

مدل سازی انتشار ترک انشعابی زیرنافذهای کند در سنگ با استفاده از روش المان مرزی نامحدود

نرگس سادات طیرانی^۱، محمد فاتحی مرچی^{۲*}

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

۲- دانشیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد، mfatehi@yazd.ac.ir

(دریافت ۲۵ خرداد ۱۳۹۱، پذیرش ۱۰ بهمن ۱۳۹۲)

چکیده

امروزه استفاده از علم مکانیک شکست خطی سنگ برای تحلیل مسائل ترک، کاربرد وسیعی دارد. در این مقاله برای شبیه سازی انتشار ترک انشعابی تحت نفوذ ابزار کند در سنگ، از برنامه ناپیوستگی جابجایی DDM که براساس روش عددی المان مرزی غیر مستقیم می باشد همراه با معیار شکست حداکثر تنش مماسی در مجاورت نوک ترک (σ_{max}) استفاده شده است. در مدل سازی انجام شده، به منظور بالا بردن دقت و کاهش مقدار خطا در محاسبه ناپیوستگی جابجایی ها، در تمامی المان های مرزی از المان های مرتبه بالا (المان های کوادراتیک) کمک گرفته شده است، همچنین برای جلوگیری از خطای ناشی از تکینگی تنش و جابجایی در نزدیکی نوک ترک از المان مخصوص نوک ترک استفاده شده است. در این مدل سازی با انتخاب زوایای مناسب برای ترک انشعابی، مقدار فاکتور شدت تنش از مقدار بحرانی آن بیشتر شده و مقدار آن نسبت به حالتی که فقط ترک اصلی وجود دارد و ترک انشعابی در نظر گرفته نشده، حدود دو برابر افزایش می یابد. با مدل سازی انجام شده در این مقاله و انتخاب مناسب طول و زاویه ترک انشعابی برای گسترش ترک اصلی مقدار می توان گام مهمی در بهینه کردن صنعت حفاری و معدنکاری و بهبود طراحی ابزار و تجهیزات نفوذی برداشت.

کلمات کلیدی

المان مرزی، روش ناپیوستگی جابجایی، مکانیک شکست خطی سنگ، ترک انشعابی.

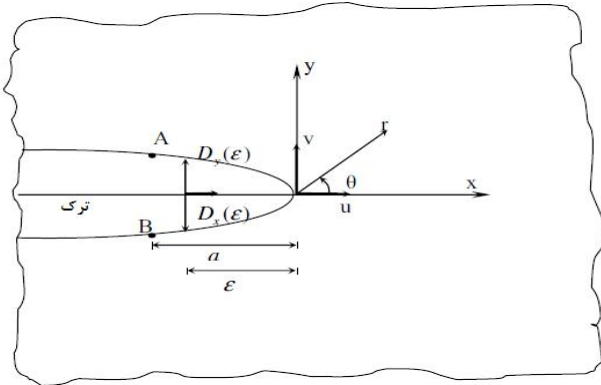
۱- مقدمه

در این مقاله به منظور تحلیل عددی مدل هندسی و مکانیکی مکانیسم انتشار ترک و به تبع آن ترک انشعایی تحت نفوذ نافذ کند، از روش المان‌های ناپیوستگی جابجایی با مرتبه بالا و فرض کرنش صفحه‌ای استفاده شده و شرایط بارگذاری، شبه استاتیکی در نظر گرفته شده است. در اغلب موارد بدلیل ترد و شکننده بودن سنگ از فرض مکانیک شکست الاستیک خطی استفاده شده است.

روش ناپیوستگی در جابجایی یکی از زیرمجموعه‌های روش المان مرزی غیرمستقیم است که در آن تنش‌ها و جابجایی‌ها روی مرز مسئله و داخل جسم بر حسب ناپیوستگی در جابجایی‌های محاسبه شده برای هر المان در طول مرز مسئله محاسبه می‌شوند. اگر پخش ناپیوستگی در جابجایی‌ها در طول المان ثابت نباشد و بطور خطی یا کوادراتیک تغییر کند آنگاه المان فوق، المان با مرتبه بالا نامیده می‌شود [۳،۴].

