

مدل سازی ریاضی و طراحی نرم افزار مناسب جهت هیپ لیچینگ کانی های اکسیده مس

احمد خدادادی^{۱*}، سید جواد کلینی^۱، علیرضا ربیعه^۲، قنبر علی شیخ زاده^۳، مسعود حسنی^۲

۱- دانشیار بخش مهندسی معدن دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، akdarban@modares.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد فراوری مواد معدنی، دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تربیت مدرس، m.hasani@modares.ac.ir

۳- استادیار گروه مکانیک دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه کاشان

(دریافت ۱۵ بهمن ۱۳۸۷، پذیرش ۲۴ مرداد ۱۳۸۸)

چکیده

مدل سازی ریاضی عملیات استخراج فلز مس به روش استخراج توده ای موضوع بسیاری از تحقیقات انجام گرفته در زمینه استخراج فلزات در سال های اخیر بوده است. اما به دلیل حجیم بودن عملیات هیپ لیچینگ، مدل سازی ریاضی این عملیات می تواند چشم اندازهای جالبی را برای اهداف طراحی مهیا سازد. از آنجایی که فروشویی ستونی بهترین گزینه برای شبیه سازی هیپ لیچینگ می باشد، در این پژوهش بر مبنای یک مدل ریاضی، نرم افزاری به زبان ویژوال بیسیک، جهت مدل سازی فروشویی ستونی کانی های اکسیده مس سرچشمه، تهیه گردید. این مدل ریاضی بر اساس موازنه جرم، همراه با واکنش شیمیایی و در حالت ناپایا ارائه شده است. این مدل می تواند اثر عوامل موثر بر بازده استخراج از قبیل دانه بندی خوراک، زمان جریان حلال، میزان تراکم، نرخ پاشش، درجه حرارت عملیات و غلظت حلال مورد استفاده را در پیش بینی نتایج استخراج تعیین نماید. برای تایید صحت مدل نیز از تست های ستونی متعددی در مقیاس آزمایشگاهی استفاده و نتایج بسیار مناسبی حاصل گردید که نشان دهنده تطابق نتایج نرم افزار با نتایج آزمایشگاهی می باشد. حلال مورد استفاده در این آزمایش ها، اسید سولفوریک رقیق بود. با بررسی نتایج حاصل از آزمایش ها و مدل می توان در شرایط مختلف، میزان استخراج مس را پیش بینی نمود.

کلمات کلیدی

هیپ لیچینگ، فروشویی ستونی، مدل سازی، موازنه جرم

۱- مقدمه

ریاضی برای استخراج توده‌های مس از ذرات کروی شکل بر اساس قانون بقای جرم در حالت ناپایا ارائه و سپس بر مبنای مدل فوق برنامه‌های کامپیوتری با نام اختصاری $MMCHL^3$ تهیه گردید. این برنامه می‌تواند اثر عوامل موثر بر استخراج از قبیل دانه بندی خوراک، غلظت مس در سنگ بستر، عمق بستر، زمان جریان حلال، میزان تراکم، نرخ پاشش، غلظت حلال مورد استفاده را در پیش‌بینی عیار مس در محلول خروجی تعیین نماید.

۲- معادلات حاکم، شرایط اولیه و شرایط مرزی

مدل‌سازی فرآیندهای موجود در استخراج توده‌ای در دو بخش انجام می‌شود. بخش اول شامل مدل‌سازی حرکت و نفوذ محلول از میان بستر و داخل ذرات می‌باشد. این بخش شامل یک مدل سیالاتی ذره برای نفوذ محلول در داخل ذرات و یک مدل سیالاتی بستر برای حرکت و نفوذ محلول در بین ذرات می‌باشد. بخش دوم شامل مدل‌سازی فرآیندهای حرکت و نفوذ اسید در داخل بستر و داخل ذرات، واکنش شیمیایی اسید با کانی مورد نظر و نفوذ و حرکت محصول واکنش در داخل ذره و داخل بستر می‌باشد. این بخش نیز شامل دو مدل است. مدل اول مربوط به فرآیندهایی است که در ذره رخ می‌دهد و بعنوان مدل واکنشی ذره از آن نام برده می‌شود و مدل دوم مربوط به فرآیندهایی است که در بستر رخ می‌دهد و بعنوان مدل واکنشی بستر نامیده می‌شود [۶].

۲-۱- مدل‌سازی نفوذ محلول در داخل ذرات: مدل سیالاتی ذره

معادله بقای جرم در داخل ذره بصورت زیر است [۶]:

$$\frac{\partial \varepsilon_{lp}}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\delta}{\delta r} \left[r^2 D_{lp} \frac{\delta \varepsilon_{lp}}{\delta r} \right] + \frac{q_{lp}}{\rho_l} \quad (1)$$

که در آن زیر نویس p مربوط به ذره می‌باشد و q بیانگر جرمی است که به محلول وارد یا از آن خارج می‌شود. ε نیز بیانگر میزان محلول موجود در ذره است. همچنین:

D_{lp} : ضریب پخش

r : شعاع ذره

ρ_l : چگالی ذره

برای تعیین توزیع محتوای محلول در هر نقطه از سنگ، معادله ۱ در هر لحظه از زمان و هر شعاع از ذره باید حل شود. برای حل معادله فوق یک شرط اولیه و یک شرط مرزی مورد نیاز است. در ابتدای عملیات، محتوای محلول در داخل ذره یکنواخت فرض می‌شود، لذا شرط اولیه عبارت است از:

در سالیان اخیر، هیپ لیچینگ کاربردهای فراوانی به‌ویژه در استخراج مس داشته است که این امر به دلیل هزینه پایین، سادگی عملیات، مزایای زیست محیطی و قابلیت استخراج فلزات با عیار پایین در عملیات هیپ لیچینگ می‌باشد. در این روش در محل آماده شده توده‌ای از سنگ خرد شده معدن به ارتفاع ۱۰-۱۵ متر ریخته می‌شود. سپس عامل لیچینگ از بالای توده بر روی تل پاشیده می‌شود و توسط جوی کوچکی که در انتهای شیب زمین تعبیه شده است، جمع‌آوری می‌گردد. وزن ماده معدنی ممکن است ۱۰۰ تا ۲۰۰ هزار تن و مساحت هیپ ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ متر مربع باشد [۱].

به منظور مدل‌سازی این هیپ‌ها از تعداد زیادی آزمایش‌های ستونی و نیز آزمایش‌هایی در مقیاس نیمه صنعتی بهره گرفته می‌شود. اما با توجه به حجیم بودن عملیات هیپ لیچینگ، جامع‌ترین تست‌های ستونی نیز نمی‌توانند با دقت بالا، رفتار هیپ در مقیاس واقعی را پیش‌بینی کنند. لذا مدل‌سازی ریاضی این عملیات می‌تواند چشم‌اندازهای جالبی را برای اهداف طراحی مهیا سازد. محققین بسیاری کوشش نموده‌اند تا به بررسی پدیده‌های مهم و شناخت فرآیندهای سیالاتی عملیات هیپ لیچینگ پرداخته و با ارائه مدلی ریاضی، آن را شبیه‌سازی نمایند. رومان^۱ و همکارانش [۲] نتایج تست‌های ستونی را با مدل هسته واکنش نکرده، شبیه‌سازی و مدلی برای لیچینگ صنعتی سنگ‌های اکسیدی مس ارائه نموده‌اند. کاتلس^۲ [۳] مدلی غیر دائم و یک بعدی برای توصیف لیچینگ باطله کم عیار مس ارائه نمود که شامل معادلات موازنه جرم اکسیژن، حرارت و جابجایی هوا می‌باشد.

