

Research article

DOI: 10.22034/IJME.2025.2055780.2039

OPEN ACCESS

Ventilation design of underground mines in incompressible model using new software (ventilation design: incompressible model)

Ebrahim Elahi Zeyni ^{1,*}, Farhang Sereshki ², Reza Kakaie ²

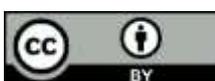
¹ Assistant Professor, Faculty of Mining Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Iran

² Professor, Faculty of Mining, Petroleum and Geophysics Engineering, Shahrood University of Technology, Iran

Article info	Abstract
<p>Received: 11 May 2025 Revised: 23 August 2025 Accepted: 21 September 2025</p> <p>Keywords Ventilation Incompressible Hardy Cross Newton-Raphson Software</p> <p>*Corresponding author Ebrahim Elahi Zeyni elahi@eng.usb.ac.ir</p>	<p>One of the ventilation design methods of underground mines is to use the incompressibility model. In the incompressibility model, several methods have been presented by different researchers for ventilation design in underground mines. Some of them are the Hardy Cross method and its correction models, such as the Wang model, the conflation model, the second conflation model, and the corrected Newtonian models. Also, the Newton-Raphson method and its correction models, such as the Wang model, the variable-directions model, and the no-derivative model. Using ventilation software is necessary to increase the accuracy and speed of calculations. Accordingly, numerous software have been presented in this field. The most common of them is Ventsim software. This software and other software always use a single standard method model. Accordingly, they couldn't enrich ventilation science by exploring different methods. Therefore, the new software Ventilation Design: Incompressible Model was presented in this article, which is capable of analyzing 12 different Hardy-Cross and Newton-Raphson methods. Validation of this new software was conducted using two hypothetical models and one case study. The results of this validation confirm the correct functioning of the new Ventilation Design: Incompressible Model software.</p>

How to cite this article

Elahi Zeyni, E., Sereshki, F., Kakaie, R., 2025, Ventilation design of underground mines in incompressible model using new software (ventilation design: incompressible model). *Journal of Mining Engineering*, 20(2): 53-70. (in Persian with English Abstract)
<https://doi.org/10.22034/ijme.2025.2055780.2039>



©2025 The author(s). Published by [Iranian Society of Mining Engineering](#).

This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

EXTENDED ABSTRACT

1. Introduction

Some researchers in underground mine ventilation believe that if the mining depth is less than 500 meters relative to the highest topographic level, the air in these mines' ventilation systems can be treated as an incompressible fluid. The design of underground mine ventilation in the incompressible model has been presented to various methods such as the Hardy-Cross method [1] and its modified models [2-3], and [5-13], the Newton-Raphson method and its modified models [2], [4], [5], [7], the critical path [14], the linear method [15], and nonlinear programming [20]. Each of the above methods can be performed manually or by computer, but to increase the accuracy and speed of ventilation calculations, it is better to use a computer. Accordingly, the computer method is preferable to the manual method. The most common method of mine ventilation design among computer ventilation designers is the use of various Hardy-Cross and Newton-Raphson methods. This article will refer to 12 Hardy-Cross methods and 3 Newton-Raphson methods, each with its own specific equations. Several software programs, such as MINVENT, AVENT, VNETPC, and VENTSIM, are based on the Hardy-Cross equation, with VENTSIM being the most common. But so far, no software can define most ventilation design methods in mines using the incompressibility model.

2. Methodology

In this article, a new software, Ventilation Design: Incompressible Model, was introduced for ventilation design in underground mines. The ventilation design in this new software is based on methods such as the Hardy-Cross and Newton-Raphson methods, along with their corrected models. Some of them are Hardy Cross correction models, such as the Wang model, the conflation model, the second conflation model, and the corrected Newtonian models. Also, some of them are correction models based on the Newton-Raphson method, such as the Wang model, the variable-direction model, and the derivative-free model.