۲- المان‌های ویژه نوک ترک

به منظور افزایش دقت در محاسبه ناپیوستگی در جابجایی‌های قائم $D_y(\varepsilon)$ و برشی $D_x(\varepsilon)$ یا به طور کلی $\hat{u}_i(\varepsilon)$ می‌توان از یک یا چند المان مخصوص نوک ترک استفاده کرد. یک المان ویژه نوک ترک با طول $2a$ در شکل (۲) نشان داده شده است که برای آن متغیرهای ناپیوستگی جابجایی در طول المان بدست آورده شده است. ε فاصله از نوک ترک می‌باشد [۳].



شکل ۲. روش ناپیوستگی جابجایی برای المان ویژه نوک ترک [۳].

فاکتورهای تمرکز تنش K_I و K_{II} بر حسب ناپیوستگی جابجایی-های قائم و برشی و با استفاده از یک المان ویژه نوک ترک به-صورت زیر نوشته می‌شوند:

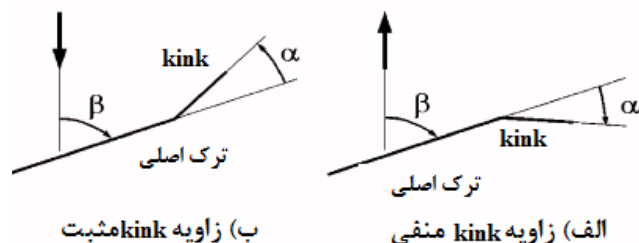
$$K_I = \frac{G_s}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{1}{2}} D_y(a) \quad ۱$$

$$K_{II} = \frac{G_s}{4(1-\nu)} \left(\frac{2\pi}{a} \right)^{\frac{1}{2}} D_x(a) \quad ۲$$

که در آن G_s مدول برشی سنگ است.

یکی از مسائل پیچیده مهندسی، برش سنگ و نفوذ ابزار مکانیکی در آن است که از دیرباز مورد توجه انسان بوده است. در پدیده نفوذ سنگ آنچه بیشتر از هر چیز مورد توجه قرار می‌گیرد، ایجاد و انتشار ترک‌هاست، چنانچه بخواهد مسئله ترک به طور مجزا و اختصاصی مورد بررسی قرار گیرد نیاز به تعریف جدیدی است که مکانیک شکست سنگ نامیده می‌شود. در شکست مکانیکی سنگ، به ویژه سنگ‌های متوسط تا سخت، زمانی که ابزار برش وارد سنگ می‌شود تکه‌هایی از آن را در ابعاد کوچک و بزرگ جدا کرده و همچنین موجب بوجود آمدن ترک‌های داخلی در سنگ می‌شود این فرایند بعنوان فرایند نفوذ سنگ بیان می‌شود. نافذ‌ها به دو دسته نافذهای تیز (مانند نافذ مخروطی) و نافذ کند (مانند نافذ کروی) تقسیم می‌شوند. بررسی این مسئله که آیا ترک داخلی ایجاد شده تحت نفوذ نافذ به طول b نیز می‌تواند با در نظر گرفتن طول مشخص Δb رشد کرده، به سطح عضو رسیده و تشکیل چپ‌های سنگی را بدهد، از اهمیت زیادی برخوردار است. در این صورت نیاز به تعریف جدیدی از ترک‌ها به نام ترک‌های انشعایی (ترک‌های انشعایی) است. مسئله ترک انشعایی، مربوط به موقعیت‌هایی است که در آنها ترک‌ها از صفحات اصلی‌شان خارج می‌شود و معمولاً تحت شرایط بارگذاری مد ترکیبی و برشی اتفاق می‌افتد. مطالعات آزمایشگاهی گسترده‌ای برای بررسی شکست مواد پلی کریستال انجام شده که نشان داد گسترش ترک در جهاتی متفاوت از صفحات اصلی است. اگر چه تحقیقات اندکی روی ترک‌های مد ترکیبی که تحت بار فشاری هستند، انجام شده اما اکثر این فعالیت‌ها در زمینه‌های مربوط به بتن، سنگ و ژئوفیزیک است [۱،۲].