همچنین با در نظر گرفتن نحوه جریان سیال-گاز، از بین ذرات، الگویی جهت مدل‌سازی هیپ لیچینگ ارائه شده است [۴]. در این مدل، ذرات، کروی شکل و هم‌اندازه در نظر گرفته شده‌اند. پایه و اساس این مدل، موازنه جرم و تغییرات مومنتوم سیال است. بر اساس تست‌های ستونی آزمایشگاهی، مدلی برای هیپ‌لیچینگ سولفیدهای روی نیز ارائه شده است. جهت بررسی سینتیک انحلال کانه، از مدل *Shrinking core* استفاده شده است و در نهایت دبی پاشش و ارتفاع هیپ پارامترهای موثر اصلی معرفی شده‌اند [۵].

مهم‌ترین امتیاز این قبیل مدل‌سازی‌ها این است که از انجام تست‌های آزمایشگاهی فراوان که مستلزم صرف هزینه و زمان است، جلوگیری به عمل می‌آید. در این پژوهش در ابتدا مدلی

مول خروجی از المان، N_{gen} نرخ مول تولیدی در المان و N_{st} نرخ مول ذخیره شده در المان باشد، طبق قانون بقای جرم داریم:

$$N_{in} - N_{out} + N_{gen} = N_{st} \quad (7)$$

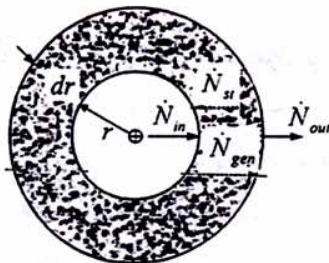
$$N_{out} = N_{in} + \frac{\partial N_{in}}{\partial r} dr \quad (8)$$

با استفاده از تقریب خطی بسط تیلور بدست می‌آید:

$$dv_0 = 4\pi r^2 dr (1 - \varepsilon_0)$$

$$dm_0 = 4\pi r^2 dr (1 - \varepsilon_p) \rho_0$$

$$dv_i = 4\pi r^2 dr \varepsilon_p S_p$$



شکل ۱: موازنه مولی روی یک المان دیفرانسیلی کروی

برای محاسبه نرخ جرم ورودی به المان از قانون فیک [۵] استفاده می‌شود:

$$N_{in} = -D_A A \frac{\partial C_A}{\partial l}$$

و با توجه به شکل ۱، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$N_{in} = -D_A (4\pi r^2 \varepsilon_p S_p) \frac{\partial C_{AP}}{\partial r}$$

$$N_{in} = -4\pi r^2 D_{Ae} S_p \frac{\partial C_{AP}}{\partial r} \quad (9)$$

که در آن، D_A ضریب نفوذ اسید در محلول درون خلل و فرج سنگ، C_A غلظت اسید، ε_p میزان تخلخل، S_p سطح تخلخل، τ تورنوزیته و D_{Ae} ضریب نفوذ موثر اسید می‌باشد. بدین ترتیب با توجه به معادله‌های ۸ و ۹، تعداد خالص مول ورودی به المان بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$N_{in} - N_{out} = 4\pi D_{Ae} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 S_p \frac{\partial C_{AP}}{\partial r} \right] dr \quad (10)$$

از طرف دیگر نرخ تغییرات جرم اسید در داخل المان فرضی کروی عبارتست از:

$$N_{st} = \frac{\partial}{\partial t} (4\pi r^2 dr \varepsilon_p S_p C_{AP})$$

$$\Rightarrow N_{st} = 4\pi r^2 dr \varepsilon_p \frac{\partial}{\partial t} (S_p C_{AP}) \quad (11)$$

$$\varepsilon_{lp}(r, z, 0) = \varepsilon_{lp0} \quad (2)$$

که در آن، ε_{lp0} محتوای اولیه محلول داخل ذره می‌باشد. شرط مرزی نیز از برابری پتانسیل در فصل مشترک ذره و بستر یعنی سطح ذره نتیجه می‌شود. با توجه به اینکه در یک موقعیت خاص از بستر، عبارت عمق (z) در پتانسیل (h) مربوط به ذره و بستر یکسان می‌باشد، لذا:

$$h_{lp}(R, z, t) = h_{lb}(z, t) \quad (3)$$

که زیر نویس b مربوط به بستر می‌باشد.

۲-۲- مدل‌سازی نفوذ محلول در داخل بستر: مدل سیالاتی بستر معادله بقای جرم محلول در بستر متخلخل، بصورت زیر ساده می‌شود [۶]:

$$\frac{\partial \varepsilon_{lb}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_{lb} \frac{\partial \varepsilon_{lb}}{\partial z} \right] - \frac{\partial k_{lb}}{\partial z} + \frac{q_{lb}}{\rho_l} \quad (4)$$

که در آن، k_{lb} ضریب هدایت هیدرولیکی بستر است. برای تعیین توزیع محلول در هر نقطه از بستر معادله ۴ در هر لحظه از زمان و هر ارتفاع از بستر باید حل شود. برای حل این معادله یک شرط اولیه و یک شرط مرزی مورد نیاز می‌باشد. در ابتدای عملیات، محتوای محلول در داخل بستر یکنواخت فرض می‌شود، لذا شرط اولیه عبارتست از:

$$\varepsilon_{lb}(z, 0) = \varepsilon_{lb0} \quad (5)$$

در پایین بستر، فرض می‌شود که محلول از محیطی بدون مقاومت و در فشار اتمسفر خارج می‌شود، لذا گرادیان محتوای محلول در خروجی صفر خواهد بود:

$$\left. \frac{\partial \varepsilon_{lb}(z, t)}{\partial z} \right|_{z=H} = 0 \quad (6)$$

که در آن H ارتفاع بستر می‌باشد.

با حل معادلات ۱ و ۴ همراه با شرایط اولیه و مرزی، مقدار محتوای مایع بستر و ذره در مکان‌های مختلف بستر و در زمان‌های مختلف تعیین می‌شود.