3. Findings and argument

The primary purpose of this paper is to present new ventilation software, named Ventilation Design: Incompressible Model. The main view of this new software is shown in Figure 1; the other views are shown in Figures 2 to 10.



Figure 1. The main view of Ventilation Design: Incompressible Model

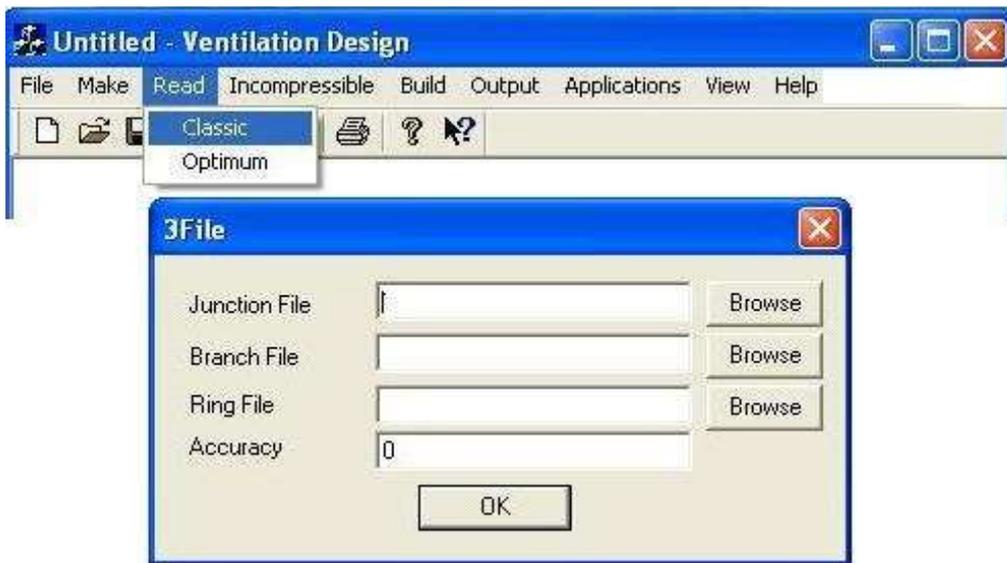


Figure 2. The Read-Classic command functionality

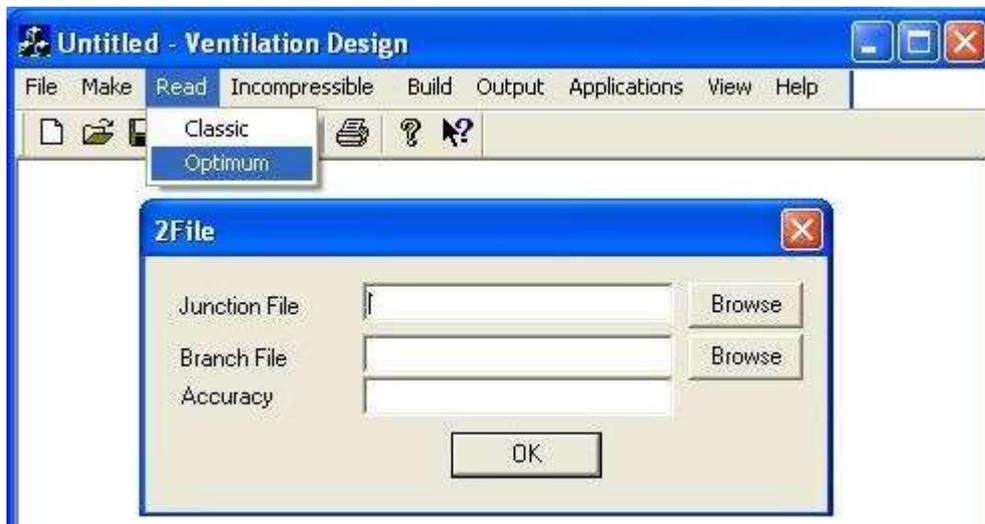


Figure 3. The Read-Optimum command functionality



Figure 4. The Incompressible-Classic-Hardy Cross command functionality

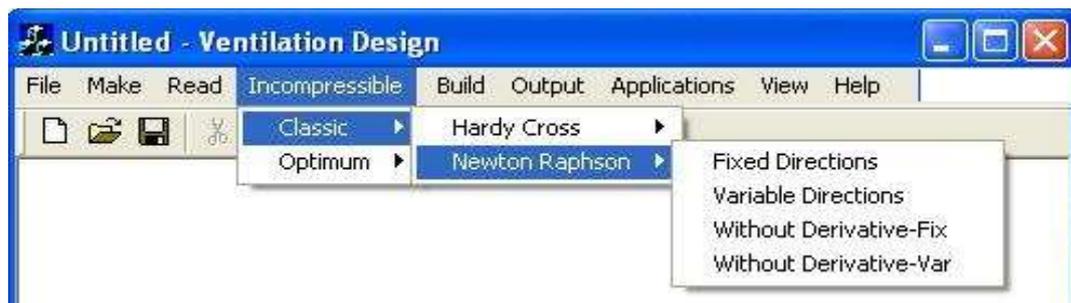


Figure 5. The Incompressible-Classic-Newton Raphson command functionality



Figure 6. The Incompressible-Optimum-Newton Raphson command functionality



Figure 7. The Build-Run command functionality

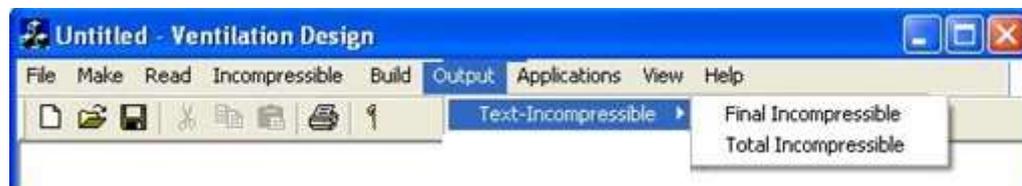


Figure 8. The Output command functionality

4. Conclusions

For mine ventilation design, the compressibility model was defined using the Hardy-Cross method and its modified models, such as the Wang model, combination models, and Newtonian models. Also, the Newton-Raphson method and its variants, such as the Wang, variable-direction, and derivative-free models, can be used for ventilation design.

Using a computer to increase the accuracy and speed of ventilation calculations is necessary. Accordingly, several software have been developed in this field; the most common is Vensim. But this software and other software always solve a model of computer methods. Therefore, to solve this disadvantage, the Ventilation Design: Incompressible Model software was introduced in this article.

The ventilation design software, Incompressible Model, was coded in Visual C++ and can design underground mine ventilation using 12 different models from the Hardy-Cross and Newton-Raphson methods.

To validate the results of the Ventilation Design: Incompressible Model software, two manual and computer methods were used in two hypothetical models and a case study (West Razmja Mine).

According to the information in Tables 1 to 4 and Figures 10 and 11, it is shown that the results obtained from the hypothetical model for manual methods such as the modified Wang model of Hardy-Cross method, the second combination model of the Hardy-Cross method, the Newton-Raphson method without derivative model, and the modified 16th-order Newtonian model of Hardy-Cross method with Ventsim software and Ventilation Design: Incompressible Model software have presented completely same results. Also, according to the information in Figures 15 and 16, the results obtained from the case study model (Western Razmja Mine) using Ventsim software and Ventilation Design: Incompressible Model software are identical. Therefore, these validations confirm the correct functioning of the Ventilation Design: Incompressible Model software.