شکل هندسی یک ترک انشعایی محدود که از نوک یک ترک شبیدار، گسترش یافته در یک صفحه نامحدود در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱. هندسه ترک انشعایی.

در این مقاله از یک المان ویژه نوک ترک استفاده شده است که این خود بطور قابل ملاحظه‌ای بر دقت محاسبات می‌افزاید.

۳- فاکتورهای شدت تنش و معیارهای رشد ترک

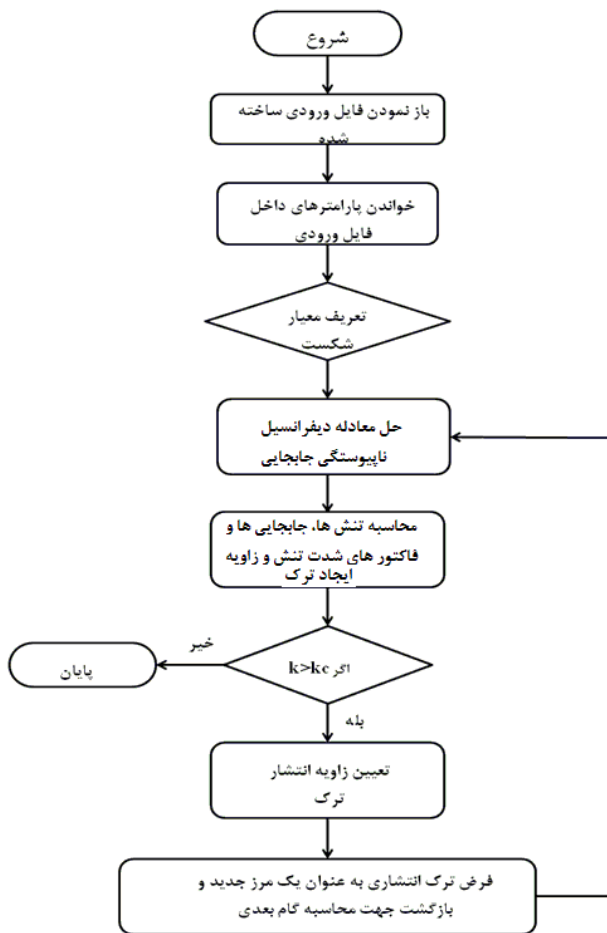
زمانی که برای تحلیل شکست از روش‌های عددی استفاده می‌شود، در کنار نوشتن معادلات سیستم، دو موضوع اصلی وجود دارد که این دو موضوع شامل ارزیابی فاکتورهای شدت تنش (SIF) و شبیه سازی رشد ترک است که اساس آن بر تعیین مدهای تغییر شکل شکست و معیارهای متفاوت رشد ترک است. در نظر گرفتن نحوه انتشار ترک‌ها در مدهای I (باز شدگی ترک) و II (برش مستقیم ترک) که بر اساس مفهوم فاکتور شدت تنش، K_I برای مود (باز شدگی) و K_{II} برای مود (برش مستقیم) می‌باشد، از معیارهای شکست ترکیبی مختلفی می‌توان استفاده کرد. این معیارهای شکست عبارتند از: الف) معیار σ (معیار حداکثر تنش مماسی در مجاورت نوک ترک)، ب) معیار G (حداکثر انرژی کرنشی آزاد شده) و ج) معیار S (معیار حداکثر دانسیته انرژی کرنشی آزاد شده) [۵].