۲-۳- مدل‌سازی نفوذ اسید، واکنش اسید با کانی و نفوذ جزءهای حل شده در داخل ذره: مدل واکنشی ذره

با در نظر گرفتن یک المان دیفرانسیلی کروی (شکل ۱)، از سنگ و انجام موازنه جرمی روی آن معادله پیوستگی اسید به‌دست می‌آید. اگر N_{in} نرخ مول ورودی به المان، N_{out} نرخ

به منظور تعیین توزیع غلظت اسید در هر نقطه از سنگ، معادله فوق در هر لحظه از زمان و در هر شعاع از ذره باید حل شود. برای حل این معادله یک شرط اولیه و یک شرط مرزی مورد نیاز می‌باشد. غلظت اولیه اسید در داخل سنگ صفر می‌باشد، پس شرط اولیه عبارتست از:

$$C_{Ap}(r,z,0)=0 \quad (16)$$

غلظت اسید روی سطح سنگ با غلظت اسید در محلول داخل بستر در آن محل برابر است:

$$C_{Ap}(R, z, t) = C_{Ab}(z, t) \quad (17)$$

۲-۴- مدل سازی جابجایی اسید و جزءهای حل شده کانی در داخل بستر: مدل واکنشی بستر

به طریقی مشابه با مشخص کردن عبارت‌های N_{gen} , N_{st} , N_{in} و N_{out} و انجام موازنه مولی معادله پیوستگی اسید به دست می‌آید:

$$-\frac{1}{\varepsilon_b} \frac{\partial}{\partial z} (u C_{Ab}) dz - \frac{3(1-\varepsilon_b)}{R \varepsilon_b} \left(D_{Ae} S_p \frac{\partial C_{Ap}}{\partial r} \Big|_{r=R} + \sum_{i=1}^n \frac{K_{si} C_{Bsi}^{\gamma_{si}} C_{Ab}}{b_i} \right) \quad (18)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} (S_b C_{Ab})$$

که در آن u سرعت محلول در بین ذرات می‌باشد. برای تعیین توزیع غلظت اسید در هر نقطه از بستر، معادله فوق در هر لحظه از زمان و در هر ارتفاع از بستر باید حل شود. برای حل این معادله یک شرط اولیه و یک شرط مرزی مورد نیاز می‌باشد. غلظت اولیه اسید در داخل بستر صفر است، پس شرط اولیه عبارتست از:

$$C_{Ap}(z,0) = 0 \quad (19)$$

غلظت اسید در بالای بستر، همان غلظت اسید پاشش شده، C_{A0} می‌باشد:

$$C_{Ab}(0,t) = C_{A0} \quad (20)$$

۳- متغیرها و پارامترهای مدل

پس از مشخص کردن مدل ریاضی برنامه، می‌بایست متغیرها و پارامترهای برنامه را مشخص نمود. به‌طور کلی متغیرهای برنامه به سه دسته اصلی متغیرهای محلول اسیدی، متغیرهای بستر و ذرات و متغیرهای عمومی برنامه دسته‌بندی می‌شوند.

همچنین معادله سرعت واکنش در هر نقطه از سنگ، با فرض اینکه سرعت واکنش با غلظت اسید از مرتبه اول و با غلظت کانی از مرتبه γ ارتباط مستقیم داشته باشد، بصورت زیر خواهد بود [۵]:

$$\frac{dC_{Bpi}}{dt} = -k_{pi} C_{Bpi}^{\gamma_{pi}} C_{Ap} \quad (12)$$

که در آن، C_{Bpi} ، عیار اولیه کانی ρ_0 (بر حسب مول بر جرم سنگ) موجود در خلل و فرج سنگ می‌باشد.

با توجه به اینکه معادله ۱۲، نرخ تغییر مول کانی به ازای واحد جرم سنگ را بیان می‌کند، می‌توان نرخ تغییر مول کانی را در المان مورد نظر بصورت زیر تعیین نمود:

$$\frac{dN_{Bpi}}{dt} = dm_o \frac{dC_{Bpi}}{dt} \Rightarrow \frac{dN_{Bpi}}{dt} = 4\pi r^2 dr (1-\varepsilon_p) \rho_0 \frac{dC_{Bpi}}{dt} \quad (13)$$

نسبت مول‌های حل شده کانی به مول‌های اسید مصرف شده برابر با عدد استوکیومتری می‌باشد [۵]. لذا با توجه به معادله ۱۳ نرخ مصرف اسید (بر حسب مول) به ازای انحلال کانی ρ_0 عبارتست از:

$$\frac{dN_A}{dt} = \frac{1}{b_i} \frac{dN_{Bpi}}{dt} = \frac{1}{b_i} 4\pi r^2 dr (1-\varepsilon_p) \rho_0 \frac{dC_{Bpi}}{dt}$$

$$N_{g,i} = \frac{1}{b_i} 4\pi r^2 dr (1-\varepsilon_p) \rho_0 (-K_{pi} C_{Bpi}^{\gamma_{pi}} C_{Ap})$$

$$N_g = -4\pi r^2 dr (1-\varepsilon_p) \rho_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i} K_{pi} C_{Bpi}^{\gamma_{pi}} C_{Ap} \quad (14)$$

با مشخص شدن عبارت‌های N_{gen} و N_{st} ، N_{in} - N_{out} موازنه مولی با توجه به معادلات ۷، ۱۰، ۱۱ و ۱۴ انجام می‌گیرد:

$$4\pi D_{Ae} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 S_p \frac{\partial C_{Ap}}{\partial r} \right] dr - 4\pi r^2 dr (1-\varepsilon_p) \rho_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i} (K_{pi} C_{Bpi}^{\gamma_{pi}} C_{Ap}) = 4\pi r^2 dr \varepsilon_p \frac{\partial}{\partial t} (S_p C_{Ap})$$

و با ساده‌سازی لازم معادله پیوستگی اسید به دست می‌آید:

$$D_{Ae} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 S_p \frac{\partial C_{Ap}}{\partial r} \right] - \quad (15)$$

$$(1-\varepsilon_p) \rho_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{b_i} (K_{pi} C_{Bpi}^{\gamma_{pi}} C_{Ap}) = \varepsilon_p \frac{\partial}{\partial t} (S_p C_{Ap})$$

(از قبیل دبی محلول و غلظت اسید)، سیکل‌های پاشش و توقف (زمان کل و دوره تناوب) و تعداد نقاط شبکه (درجهت شعاع ذره و عمق بستر و تعداد گام‌های زمانی) از طریق زیر برنامه INPUT به برنامه وارد و در زیر برنامه دیگری به نام GRID، شبکه محاسباتی تنظیم می‌گردد. سپس در زیر برنامه INIT، مقادیر اولیه در نقاط شبکه جایگزین می‌شود.