5. References

- [1] Cross, H.; 1936; "Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors". Bulletin 286, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, 29 pp.
- [2] Elahi, E. (2014). "The Principles of Designing Ventilation in Mines". Tehran: Publication of JIHAD, Amirkabir University. (In Persian).
- [3] Elahi, E. (2019). "Extension of Newton-Raphson Method with Variable Directions in Ventilation Network Analysis of Underground Excavations". Tunneling & Underground Space Engineering. 8(1):15-30. (In Persian).
- [4] Elahi Zeyni, E., Sereshki, F., and Khaloo Kakaie, R. (2019). "A Proposed Model to Modify the Newton-Raphson Method in Analyzing Ventilation Networks". Journal of Mineral Resources Engineering, 4(4), 17-34. (In Persian).
- [5] Elahi Zeyni, E. (2020). "Presentation of a Mathematical Model for Ventilation Network Analysis of Mines". Ph.D thesis, Shahrood University of Technology. (In Persian).
- [6] Elahi Zeyni, E., Sereshki, F., and Khaloo Kakaie, R. (2021). "Fastest Modified Model of Hardy Cross Method for Ventilation Network Analysis of Mines (Second Conflation Model)". International Journal of Mining and Geo-Engineering, 55(2), 133-143.
- [7] Madani, H. (2003). "Mines Ventilation". Vol. 2, Tehran: Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic) Press. (In Persian).
- [8] Madani, H. (2006). "Mines Ventilation". Tehran: Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic) Press. (In Persian).
- [9] McPherson, Malcolm, J., 1993. "Subsurface Ventilation and Environmental Engineering". Champan & Hall.
- [10] Moosavian, N.; Jaefarzadeh, M.R.; 2014; "Hydraulic analysis of water distribution network using shuffled complex evolution", Journal of Fluids, 2014, 1-12.
- [11] Moosavian, N.; Jaefarzadeh, M.R.; 2014; "Hydraulic Analysis of Water Supply Networks Using a Modified Hardy Cross Method", International Journal of Engineering, 27: (9), 1331-1338.
- [12] Wang, Y. J., 1982; "Ventilation Network Theory, Mine Ventilation and Air Conditioning", 2nd ed., H. L. Hartman (Ed.), Wiley-Interscience, NY, 167-195.
- [13] Wang, Y.J.; 1989; "A Procedure for Solving A More Generalized System of Mine Ventilation Network Equations", Proceedings of the 4th US. Mine Ventilation Symposium, SME, Littleton, Co., pp. 419-424.
- [14] Wang, Y.J.; 1982; "Critical Path Approach to Mine Ventilation Networks with Controlled Flow", Trans. SME-AIME, 272, 1862-72.
- [15] Wang, Y.J.; 1984; "A Non-Linear Programming Formulation for Mine Ventilation Networks with Natural Splitting", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 21: (1), 42-3-45.



OPEN ACCESS

DOI: 10.22034/IJME.2025.2055780.2039

مقاله پژوهشی

طراحی تهویه معادن زیرزمینی در مدل تراکم‌ناپذیری با استفاده از نرم‌افزار جدید (Ventilation Design: Incompressible Model)

ابراهیم الهی زینی^{۱*}، فرهنگ سرشکی^۲، رضا کاکایی^۲

^۱ استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشگاه سیستان و بلوچستان، ایران