– حل مسئله ترک لبه‌ای شیبدار در یک صفحه محدود در این پروژه از نرم افزار TDDQC برای حل عددی مسائل صفحه‌ای استفاده شده و فرمول‌های بکار رفته در این روش عددی فرمول‌های المان مرتبه بالای کوادراتیک است. در ابتدا مسئله ساده‌ای مانند مسئله ترک لبه‌ای شیبدار در یک صفحه محدود با روش عددی المان مرزی با المان‌های کوادراتیک حل شده است [۶]. نتایج بدست آمده از روش عددی با نتایج روش تحلیلی موجود، مقایسه شده تا صحت و دقت استفاده از روش ناپیوستگی جابجایی با مرتبه بالا و خصوصاً روش المان‌های کوادراتیک تأیید شود و سپس به استفاده از این نرم افزار برای حل مسائل ترک در نافذهای کند پرداخته شود. ترک لبه‌ای شیب دار با زاویه ۴۵ درجه در شکل (۴) نشان داده شده است. مدول الاستیسیته $E = 10GPa$ و ضریب پواسون $\nu = 0.1$ و $k_c = 1.8MPa\sqrt{m}$ می‌باشد. از ۱۲ المان بین مرزها و ۱۰ الماندر طول ترک و ۲ المان ویژه نوک ترک استفاده شده است.

۴- الگوریتم محاسبه انتشار ترک در نرم افزار

مانند هر زبان برنامه‌نویسی کامپیوتری، نوشتن الگوریتم مدل مورد نظر برای سهولت کار، امری ضروری است. الگوریتم کلی محاسباتی و تعیین شرایط بحرانی انتشار ترک در شکل (۳) نشان داده شده است. مراحل الگوریتم نوشته شده به شرح زیر است:

الف- مرحله اول خواندن داده‌های ورودی است، این اطلاعات باید برحسب نوع فرمت قابل قبول برای فرتن باشد. ب- مرحله بعدی الگوریتم، تعریف یک معیار شکست است، در این مدل‌سازی به علت این‌که در بیشتر مسائل مورد نظر، انتشار ترک‌ها در حالت بازشدگی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و همچنین به دلیل مطابقت بسیار خوب این معیار با شکست اجسام ترد از معیار شکست σ استفاده شده است. ج- در این مرحله بر اساس معیار شکست انتخاب شده D_x و D_y برای نوک ترک و المان‌های مرزی محاسبه می‌شود. د- در این قسمت الگوریتم، تنش‌ها و جابجایی‌ها و فاکتور شدت تنش محاسبه شده و جهت زاویه ایجاد ترک تعیین می‌شود. ه- در صورتی که k بدست آمده در مقایسه با k بحرانی سنگ موردنظر، کوچکتر باشد، عملیات به پایان می‌رسد، اما در صورتی که k بدست آمده در مقایسه با مقدار بحرانی آن بزرگتر باشد، زاویه انتشار ترک توسط نرم‌افزار تعیین شده و ترک انتشاری به‌عنوان یک مرز جدید انتخاب شده و دوباره به مرحله حل معادله ناپیوستگی جابجایی برگشت داده می‌شود.

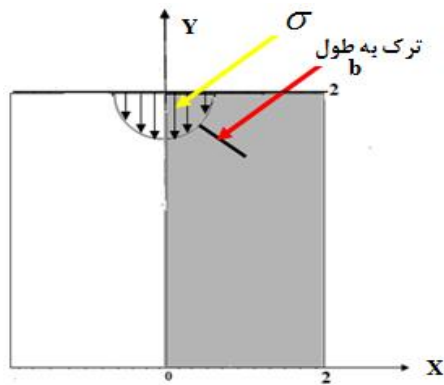


شکل ۳. الگوریتم محاسبه و تعیین شرایط بحرانی انتشار ترک در نرم افزار

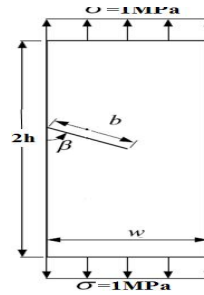
۶- مسائل انتشار ترک تحت نفوذ نافذ کروی همراه با