جدول ۲: علائم اختصاری متغیرهای بستر و ذرات

ردیف	علامت اختصاری	توضیح
۱	H	ارتفاع بستر (Cm)
۲	R _p	متوسط شعاع ذرات (Cm)
۳	C _B	عیار مس در خوراک ورودی
۴	E _p	تخلخل ذره
۵	E _B	تخلخل بستر
۶	SP _O	اشباع اولیه ذرات
۷	SB	اشباع اولیه بستر
۸	RHOO	چگالی کانسنگ (g/Cm ^۳)

جدول ۳: علائم اختصاری متغیرهای عمومی

ردیف	علامت اختصاری	توضیح
۱	NDay	مدت زمان عملیات (روز)
۲	Maxit	بیشترین تعداد تکرار محاسبات در برنامه
۳	Error	خطای مجاز برنامه
۴	NR	تعداد نقاط شبکه درجهت شعاع ذره
۵	NZ	تعداد نقاط شبکه در جهت ارتفاع بستر
۶	NT	تعداد فواصل زمانی محاسبات

پس از تعیین شرایط اولیه حلقه زمانی شروع می‌شود. ابتدا محاسبات مربوط به مدل‌های سیالاتی در برنامه فرعی SAYAL انجام گرفته که در نتیجه آن درجه اشباع در هر شعاع ذره و هر عمقی از بستر، و سرعت محلول در هر عمقی از بستر محاسبه و سپس محاسبات مربوط به مدل‌های واکنشی در برنامه فرعی REACT انجام می‌گیرد که در نتیجه آن توزیع غلظت‌های اسید و کانی و محصولات واکنش در ذره و بستر تعیین و در نهایت نتایج برنامه در فایل خروجی ذخیره می‌شود.

پارامترهای مدل نیز شامل BI ، k و γ هستند که به ترتیب نشانگر ثابت واکنش، عدد استکیومتری و مرتبه واکنش می‌باشند. در ادامه هریک از این متغیرها و پارامترها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۱- متغیرهای محلول

در این پژوهش از اسید سولفوریک رقیق جهت فروشویی مس استفاده شد. متغیرهای محلول شامل مشخصات اصلی اسید مصرفی در فروشویی است که شامل غلظت اسید مصرفی، نرخ جریان اسید مصرفی و ویسکوزیته آن می‌باشند. در جدول ۱ متغیرهای این بخش به همراه علامت اختصاری استفاده شده در برنامه آورده شده است.

جدول ۱: علائم اختصاری متغیرهای محلول

ردیف	علامت اختصاری	توضیح
۱	CA	غلظت اسید مصرفی (g/L)
۲	QL	نرخ جریان اسید (Cm ³ /min)
۳	MUL	ویسکوزیته اسید (g/Cm.s)

۳-۲- متغیرهای بستر و ذرات

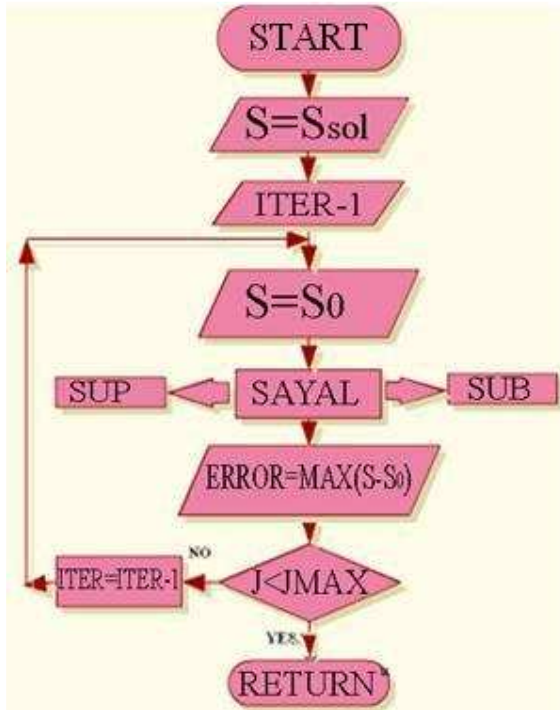
متغیرهای بستر و ذرات شامل مشخصات اصلی ذرات تشکیل دهنده بستر در فروشویی است که عبارتند از: ارتفاع بستر، متوسط شعاع ذرات، تخلخل ذرات و بستر و درجه اشباع اولیه ذرات و بستر. در جدول ۲ متغیرهای این بخش به همراه علامت اختصاری استفاده شده در برنامه، آورده شده است.

۳-۳- متغیرهای عمومی

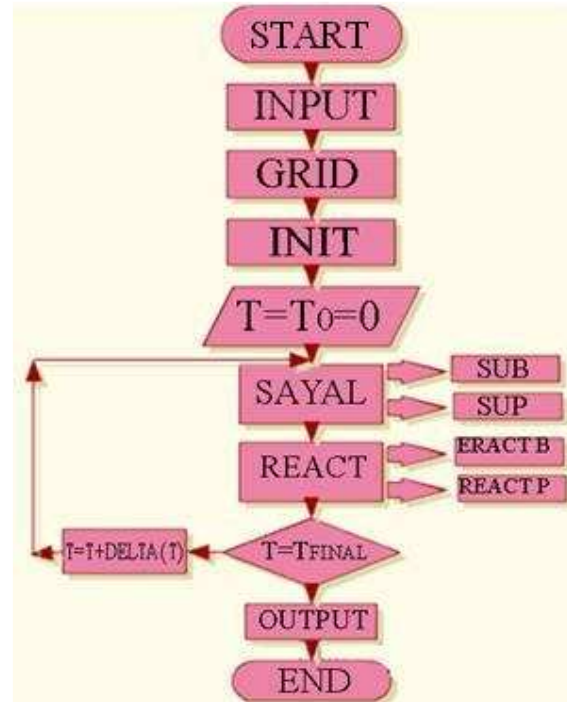
متغیرهای عمومی شامل مدت زمان عملیات، تعداد نقاط شبکه درجهت شعاع ذره، تعداد نقاط شبکه در جهت ارتفاع بستر، تعداد فواصل زمانی محاسبات، بیشترین تعداد تکرار محاسبات در برنامه و خطای مجاز برنامه می‌باشد. در جدول ۳ متغیرهای این بخش به همراه علامت اختصاری استفاده شده در برنامه آورده شده است.

۴- الگوریتم برنامه

الگوریتم قسمت اصلی برنامه در شکل ۲ نشان داده شده است. در این الگوریتم ابتدا پارامترهای ورودی برنامه که شامل خواص فیزیکی، شیمیایی بستر و ذرات (از قبیل ارتفاع بستر، قطر ذرات و عیار کانی مورد نظر)، شرایط محلول ورودی



شکل ۳: الگوریتم زیر برنامه SAYAL



شکل ۲: الگوریتم اصلی برنامه

(الف) شرایط روی سطح ذره با توجه به شرایط موجود در بستر
 (ب) تعیین شار جرمی روی سطح ذره
 (ج) تعیین خواص بستر (فشار، ضریب هدایت هیدرولیکی و ضریب نفوذ سیال)
 (۴) محاسبه درجه اشباع بستر در هر نقطه از عمق بستر
 (۵) اعمال شرایط مرزی مربوط به مرکز و سطح ذره
 (۶) تعیین پارامترهای خواص ذره (فشار، ضریب هدایت هیدرولیکی و ضریب نفوذ سیال) در هر نقطه از عمق بستر و هر شعاع ذره
 (۷) محاسبه درجه اشباع ذره در هر نقطه از عمق بستر و هر شعاع ذره
 (۸) تعیین بیشینه خطای نسبی درجه اشباع ذره و بستر و مقایسه با مقدار خطای مجاز
 (۹) تکرار مراحل ۲ تا ۸ تا رسیدن به بیشینه خطای نسبی کمتر از خطای مجاز
 (۱۰) محاسبه سرعت محلول در هر نقطه از بستر
 پس از تعیین درجه اشباع و سرعت محلول، محاسبات مربوط به مدل‌های واکنشی در زیر برنامه REACT انجام می‌شود. الگوریتم برنامه فرعی REACT در شکل ۴ نشان داده شده

برای ارتباط دادن فشار ضریب هدایت هیدرولیکی، ضریب نفوذ سیال و غیره از روابط ریاضی ذکر شده در بخش ۲ استفاده می‌شود. محاسبات فوق در زیر برنامه VAN، انجام و پس از خواندن مقادیر اولیه از طریق زیر برنامه INPUT، مقادیر فشار، ضریب هدایت هیدرولیکی، ضریب نفوذ و غیره با اجرای این برنامه محاسبه می‌شود.