^۲ استاد، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، ایران

اطلاعات مقاله	چکیده
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۲۱	یکی از روش‌های طراحی تهویه معادن زیرزمینی استفاده از مدل تراکم‌ناپذیری است. در مدل تراکم‌ناپذیری روش‌های متعددی توسط محققین مختلف برای طراحی تهویه معادن زیرزمینی ارائه شده است که برخی از آن‌ها روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح شده آن از قبیل مدل ونگ، مدل تلفیقی، دومین مدل تلفیقی و مدل‌های نیوتنی است. همچنین روش نیوتن-رافسون و مدل‌های اصلاح شده آن از قبیل مدل ونگ، مدل جهت‌های متغیر و مدل بدون مشتق نام برد. استفاده از نرم‌افزار تهویه برای افزایش دقت و سرعت انجام محاسبات آن امری لازم و ضروری است. بر این اساس نرم‌افزارهای متعددی در این زمینه ارائه شده که رایج‌ترین آن‌ها نرم‌افزار Ventsim است. این نرم‌افزار و سایر نرم‌افزارهای دیگر همواره یک مدل از روش‌های رایج را حل کرده بر این اساس محققین علم تهویه را از نظر تعدد و تکثر روش‌های مختلف نمی‌توانند اغنا نمایند. بنابراین نرم‌افزار جدید Ventilation Design: Incompressible Model در این مقاله ارائه شد که قادر است ۱۲ روش مختلف از روش‌های هاردی کراس و نیوتن-رافسون را مورد تحلیل قرار دهد. اعتبارسنجی این نرم‌افزار جدید در دو مدل فرضی و مطالعه موردی انجام شد و نتایج این اعتبارسنجی تایید کاملی بر عملکرد صحیح نرم‌افزار جدید Ventilation Design: Incompressible Model است.
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۶/۰۱	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۳۰	
واژه‌های کلیدی تهویه تراکم‌ناپذیر هاردی کراس نیوتن-رافسون نرم‌افزار	
*نویسنده مسئول ابراهیم الهی زینی alahi@eng.usb.ac.ir	

استناد به این مقاله:

الهی زینی، ابراهیم؛ سرشکی، فرهنگ؛ کاکایی، رضا؛ ۱۴۰۴. طراحی تهویه معادن زیرزمینی در مدل تراکم‌ناپذیری با استفاده از نرم‌افزار جدید (Ventilation Design: Incompressible Model). نشریه مهندسی معدن. ۲۰(۲): ۵۳-۷۰.

<https://doi.org/10.22034/ijme.2025.2055780.2039>

۱- مقدمه

تهویه معادن زیرزمینی از نظر ایمنی و حفظ جان پرسنل معدن، امری لازم و ضروری است. بر این اساس تهویه این گونه از معادن می‌تواند در مدل‌هایی همچون تهویه طبیعی، تهویه مصنوعی یا ترکیبی از هر دو اجرایی شود. برای طراحی تهویه معادن زیرزمینی نیاز به نقشه عملیاتی معدن است. سپس براساس مفاهیم بنیادی اصول تهویه همچون گره، شاخه، مقاومت شاخه، مقاومت کل شبکه، شدت جریان شاخه، شدت جریان کل شبکه، افت فشار شاخه، افت فشار کل شبکه، تعدیل شبکه و توان بادبزنی اصلی شبکه برآورد می‌شود. برای برآورد مفاهیم بنیادی شبکه تهویه معادن زیرزمینی می‌توان از دو روش دستی و رایانه‌ای استفاده کرد. در کشور ما، طراحی تهویه معادن زیرزمینی طبق نشریه شماره ۳۵۰ نظام مهندسی معدن کشور ایران تحت عنوان "مقررات تهویه معدن" در مدل تراکم‌ناپذیری سیال هوا تعریف شده است [۲] و [۶-۹].