ترک متقارن شیبدار

برای حل مسأله انتشار ترک و به تبع آن ترک انشعایی تحت نفوذ نافذ کروی، یک صفحه الاستیک مربعی با ابعاد مشخص شده در شکل (۵) در حالت کرنش صفحه‌ای فرض می‌شود، این صفحه حاوی ۲ ترک با اندازه‌های مساوی $b=0.2m$ که در دو طرف نافذ قرار گرفته‌اند می‌باشد. صفحه تحت نیروی فشاری $\sigma = -5MPa$ قرار گرفته و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون صفحه به ترتیب $E=10GPa$ و $\nu=0.1$ در نظر گرفته شده است. شعاع نافذ کروی $R=10cm$ و مقدار بحرانی صلبیت سنگ موردنظر، $k_c = 2MPa\sqrt{m}$ است. زاویه β از محور x ها (افقی) در جهت عقربه‌های ساعت تغییر می‌کند. در این مسأله تقارن نسبت به محور y برقرار است، بنابراین تنها بخشی که با رنگ تیره مشخص شده، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای حل مسئله نفوذ در سنگ، سطوح آزاد مرزی هرکدام به ۲۰ المان تقسیم می‌شوند، تعداد ۱۰ المان در طول ترک در نظر گرفته شده و نافذ کند به ۱۰ المان تقسیم بندی می‌شود. از یک المان ویژه نوک ترک استفاده شده است. برای ترک با طول ۰/۲ متر و با در نظر گرفتن شرایط فرض شده، مقادیر k_1 و k_2 را در زوایای مختلف با استفاده از برنامه TDDQCR حاصل شده است [۴]، این مقادیر در جدول (۲) و شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل ۵. صفحه الاستیک فرضی با ترک خطی شیبدار متقارن



شکل ۴. ترک لبه‌ای شیبدار در یک فضای محدود

راه حل تحلیلی که برای محاسبه فاکتور شدت تنش برای ترک لبه ای در فضای محدود با شرایط $(W=5m, \frac{b}{W}=0.3, \frac{W}{h}=1)$ وجود دارد در فرمول‌های (۳) و (۴) خلاصه شده است [۶]:

$$k_1 = 0.884 \sigma \sqrt{(\pi b)} \quad ۳$$

$$k_{II} = 0.451 \sigma \sqrt{(\pi b)} \quad ۴$$

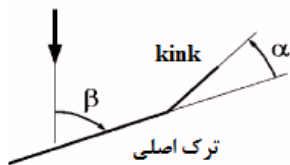
با در نظر گرفتن مقادیر بالا، k_1 و k_2 به ترتیب $1/92 MPa\sqrt{m}$ و $0/98 MPa\sqrt{m}$ بوده و در حالت نرمالیزه شده $\frac{k_1}{\sigma\sqrt{(\pi b)}}$ و $\frac{k_{II}}{\sigma\sqrt{(\pi b)}}$ به ترتیب $0/884$ و $0/451$ خواهند بود. اگر طول المان نوک ترک l و طول ترک b ، در نظر گرفته شود، مسئله برای مقادیر مختلف l/b حل شده است. نتایج بدست آمده با برنامه کامپیوتری TDDQCR که برای ترک لبه‌ای و براساس المان کوادراتیک نوشته شده با مقادیر تحلیلی مقایسه شده است. این نتایج در جدول (۱) نشان داده شده که دقت و تأثیر روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مقادیر عددی فاکتورهای شدت تنش برای نسبت‌های