الگوریتم زیر برنامه SAYAL در شکل ۳ نشان داده شده است. همانطور که قبلاً ذکر شد، در این زیر برنامه محاسبات مربوط به مدل‌های سیالاتی انجام می‌گیرد. ابتدا مقادیر درجه اشباع زمان قبل بعنوان مقادیر حدسی برای زمان فعلی در نظر گرفته شده و این مقادیر جهت مقایسه در یک متغیر موقتی ذخیره و سپس توسط زیر برنامه های SUB و SUP، درجه اشباع بستر و ذره با روش تکرار محاسبه می‌شوند.

ترتیب حل معادلات مدل‌های سیالاتی در هر مرحله زمانی به این صورت می‌باشد:

(۱) جایگزینی مقادیر درجه اشباع ذره و بستر از زمان قبل به عنوان مقادیر حدس زمان فعلی

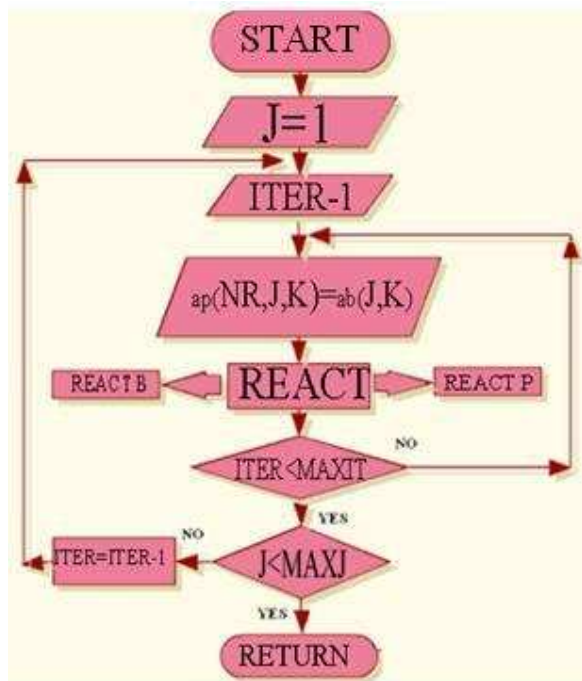
(۲) اعمال شرایط مرزی مربوط به بالاترین و پایین‌ترین نقطه بستر

(۳) در هر نقطه از عمق بستر:

گردد که در این حالت نرم‌افزار، نموداری را رسم کرده و عیار مس خروجی را تعیین می‌نماید.

۶- آزمایش‌ها

عملیات استخراج توده‌ای در مقیاس آزمایشگاهی، معمولاً بصورت تست ستونی انجام می‌شود. در این پژوهش نیز برای بررسی صحت نتایج حاصل از مدل‌سازی آزمایش‌هایی با شرایط مختلف بصورت تست‌های ستونی روی خاک اکسیدی معدن مجتمع مس سرچشمه انجام شده است که در ادامه به تشریح این تست‌ها پرداخته می‌شود [۶]. هدف از انجام این آزمایش‌ها، بررسی تاثیر پارامترهای ارتفاع هیپ، دما، غلظت اولیه محلول واکنش دهنده و غلظت مس در خوراک اولیه بر استخراج فلز مس می‌باشد. در جدول ۴ مقادیر پارامترها آورده شده است.



شکل ۴: الگوریتم زیر برنامه مدل‌های واکنشی

است. ترتیب حل معادلات مدل‌های واکنشی در هر مرحله زمانی به این صورت می‌باشد:

- ۱) جایگزینی مقادیر غلظت‌ها در ذره و بستر، از زمان قبل به عنوان مقادیر حدس زمان فعلی
 - ۲) اعمال شرایط مرزی مربوط به بالاترین نقطه بستر
 - ۳) در بالاترین نقطه بستر با استفاده از مقادیر زمان قبل و شرایط مرزی، محاسبه توزیع غلظت اسید، غلظت جامد واکنش دهنده و غلظت جز حل شده جامد واکنش دهنده در داخل ذره با استفاده از الگوریتم توماس
 - ۴) برای مکان بعدی در بستر ابتدا تعیین شرایط روی سطح ذره با توجه به شرایط موجود در بستر و سپس محاسبه توزیع غلظت اسید، غلظت جامد واکنش دهنده و غلظت جز حل شده جامد واکنش دهنده در داخل ذره با استفاده از الگوریتم توماس
 - ۵) محاسبه شار جرمی اسید و جز حل شده جامد واکنش دهنده در سطح ذره
 - ۶) تعیین غلظت اسید و غلظت جز حل شده جامد واکنش دهنده در بستر
 - ۷) تکرار مراحل ۴ تا ۶ تا آخرین نقطه مکانی در بستر
 - ۸) تکرار مراحل ۲ تا ۷ تا رسیدن به همگرایی لازم
- تعداد نقاط شبکه در ذره و بستر بسته به شعاع ذره و ارتفاع بستر انتخاب و فاصله زمانی نیز بسته به مدت زمان عملیات انتخاب می‌گردد.

۵- روش اجرای برنامه

برنامه مدل‌سازی فروشویی توده‌ای کانسنگ اکسیده مس به زبان برنامه نویسی ویژوال بیسیک نوشته شده است. برای اجرای برنامه کفایت ابتدا برنامه را از روی لوح فشرده حاوی آن، نصب و سپس آن را اجرا کرد. برای ایجاد پروژه جدید و انجام مدل‌سازی نیز لازم است از منوی File گزینه New انتخاب شود که نتیجه آن، نمایش شکل ۵ می‌باشد.

