جدول ۲.

مقایسه خروجی‌های دو نرمافزار پیش‌گفته، با مدل‌سازی انجام شده نشان داد که مساحت‌های چندضلعی‌های ایجاد شده حاصل از تقاطع ناپیوستگی‌ها، به‌طور کامل با هم برابرند. این مقایسه نشان داد که الگوریتم پیشنهادی قادر است ناپیوستگی‌های موجود در یک توده سنگ را مدل کرده و مساحت چندضلعی‌های حاصل از تقاطع آن‌ها را به درستی محاسبه کند.

جدول ۲: داده‌های ورودی به برنامه توسعه یافته

نرمال صفحه برداشت	[0 0 1]
نقطه‌ای دلخواه از صفحه برداشت	[0 0 0]
تعداد دیسک‌ها	3
داده‌های مربوط به دیسک‌ها	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1; \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2; \\ 1 & 1 & 1 & 2 & / & 9 & 2 & 0 & 0 & 8 & 3 \end{bmatrix}$
اندازه صفحه برداشت	3

۴- بحث

مطابق الگوریتم پیشنهادی، ناپیوستگی‌های یک توده سنگ به‌صورت سه بعدی مدل‌سازی می‌شوند. این مدل‌سازی بر اساس رویکرد قطعی^{۲۲} به مسئله است، بدین معنی که بایستی تعداد، موقعیت فضائی ناپیوستگی‌ها (به عنوان مثال مختصات مرکز آن‌ها)، شیب، امتداد و تداوم ناپیوستگی‌ها از قبل مشخص باشند. با وارد کردن این اطلاعات، نرمافزار شبکه ناپیوستگی‌های موجود در توده سنگ را مدل‌سازی می‌کند. به عنوان مثال می‌توان در دیواره یک تونل، ناپیوستگی‌ها را برداشت کرد و مشخصات آن‌ها را به نرمافزار داد. نرمافزار دقیقاً

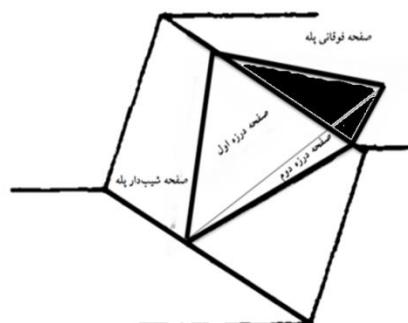
ارتفاع گوه و وزن مخصوص سنگ به ترتیب، ۵ متر و ۱ تن بر متر مکعب در نظر گرفته شده است. پس از وارد کردن داده‌ها و اجرای نرم افزار، وزن گوه بدست می‌آید. در این مثال، وزن محاسبه شده برابر با $7/1$ تن، بدست می‌آید. برای بدست آوردن سطح گوه از وزن آن، ابتدا وزن آنرا بر وزن مخصوص تقسیم کرده، تا حجم آن بدست آید:

$$\frac{\text{وزن گوه}}{\text{وزن مخصوص سنگ}} = \frac{7.1}{1} = 7.1$$

سپس با استفاده از رابطه زیر، مساحت قاعده گوه که با رنگ تیره در شکل ۱۹ نشان داده شده است، حساب می‌شود:

$$\frac{\text{حجم گوه} \times 3}{\text{ارتفاع گوه}} = \frac{3 \times 7.1}{5} = 4.26$$

مفهوم عدد بالا این است که مساحت قاعده گوه ایجاد شده در اثر تقاطع دو ناپیوستگی با یک پله مطابق شکل ۱۸ و ۱۹ برابر با $4/25$ خواهد بود. حال در ادامه برای ایجاد چندضلعی مشخص شده در برنامه توسعه یافته، از داده‌های جدول ۲ استفاده می‌شود.



شکل ۱۹: مشخص کردن سطح قاعده گوه

با اجرای برنامه، شکل ۲۰ ایجاد شده و مساحتی که برای چندضلعی، بدست می‌دهد، برابر با عدد $4/26$ ، خواهد بود که مطابقت کامل با نتیجه‌های دارد که از طریق نرمافزار Swedge بدست آمده است.

شکل ۲۲ : ناپیوستگی ها در یک شیروانی سنگی.