مختلف نوک ترک به نصف طول ترک

l/b	$\frac{k_1}{\sigma\sqrt{(\pi b)}}$	$\frac{k_{II}}{\sigma\sqrt{(\pi b)}}$
	المان کوادراتیک	المان کوادراتیک
۰/۰۵	۰/۹۱۳	۰/۴۵۳
۰/۱	۰/۹۰۵	۰/۴۵۱
۰/۱۵	۰/۸۹۷	۰/۴۵۵
۰/۲۰	۰/۸۸۹	۰/۴۵۹
۰/۲۵	۰/۸۸۲	۰/۴۶۵
۰/۳۰	۰/۸۷۷	۰/۴۷۰

ترک اصلی $\frac{\Delta b}{b} = 0.0065$ انتخاب شده که این نسبت بهینه طبق تحقیقاتی که توسط استیف [۷]، در بررسی تأثیر طول ترک انشعابی انجام شد، بدست آمد، اگرچه می‌توان این نسبت بهینه را با استفاده از آزمون و خطا توسط برنامه TDDQCR نیز بدست آورد، هندسه فرضی ترک انشعابی در شکل (۷) نشان داده شده است. در این شکل زاویه β زاویه اولیه ترک است و زاویه α زاویه‌ای است که ترک انشعابی با این زاویه به سطح می‌رود. مقادیر k_1 و k_2 در زوایای 25, 35, 45 و 55 درجه برای ترک انشعابی با استفاده از برنامه بدست آمد که این مقادیر در جدول (۳) نشان داده شده است. همانگونه که مقادیر جدول نیز نشان می‌دهد که اگرچه در مقادیر k_2 تغییر چشمگیری حاصل نشده است اما مقادیر k_1 نسبت به حالتی که ترک انشعابی در نظر گرفته نشده بود، افزایش یافته است.

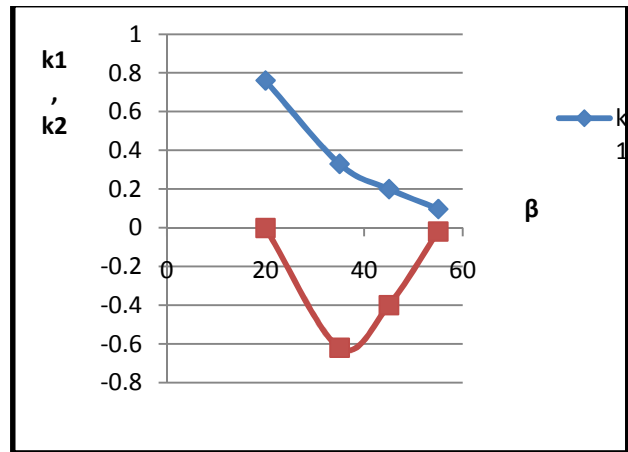


شکل ۷. هندسه فرضی ترک انشعابی

جدول ۳. زوایای انتخابی برای ترک انشعابی و k_1 مربوط به هر کدام

$\beta = 15^\circ$		
α	k_1 ($MPa\sqrt{m}$)	k_2 ($MPa\sqrt{m}$)
20	4.1	-0.0009
35	3.87	-0.0025
45	3.53	-0.0015
55	3.3	-0.001

همان‌طور که در بخش الگوریتم انتشار ترک بیان شد در صورتی که فاکتور شدت محاسباتی از مقدار بحرانی آن بیشتر شد، ترک گسترش یافته و امکان تشکیل چپ سنگی وجود دارد. مقدار k_1 زمانی که ترک انشعابی در نظر گرفته نمی‌شود،