در پنجره شکل ۵ پارامترهای ورودی برنامه نمایش داده شده و کاربر می‌تواند براحتی پارامترهای مورد نیاز برای شروع مدل‌سازی را وارد نماید. برای انجام این مدل‌سازی کافی است پس از وارد کردن پارامترهای ورودی برنامه گزینه Simulation از منوی Run انتخاب شود. سپس برنامه براساس پارامترهای ورودی شروع به مدل‌سازی می‌نماید. برای مشاهده نتایج این مدل‌سازی نیز باید گزینه Graph، را از منوی Run انتخاب

Mathematical Modelling of Copper Heap Leaching - [Input Parameter]

File Run Help

Input Variable
(BED , PARTICLE) PROPERTIES

	VALUE		VALUE
height of bed (cm)	50	radius of particle (cm)	1
bed prosity (-)	0.42	particle(ore) prosity (-)	0.05
initial saturation of bed	0.02	initial saturation of particle	0.06
bed residual saturation	0.027	particle residual saturation	0.6
initial ore grade (gr mineral/gr ore)	0.004	ore(particle) density (gr/cm3)	2.7
initial internal grade/ore grade	1	stoichiometry number	0.5

(GRID , Liquid) PROPERTIES

	VALUE		VALUE
initial concentration of liquid	30	infiltration duration (days)	30
infiltration rate (lit/hr.m2)	15	maximum iteration	25000
infiltration velocity (cm/s)	1	number of grid points for radius of particle	5
liquid density(gr/cm3)	1	number of grid points for height of bed	30
liquid viscosity (gr/cm.s)	0.01	number of time intervals	96
reaction order in terms of mineral concentration	0	permissive error in reaction model	0.000001
	0	permissive error in unsaturated model	0.000001

Design by: Alireza Rabieh
E-Mail: alireza_rabieh1358@yahoo.com

Mathematical Modeling of Copper Heap Leaching

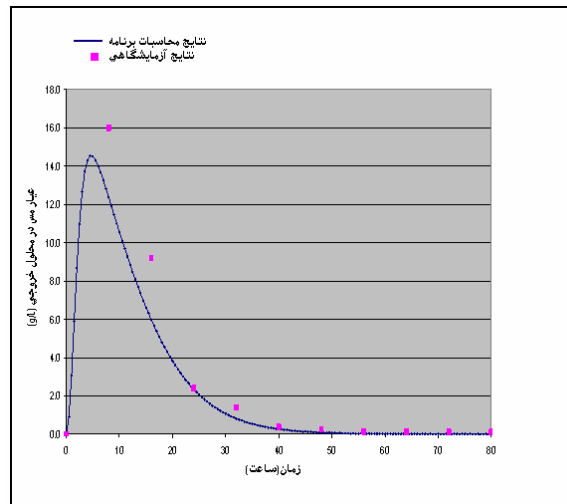
شکل ۵: پنجره پارامترهای ورودی برنامه

جدول ۴: مشخصات پارامترهای ورودی برای بررسی نتایج

آزمایش‌ها													پارامتر
دوازدهم	یازدهم	دهم	نهم	هشتم	هفتم	ششم	پنجم	چهارم	سوم	دوم	اول	واحد	
۱۰	۱۰	۱۰	۳۰	۲۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	gr/lit	CAO
۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۵	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	gr/lit	CCU
۱۴	۱۴	۱۴	۵۰	۵۰	۵۰	۱۴	۱۴	۱۴	۴۲	۲۸	۱۴	Cm	H
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	day	Time
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	Cm	Rp
۲۰	۱۵	۷/۲	۱۵	۱۵	۱۵	۷/۲	۷/۲	۷/۲	۷/۲	۷/۲	۷/۲	Lit/m ² hr	Q

۷- نتایج و بحث

به منظور بررسی صحت نتایج نرم‌افزار، پارامترهای یکی از ستون‌های آزمایش وارد نرم‌افزار می‌شود. همانطور که در شکل ۶ نشان داده شده است، اگرچه در بعضی نقاط بین نتایج نرم‌افزار و نتایج آزمایشگاهی، اختلاف وجود دارد، ولی در مجموع تطابق مناسبی وجود دارد.



شکل ۶: مقایسه نتایج نرم‌افزار با نتایج آزمایشگاهی

در ستون‌های اول، دوم و سوم، همانطور که در جدول شماره ۴ دیده می‌شود، با ثابت نگاه داشتن سایر پارامترها، جهت بررسی تاثیر ارتفاع بستر، ارتفاع ستون‌های آزمایشگاهی را به ترتیب ۱۴، ۲۸ و ۴۲ سانتی‌متر قرار داده می‌شود. در شکل ۷ نتایج این آنالیز آورده شده است. با افزایش ارتفاع بستر زمان رسیدن محلول به پایین بستر افزایش یافته، در نتیجه محلول خارج شده دارای غلظت بیشتری خواهد بود.

در ستون‌های چهارم، پنجم و ششم، به منظور بررسی تاثیر عیار مس در خوراک، بر عیار مس خروجی، CCU را به ترتیب ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۵ قرار می‌دهیم. همانطور که در شکل ۸ نشان داده شده است، هر چه عیار اولیه بیشتر باشد، غلظت خروجی نیز بیشتر خواهد بود. همچنین ملاحظه می‌شود که با افزایش عیار اولیه مدت زمان لیچینگ کامل مس، به شدت افزایش می‌یابد.

همچنین به منظور بررسی تاثیر غلظت اسید ورودی بر غلظت مس خروجی، با ثابت نگاه داشتن سایر پارامترها، غلظت اسید ورودی افزایش می‌یابد. با افزایش غلظت اسید ورودی مقدار بیشینه غلظت خروجی افزایش یافته و نمودار سریعتر به سمت صفر می‌رود. به عبارت دیگر اگر غلظت اسید ورودی بیشتر

باشد، دوره تکمیل لیچینگ یا بازیابی کامل، کاهش می‌یابد. اما اگر غلظت اسید ورودی کمتر باشد، دوره لیچینگ طولانی تر و در نتیجه مقدار و تغییرات غلظت خروجی کمتر خواهد بود. در شکل ۹ اثر غلظت اسید نشان داده شده است.

اثر نرخ پاشش اسید بر غلظت خروجی نیز در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با افزایش نرخ پاشش اسید از ۷/۲ به ۱۵ لیتر بر متر مربع در یک ساعت، حلال سریعتر به پایین نفوذ کرده و از بستر خارج می‌شود و در نتیجه غلظت خروجی کمتر می‌گردد.