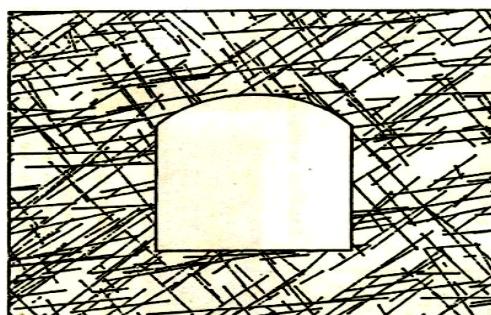
همچنین با تعریف سطوح با جهت داری های مختلف در توده سنگ مدل سازی شده، درجه نامحسانگردی توده سنگ را می توان به دست آورد. در معادن سنگ ساختمنی، برای تعیین جهت داری بهینه جبهه کار استخراجی (راستایی باید انتخاب شود که کمترین تقاطع با ناپیوستگی های طبیعی موجود در توده سنگ را داشته باشد) و به منظور تامین بیشترین بازدهی سنگ استخراجی، می توان از الگوریتم پیشنهادی استفاده کرد. در عوض برای تعیین بلوك بندی توده سنگ در مهندسی انفجار و همچنین مطالعات هیدرولیکی توده سنگ نمی توان از این روش استفاده کرد.

البته باید توجه نمود که در این کار اصل بر طراحی الگوریتم شناسایی بلوك ها بوده است و محیط پیاده سازی این الگوریتم می تواند هر محیط برنامه نویسی باشد. لذا با توجه به وسعت توابع و قابلیت های محاسباتی نرم افزار MATLAB، از محیط آن برای پیاده سازی الگوریتم استفاده شده است. ولی باید توجه شود که نرم افزار MATLAB در اصل به عنوان یک نرم افزار محاسباتی است و شاید نوشتمن و تولید برنامه در محیط آن از وظایف ثانویه آن باشد که به همین دلیل امکاناتی که در دیگر نرم افزارها همانند مجموعه ویژوال استدیو می توان در دسترس داشت، در نرم افزار MATLAB نمی توان دید که بازترین آن اجرای برنامه نوشته شده، در رایانه ای که برنامه MATLAB را نداشته باشد به سختی امکان پذیر است. ولی در حالت کلی با کنار گذاشتن محدودیت های تولید برنامه مستقل و قابل نصب در محیط MATLAB، قابلیت های محاسباتی و گرافیکی این نرم افزار، انجام و پیاده سازی الگوریتم فوق العاده پیچیده را در آن بسیار ساده نموده و استفاده از توابع از قبل تعریف شده پیش رفت. ریاضی آن، تعداد خطوط کلی برنامه را بشدت کاهش می دهد که پیامد آن افزایش سرعت اجرای برنامه و کاهش فضای حافظه مصرفی و در نتیجه صرف زمان کوتاه تر برای حصول نتیجه نهایی، می باشد. از آنجایی که فرایند شناسایی چند ضلعی ها فرایندی تکراری است، کم بودن تعداد خطوط برنامه تاثیر بسزایی در سرعت اجرا و زمان رسیدن به نتیجه نهایی دارد که از این حیث نرم افزار MATLAB به لحاظ پارامترهای بالا، کم نظیر است.

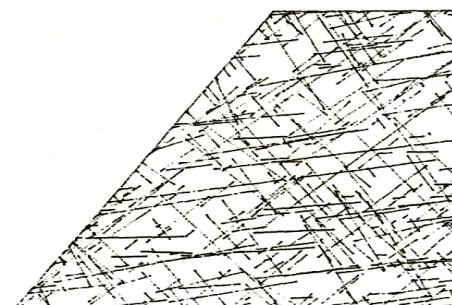
همان ناپیوستگی ها را با همان موقعیت فضایی مدل سازی می کند.