برخی از محققین در تهویه معدن کاری زیرزمینی معتقدند اگر عمق معدن کاری نسبت به بالاترین خط تراز توپوگرافی آن کمتر از ۵۰۰ متر باشد می‌توان سیال هوا در تهویه این معادن را از نوع سیال تراکم‌ناپذیر فرض کرد. طراحی تهویه معادن زیرزمینی در مدل تراکم‌ناپذیری به روش‌های مختلفی همچون روش هاردی کراس [۱۲] و مدل‌های اصلاح شده آن [۱-۳] و [۱۱-۱۸]، روش نیوتن-رافسون [۲] و مدل‌های اصلاح شده آن [۴-۶] و [۱۰]، مسیر بحرانی [۱۹]، روش خطی [۸] و برنامه‌ریزی غیرخطی [۲۰] اشاره کرد. هریک از روش‌های فوق را می‌توان به دو روش دستی و رایانه‌ای انجام داد اما برای افزایش دقت و سرعت انجام محاسبات علم تهویه بهتر است از رایانه استفاده شود. بر این اساس روش رایانه‌ای ارجحیت بر روش دستی دارد. رایج‌ترین روش طراحی تهویه معادن بین طراحان تهویه به روش رایانه‌ای استفاده از انواع روش‌های هاردی کراس و نیوتن-رافسون است. در این مقاله به ۱۲ روش مختلف هاردی کراس و سه روش مختلف نیوتن-رافسون اشاره خواهد شد که هر یک از آن‌ها از معادلات خاص خود تبعیت می‌کنند. نرم‌افزارهای متعددی همچون MINVENT, AVENT, VNETPC, VENTSIM براساس معادله هاردی کراس تعریف شده‌اند که رایج‌ترین آن‌ها نرم‌افزار VENTSIM است. اما تا کنون نرم‌افزاری که بتواند اکثر روش‌های طراحی تهویه در معادن را از نظر مدل تراکم‌ناپذیری در خود تعریف کرده باشد و جویندگان علم تهویه را از نظر تکرار و تعدد روش‌های مختلف اغنا کند وجود نداشته یا ارائه نشده

است. بر این اساس نویسندگان مقاله بر خود لازم دانستند که این خلاء علمی را با انتخاب یک زبان برنامه‌نویسی و تهیه یک نرم‌افزار جدید تهویه تاحدی تکمیل نمایند.

۲- مروری بر مهم‌ترین روش‌های مدل تراکم‌ناپذیری

۲-۱- روش هاردی کراس

این روش در سال ۱۹۳۶ توسط هاردی کراس طبق معادلات ۱ و ۲ برای تحلیل شبکه‌های آب مطرح شد [۱۲].

$$\Delta Q_j = -\frac{\sum \pm \Delta P_i}{2 \sum R_i Q_i} = -\frac{\sum \pm R_i Q_i^2}{2 \sum R_i Q_i} \quad (1)$$

$$Q'_i = Q_i + \sum \pm \Delta Q_j \quad (2)$$

ΔQ_j : خطای شدت جریان هر حلقه (متر مکعب بر ثانیه)

ΔP_i : افت فشار هر شاخه (میلیمتر آب)

Q_i : شدت جریان اولیه هر شاخه (متر مکعب بر ثانیه)

R_i : مقاومت کار معدنی هر شاخه (کیلومورگ)

Q'_i : شدت جریان ثانویه هر شاخه (متر مکعب بر ثانیه)

۲-۲- روش هاردی کراس اصلاح شده ونگ

این روش در سال ۱۹۸۲ توسط ونگ طبق معادلات ۳ و ۲ برای تحلیل شبکه‌های تهویه معادن مطرح شد [۲]، [۸] و [۱۷].

$$\Delta Q_j = -\frac{\sum_{i=1}^{i=n} b_{ki} (R_i |Q_i| Q_i - P_{ni} - P_{Fi})}{2 \sum_{i=1}^{i=n} b_{ki}^2 R_i |Q_i|} \quad (3)$$

b_{ki} : عنصر ماتریس بنیادی حلقه

P_{ni} : فشار تهویه طبیعی در هر شاخه

P_{Fi} : فشار فن در هر شاخه

۲-۳- روش مدل تلفیقی هاردی کراس

این روش در سال ۱۳۹۳ توسط الهی برای همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی روش هاردی کراس و ونگ مطرح شد. در این مدل اصلاح شده برخلاف روش هاردی کراس و ونگ ابتدا مقدار خطای شدت جریان اولین حلقه برآورد شده و تاثیر آن بر شبکه تهویه محاسبه می‌شود سپس به ترتیب مقدار خطا و تاثیر سایر حلقه‌ها بر روی شبکه تهویه به صورت جدا از هم محاسبه و تصحیح می‌شوند [۳].