۸- نتیجه گیری

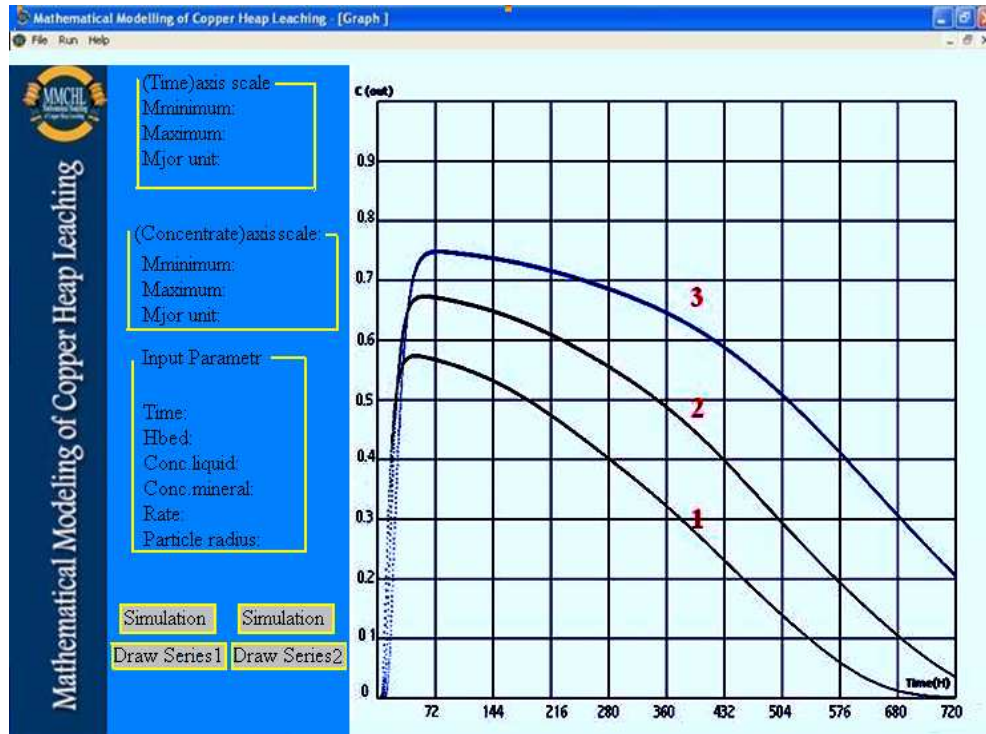
در این مقاله نرم‌افزاری برای مدل‌سازی فرآیندهای موجود در فروشویی توده‌ای کانی‌های اکسیده مس ارائه شده است. فرضیات بکار رفته در این مدل شامل کروی شکل بودن ذرات، داشتن ساختار یکسان و تقارن می‌باشد. همچنین فرض می‌شود حرکت و نفوذ محلول در بستر در جهت عمودی صورت می‌گیرد. در این مدل تنها انحلال کانی‌های مس‌دار مورد بررسی قرار گرفته و فعل و انفعالات شیمیایی مختلف شامل انحلال کانی‌های دیگر موجود در سنگ، رسوب نمودن سایر کانی‌ها و تشکیل کمپلکس‌ها صرف‌نظر شده است.

بر مبنای مدل ریاضی موجود، الگوریتم برنامه تهیه و سپس برنامه‌ای به زبان Visual Basic با نام اختصاری MMCHL تهیه گردیده است. این برنامه توانایی رسم نمودار برای عیار مس خروجی و همچنین ذخیره کردن محاسبات و در اختیار قرار دادن نتایج مدل‌سازی بصورت فایل متنی را دارد.

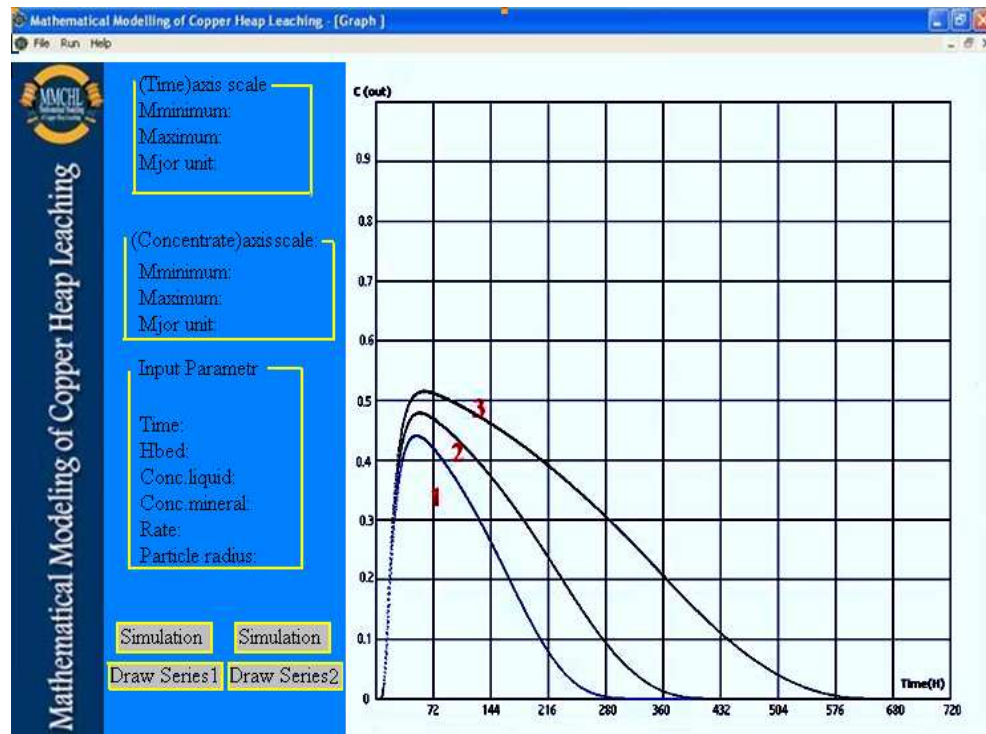
در پایان نیز به منظور بررسی حوضه تاثیر پارامترهای ارتفاع ستون، غلظت اسید، دبی پاشش و عیار مس در خوراک، برنامه با تغییر این پارامترها و ثابت گرفتن سایر پارامترها، اجرا و مشخص شد که در مورد پارامتر اول یعنی ارتفاع ستون با افزایش این پارامتر مقدار بیشینه عیار مس در محلول خروجی افزایش یافته و همچنین طول زمان عملیات انحلال نیز افزایش می‌یابد. در مورد دبی پاشش اسید با افزایش این پارامتر زمان رسیدن محلول به پایین بستر و خروج محلول از بستر کاهش یافته و در نتیجه عیار مس خروجی نیز کاهش می‌یابد، لذا محلول خارج شده از بستر دارای غلظت کمتری نسبت به مدت مشابه قبلی بوده است و مقدار بیشینه عیار مس در محلول خروجی نیز کاهش می‌یابد و همچنین با افزایش غلظت اسید، عیار مس در محلول خروجی به شدت افزایش یافته و طول

افزایش یافته و همچنین مدت زمان عملیات نیز افزایش می‌یابد.