نکته ای که بایستی به آن توجه شود این است که قلمرو مدل سازی در الگوریتم پیشنهادی بایستی دو بعدی باشد، یعنی اینکه ناپیوستگی های مدل سازی شده در سه بعد، با یک صفحه، مانند یک سطح برداشت قطع داده شده و چند ضلعی هایی که در اثر این تقاطع ها بر روی سطح برداشت به وجود می آیند، شناسایی و تعیین سطح می شوند. این درست همانند دیواره یک تونل است که توسط ناپیوستگی هایی قطع شده و تشكیل طول اثرها را می دهن و این طول اثرها ممکن است هم دیگر را روی سطح دیواره تونل قطع کنند و چند ضلعی هایی را به وجود بیاورند. محاسبه مساحت این گونه از چند ضلعی ها، خروجی نرم افزار توسعه داده شده است.

با توجه به دو بعدی بودن قلمرو مدل سازی، الگوریتم توسعه یافته، قادر به شناسایی و محاسبه حجم بلوك های ناشی از تقاطع ناپیوستگی ها در سه بعد نیست. به طور قطع تعمیم و توسعه الگوریتم پیشنهادی برای حالت سه بعدی، کاربرد مدل سازی را به میزان زیادی بالا می برد. با این حال، مدل سازی دو بعدی نیز کاربردهای زیادی در مهندسی معدن و عمران دارد. در مسائل مربوط به پایداری تونل ها و شیروانی های سنگی و شناسائی بلوك های کلیدی، این مدل سازی می تواند کمک زیادی به تحلیل پایداری و طراحی سیستم نگهداری کند (شکل ۲۱ و ۲۲).



شکل ۲۱ : ناپیوستگی های اطراف یک تونل.



نرم افزار توسعه داده شده که در محیط MATLAB تهیه شده است، ناپیوستگی های شبیه سازی شده را در قلمرو مدل سازی که از قبل مشخص شده است، رسم می کند و مساحت های چند ضلعی های ایجاد شده را محاسبه و به صورت هیستو گرام به نمایش می گذارد؛

به منظور اطمینان از صحت الگوریتم پیشنهادی، دو دسته داده با نرم افزار تهیه شده، مورد پردازش قرار گرفتند و نتایج الگوریتم با نتایج حاصل از پردازش داده ها با نرم افزار Swedge و AutoCAD مورد مقایسه قرار گرفتند. مساحت های محاسبه شده توسط نرم افزار توسعه داده شده، به طور کامل با مساحت AutoCAD یکسان است که نشان از اعتبار الگوریتم دارد؛

با توجه به دوبعدی بودن قلمرو مدل سازی، الگوریتم توسعه یافته، قادر به شناسایی و محاسبه حجم بلوک های ناشی از تقاطع ناپیوستگی ها در سه بعد نیست. با این وجود، مدل سازی دوبعدی نیز کاربردهای زیادی می تواند در مهندسی معدن و عمران داشته باشد. از جمله این کاربردها می توان به تحلیل پایداری تونل ها، شیروانی های سنگی، بهینه سازی استخراج سنگ های ساختمانی و تعیین ناهمسانگردی توده سنگ اشاره کرد.

[7] Bartlett M.S.; 1975; "The statistical analysis of spatial pattern" ; pp. 90, Chapman & Hall, London.

[8] Hudson J., Priest S.D.; 1979; "Discontinuities and rock mass geometry"; Int. J. Rock Mech Min Sci. & Geomech. Abstr; pp.:339-362.

[9] Priest S. D. and Hudson J. A.; 1976; "Discontinuity spacing in rock" ; Int. J. Rock Mech . Min. Sci. , 13, pp.: 135 – 148.

[10] Beacher G. B.; 1983; "Statistical Analysis of Rock Mass Fracturing. Mathematical Geology" ; Vol . 15 , No . 2.

[11] Warburton P.; 1989; "Application of a new computer model for reconstruction blocky block geometry analysis single block stability and identifying keystones" ; In: Proc 5th Int. Congress on Rock Mechanics, Melbourne, pp. 225-230.

[12] Heliot D.; 1988; "Generating a blocky rock mass"; Int. J. Rock Mech. Min. Sci.; pp. 127-138 .

[13] Lin D. & Fairhurst C .& Starfield A. M.; 1987; "Geometrical Identification of Three dimensional Rock Block Systems Using Topological Techniques"; Springer .