شکل ۶. مقادیر فاکتور شدت تنش برای زوایای مختلف ترک

جدول ۲. مقادیر عددی فاکتور شدت تنش برای زوایای مختلف ترک

	k_1	k_2
20	0.76	-0.0015
35	0.33	-0.62
45	0.2	-0.4
55	0.097	-0.02

۶-۱. مدل‌سازی انتشار ترک انشعابی زیر نافذهای کند در سنگ

یک ترک اصلی با اضافه شدن طول مشخصی از ترک انشعابی و در زوایایی خاص می‌تواند به سمت سطح رفته و تشکیل چپ-های سنگی رابدهد، بررسی عددی این که با چه نسبتی از طول ترک انشعابی، ترک به سطح زمین رسیده و تشکیل چپ سنگی می‌دهد از اهمیت زیادی برخوردار است. در قسمت قبل مقادیر k_1 و k_2 برای ترک اصلی و بدون در نظر گرفتن طول ترک انشعابی بدست آمد، حال برای بررسی مسئله انتشار ترک انشعابی زیر نافذهای کند، از بین زوایای آزمایش شده در قسمت قبل زاویه شیب ۱۵ درجه انتخاب می‌شود، لذا طول ترک اولیه باتوجه به شرایط گفته شده در بالا ۰/۲ متر است که در ادامه آن ترک انشعابی با زاویه مشخص و در راستای ترک به سمت سطح می‌رود. نسبت انتخابی طول ترک انشعابی به

discontinuity method", PhD. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 1997.

[7] Steif, P (1984) "Crack extension under compressive loading". Engineering Fracture Mechanics, 20, 263-273

برای ترک اصلی به طول 0.2 متر با زاویه شیب 15 درجه $1/38 MPa\sqrt{m}$ است در صورتی که با در نظر گرفتن ترک انشعایی با فرضیات گفته شده در بالا و با توجه به مقادیر جدول (۲)، مقدار K_I حاصل در زوایای انتخابی افزایش یافته و مقدار آن از مقدار بحرانی آن K_{Ic} که $2 MPa\sqrt{m}$ است، بیشتر می شود، یعنی با این Δb و در این زوایا ترک به سطح زمین رسیده و تشکیل چپ سنگی می دهد.

۷- نتیجه گیری

- مکانیسم رشد ترک تحت نفوذ نافذهای کند، با فرض کرنش صفحه ای و شرایط بارگذاری شبه استاتیکی، با استفاده از روش ناپوستگی جابجایی با المان های مرتبه بالا (کوادراتیک) که بر اصول مکانیک شکست خطی اساس یافته است، در این مقاله تحلیل شده است.

- زمانی که فاکتور شدت تنش محاسباتی از مقدار بحرانی آن بیشتر شود، ترک گسترش یافته و امکان تشکیل چپ سنگی بوجود می آید، در این مقاله مقادیر k_1 ، برای ترک اصلی با طول مشخص و در زوایای مختلف بدست آمد، که مقدار k_1 هیچکدام از آنها از مقدار بحرانی بیشتر نشده است، در صورتی که با در نظر گرفتن ترک انشعایی با طول مشخصه و در برخی زوایای انتخابی مقدار فاکتور شدت تنش از مقدار K_{Ic} بیشتر شده و چپ سنگی تشکیل شد.

مراجع

[1] Fatehi Marji, M & Dehghani, I (2010) "Kinked crack analysis by a hybridized boundary element/boundary collocation method". International Journal of Solids and Structures 47, 922-933

[2] Hammouda, N.M.I., Fayed, S., Sallam, H. E.M (2003) "Stress intensity factors of a shortly kinked slant central crack with frictional surfaces in uniaxially loaded plates". International Journal of Fatigue, 25, 283-298

[3] Fatehi Marji, M., Hosseini nasab, H & Kohsary, A.H., "on the uses of special crack tip elements in numerical rock fracture mechanics". International Journal of Solids and Structures, 43, 1669-1692, 2006.

[۴] طیرانی، نرگس سادات. ۱۳۸۹؛ "مدل سازی عددی فرآیند نفوذ ابزار نفوذ در سنگ"، پایان نامه کارشناسی ارشد مکانیک سنگ، دانشگاه یزد

[5] Whittaker B. N., Singh R. N., and Sun G "Rock Fracture Mechanics", Principles, Design and Applications, Elsevier, Netherlands. 1992.

[6] Fatehi Marji M., "Modeling of cracks in rock fragmentation with a higher order displacement