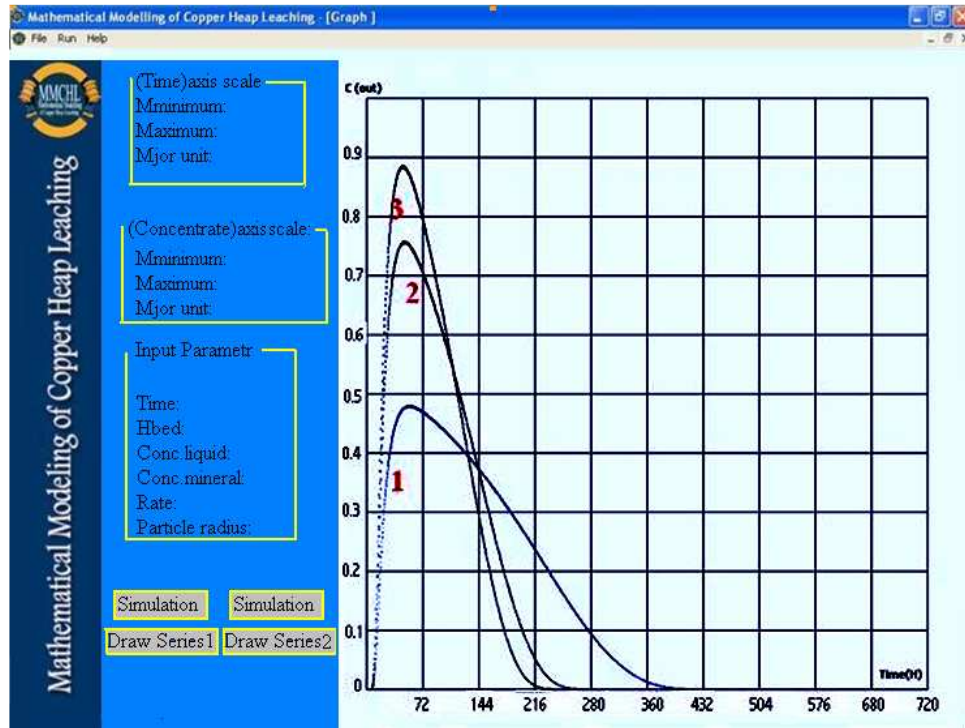
مدت عملیات برای استخراج مس نیز کاهش می‌یابد و با افزایش عیار مس در ورودی مقدار مس در محلول خروجی



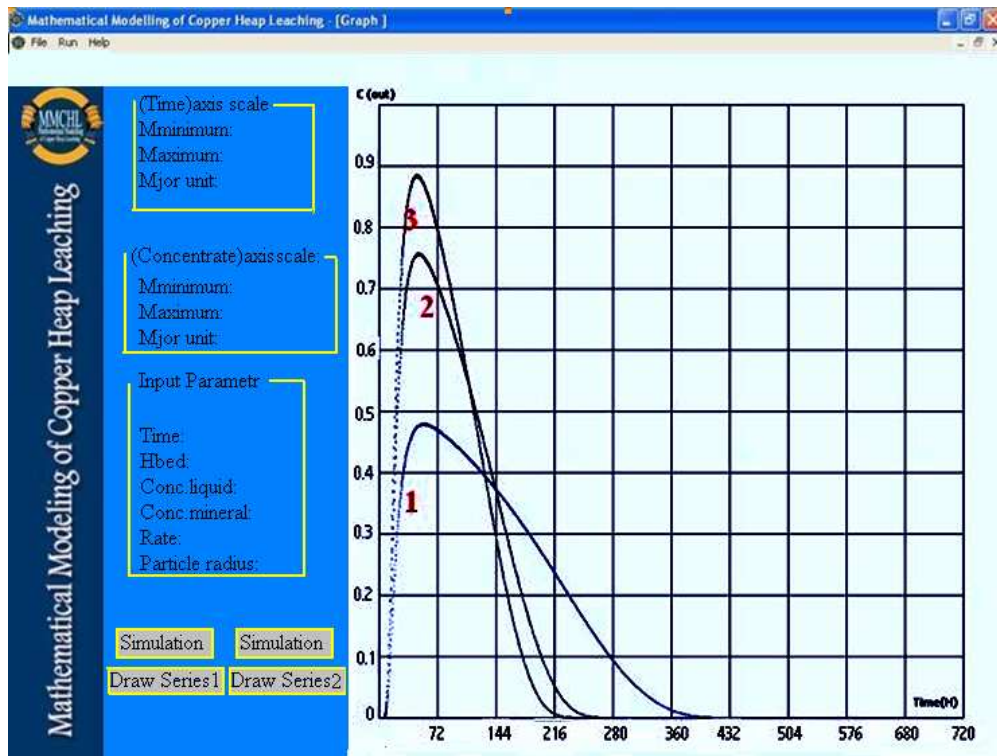
شکل ۷: تاثیر ارتفاع بستر بر غلظت مس خروجی (شکل ۲، ۱ و ۳ به ترتیب ۱۴، ۲۸ و ۴۲ سانتی‌متر)



شکل ۸: تاثیر عیار مس در خوراک بر غلظت مس خروجی (شکل ۲، ۱ و ۳ به ترتیب ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۵ گرم بر لیتر)



شکل ۹: تاثیر غلظت اسید ورودی (شکل ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۰.۱، ۲۰ و ۳۰ گرم برلیتر)



شکل ۱۰: تاثیر دبی پاشش (شکل ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۰.۷، ۱۵ و ۲۰ لیتر بر مترمربع بر ساعت)

منابع

فیزیکی ثابت در بستری متشکل از ذرات کروی و متخلخل خاک معدن"; رساله دکتری، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

[۷] رحمانی، مجید؛ ۱۳۸۳؛ "بهبود سازی عوامل موثر بر فروشویی توده ای معدن مس سرچشمه"; پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس.

[۸] فرزنانگان، اکبر؛ ۱۳۷۹؛ "کنترل و مدل سازی فرایندهای فرآوری مواد معدنی"; انتشارات دانشگاه کاشان.

[۹] کارشناسان پایگاه ملی داده‌های علوم زمین کشور؛ ۱۳۸۲؛ "گزارش عملکرد کارخانه های مس سرچشمه"; پایگاه ملی داده‌های علوم زمین کشور.

[10] Bartlett R.W; 1997; "*Metal Extraction from ore by Heap Leaching*"; Metallurgical and Material Transaction B, Vol. 28B; pp.529-545.

[11] Milly P.C.D; 1994; "*Advanced in Modeling of water in the Unsaturated Zone*"; Ground Water Flow and Quality Modeling, pp.448-451.

[۱] حبشی، فتحی؛ ۱۳۸۰؛ "هیدرومتالورژی"، کتاب مرجع درسی؛ ترجمه دکتر عبدالهی، دکتر شفائی؛ انتشارات دانشگاه شاهرود.

[2] Roman, R.J, Benner, B.R; 1997; "*Diffusion model for heap leaching and its application to scale-up*", Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME, pp.247-256.

[3] Cathles, L.M, Apps, J.A; 1975; "*A model of the dump leaching process that incorporates oxygen balance, heat balance, and air convection*"; Metallurgical Transaction B, 6B, pp.617-624.

[4] H.M.Lizama, J.R.Harlamovs, D.J.McKay, Z.Dai; 2005; "*Heap leaching kinetics is proportional to the irrigation rate divided by heap height*"; minerals engineering; Vol. 18, No. 6, pp 623-630.

[5] Mousavi S.M, Jafari A; 2006; "*Computer simulation of fluid motion in a porous bed using a volume of fluid method: application in heap leaching*"; minerals engineering; Vol. 19, No. 10, pp 1077-1083.

[۶] شیخ زاده، نوش آبادی؛ قنبر علی؛ ۱۳۸۲؛ "مدلسازی دینامیکی حرکت سیال توام با واکنش شیمیایی با خواص

پی‌نوشت‌ها

¹ Roman

² Cathles

³ Mathematical Modeling Cooper Heap Leaching