[14] Jing L.; 2000; "Block system construction for three-dimensional discrete element models of

در این تحقیق مراحل مختلف مدل سازی ناپیوستگی های موجود در یک توده سنگ شرح داده شده و بر اساس آن یک الگوریتم مدل سازی تهیه و ارائه شده است. فرضیات مدل سازی عبارتند از:

ناپیوستگی ها مسطح فرض می شوند؛
مدل سازی به صورت قطعی انجام می شود یعنی اینکه مختصات تمام ناپیوستگی ها باستی از قبل تعیین شده باشد؛

هر ناپیوستگی با یک دیسک شامل مختصات مرکز، بردار نرمال و شعاع آن مدل می شود.

ویژگی های مدل سازی عبارتند از:
قلمره مدل سازی دو بعدی است، بنابراین محاسبات در یک سطح انجام می شود؛

الگوریتم پیشنهادی توانایی شناسایی چند ضلعی های محدب و مقعر را دارد؛

در الگوریتم توسعه داده شده، بر حسب نیاز می توان ناپیوستگی هایی که شبکه کلی ناپیوستگی ها را قطع نمی کند حذف کرد. این ویژگی در بعضی کاربردهای مهندسی مورد نیاز است. همچنین طول اثرهایی که در تشکیل چند ضلعی ها هیچ نقشی ندارند قابل حذف می باشند. ممکن است قسمتی از یک ناپیوستگی در تشکیل یک چند ضلعی نقش داشته باشد. در این صورت، قسمت های اضافی ناپیوستگی حذف خواهند شد؛

منابع

- [1] Xu J. ; 1991 ;"Simulation statistique de discontinuités et évaluation de la blocometrie de massifs rocheux"; Ph.D. thesis; ENSMP.
- [2] Jing L. , Stephansson O. ; 1994; "Topological identification of blocky assemblages for jointed rock masses"; Technical note. Int. J. Rock Mech & Geomech Abstr; vol. 31, No. 2, pp.:163-172.
- [3] Dershowitz W., Einstein HH. ; 1988; "Characterizing rock joint geometry with system models" ; Rock Mech Rock Eng ; vol. 21, No. 1, pp. 21-51.
- [4] Kulatilake P.S., Wangs S, Stephansson O. ; 1993; "Effect of finite-size joints on the deformability of jointed rock in 3-dimension"; Int. J. Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr; vol. 30, No. 5, pp. 479-501.
- [5] Preparata F. & Shamos M. I.; 1985; "Computational geometry: An introduction";, pp. 390, Springer-Verlag, Newyork.
- [6] Miles R. E.; 1972; "The random division of space"; Adv. Appl. Probl. Suppl; pp. 243-266.

- [17] Lu J.; 2002; "Systematic identification of polyhedral rock blocks with arbitrary joints and faults"; Computer and Geotechnics; vol. 29, pp. 49 – 72.
- [18] Hahn B. & Valentine D. T.; 2007; "Essential MATLAB For Engineers and Scientists" ; third edition , Elsevier .
- [19] Braden, B. ; 1986; "The Surveyor's Area Formula" , The College Mathematics Journal, Vol 17, Number 4, pp.326–337.

- fractured rock"; Int. J. Rock Mech & Geomech Abstr; vol. 37 , No. 4 , pp. 645-659.*
- [15] Ohnishi Y, Yu Q.; 2001; "3D block analyses for fractured rock"; In Computer Methods and Advanced in geomechanics, Balkama: Rotterdam, pp. 577-580.
- [16] Yu Q., Ohnishi Y., Xue G., Chen D.; 2009; "A generalized procedure to identify three-dimensional rock blocks around complex excavation" ; Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. ; vol. 33, pp. 355-357.

بی‌نوشت

¹ Topology	
Preparata	^۲
Shamos	^۳
Miles	^۴
Barlett	^۵
Hudson	^۶
Priest	^۷
Beacher	^۸
Persistence	^۹
Bounded Development	^{۱۰}
Warburton	^{۱۱}
Block Generating Language	^{۱۲}
Heliot	^{۱۳}
Lin	^{۱۴}
Jing	^{۱۵}
Stephansson	^{۱۶}
Ikikawa	^{۱۷}
Ohnishi	^{۱۸}
Lu	^{۱۹}
vertices	^{۲۰}
Edges	^{۲۱}
Deterministic	^{۲۲}