۲-۴- روش دومین مدل تلفیقی هاردی کراس

این روش در سال ۲۰۲۱ توسط الهی برای همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی روش تلفیقی هاردی کراس مطرح شد. در این مدل اصلاح شده اولاً شاخه‌های مشترک و غیرمشترک برای هر حلقه شناسایی شده و ثانیاً حلقه‌های مستقل و وابسته را در شبکه تهویه یافته و سپس طبق معادلات ۴ و ۵ شدت جریان هر یک از شاخه‌های شبکه تهویه معدن تصحیح می‌شوند [۱۳].

$$\Delta Q_j = - \frac{\sum \pm R_i Q_i^2 - \sum (P_{i-Fan} + P_{i-Natural})}{2 \sum R_i Q_i} \quad (4)$$

(برای جهت‌های متغیر)

$$\Delta Q_j = - \frac{\sum \pm R_i |Q_i| Q_i - \sum (P_{i-Fan} + P_{i-Natural})}{2 \sum R_i |Q_i|} \quad (5)$$

(برای جهت‌های ثابت)

۲-۶- روش اصلاح شده مرتبه سوم نیوتنی هاردی

کراس

این روش در سال ۲۰۲۱ توسط الهی برای همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی روش مرتبه سوم نیوتنی هاردی کراس برای تحلیل شبکه تهویه معادن طبق معادلات ۱۱ تا ۱۵ مطرح شد [۱۳].

$$M_1 = |M_{31}| D_{11}^{(t)} M \quad (11)$$

$$M_2 = M_{31} A_{11}^{(t)} Q^{(t)} - M_{31} (P_{Fan} + P_{Natural}) \quad (12)$$

$$y^{(t)} = Q^{(t)} - M_{13} \frac{M_2}{M_1} \quad (13)$$

$$M_3 = M_{31} A_{11}^{(t)} y^{(t)} - M_{31} (P_{Fan} + P_{Natural}) \quad (14)$$

$$Q^{(t+1)} = Q^{(t)} - M_{13} \frac{M_2 + M_3}{M_1} \quad (15)$$

۲-۵- روش اصلاح شده نیوتنی هاردی کراس

این روش در سال ۲۰۲۱ توسط الهی برای همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی روش نیوتنی هاردی کراس برای تحلیل شبکه تهویه معادن طبق معادلات ۶ تا ۱۰ مطرح شد [۱۳].

$$\Delta Q^{(t)} = - \frac{M_{31} A_{11}^{(t)} Q^{(t)} - M_{31} (P_{Fan} + P_{Natural})}{|M_{31}| D_{11}^{(t)} \times M} \quad (6)$$

$$M_{ij}(k,L) = \begin{cases} +1 & \text{if the flow of pipe k in loop L is clockwise} \\ 0 & \text{if pipe k is not in loop L} \\ -1 & \text{if the flow of pipe k in loop L is counterclockwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} R_1 |Q_1|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 |Q_2|^{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{NP} |Q_{NP}|^{n-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} nR_1 |Q_1|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & nR_{NP} |Q_{NP}|^{n-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$Q^{(t+1)} = Q^{(t)} + M_{13} \Delta Q^{(t)} \quad (10)$$

۲-۷- روش اصلاح شده مرتبه شانزدهم نیوتنی هاردی

کراس

این روش در سال ۲۰۲۱ توسط الهی برای همگرایی سریع‌تر به جواب نهایی روش مرتبه شانزدهم نیوتنی هاردی کراس برای تحلیل شبکه تهویه معادن طبق معادلات ۱۱ تا ۱۴ و ۱۶ تا ۲۱ مطرح شد [۱۳].

$$z^{(t)} = y^{(t)} - M_{13} \left(\frac{M_3(2M_2 - M_3)/(2M_2 - 5M_3)}{M_1} \right) \quad (16)$$

$$M_4 = |M_{31}| D_{11}^{(t)} M \quad (17)$$

$$M_5 = M_{31} A_{11}^{(t)} z^{(t)} - M_{31} (P_{Fan} + P_{Natural}) \quad (18)$$

$$x^{(t)} = z^{(t)} - M_{13} \frac{M_5}{M_4} \quad (19)$$

$$M_6 = M_{31} A_{11}^{(t)} x^{(t)} - M_{31} (P_{Fan} + P_{Natural}) \quad (20)$$

$$Q^{(t+1)} = x^{(t)} - M_{13} \left(\frac{M_6(2M_5 - M_6)/(2M_5 - 5M_6)}{M_4} \right) \quad (21)$$

۲-۸- روش نیوتن-رافسون

یکی از تکنیک‌های ریاضی برای حل معادلات غیرخطی استفاده از روش نیوتن-رافسون است. استفاده از این تکنیک برای تحلیل شبکه تهویه معادن توسط ونگ در سال ۱۹۸۹ مطرح شد و یکی از معادلات مهم ایشان برای حل شبکه تهویه معادن در معادله ۲۲ گزارش شده است [۲]، [۸]، [۱۰] و [۱۸].

۲-۹- روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر

این روش در سال ۱۳۹۸ توسط الهی برای همگرایی به جواب نهایی روش نیوتن-رافسون مدل ونگ ارائه شد زیرا در برخی از مدل‌های شبکه تهویه استفاده از روش نیوتن-رافسون مدل ونگ که سبب تولید شدت جریان منفی شده قادر به یافتن جواب نهایی نبوده و معادله ۲۲ به جای همگرایی دچار واگرایی شده بر این اساس روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر مطرح شد [۴].

۲-۱۰- روش نیوتن-رافسون بدون مشتق

این روش در سال ۱۳۹۸ توسط الهی برای افزایش سرعت انجام محاسبات روش نیوتن-رافسون با جهت‌های متغیر و حذف مشتقات متوالی مطرح شد. معادلات اصلی این روش در معادلات ۲۳ تا ۲۵ گزارش شده است [۵].

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \dots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix}^{-1} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^n - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^n$$

$$P_k = \sum \pm R_i |Q_i| (Q_i + \sum \pm \Delta Q_j) - \sum (P_{Fi} + P_{Ni}) = 0 \quad (23)$$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n + \sum \pm \Delta Q_j \quad (24)$$

$$Q_i^{(n+1)} = 0.5 (Q_i^n + Q_i^{n+1}) \quad (25)$$

افت فشار هر حلقه P_k

۳- معرفی نرم‌افزار جدید تهویه

همچنان که از پیش بیان شد تا کنون نرم‌افزار تهویه‌ای که بتواند اکثر روش‌های هاردی کراس و نیوتن-رافسون را برای تحلیل شبکه تهویه معادن از نظر مدل تراکم‌ناپذیری در خود تعریف

کرده باشد وجود نداشته یا ارائه نشده است. بر این اساس در این مقاله نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model ارائه می‌شود. این برنامه تحت ویندوز به زبان C++ کدنویسی شد و پنجره اصلی این نرم‌افزار در شکل ۱ نمایش یافته که از دستورات متعدد ذیل برخوردار است:

الف- دستور File

این دستور برای ایجاد فایل جدید (New)، بازکردن فایل‌ها (Open)، ذخیره کردن فایل‌ها (Save, Save as)، چاپ اطلاعات (Print) و دستور خروج از برنامه (Exit) تعریف شده است.

ب- دستور Make

این دستور برای ایجاد فایل متنی در محیط Notepad استفاده می‌شود.

ج- دستور Read

عملکرد این دستور در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده که از این دستور برای خواندن فایل‌های متنی در دو مدل کلاسیک (Classic) و اپتیموم (Optimum) استفاده می‌شود. در مدل کلاسیک نیاز به ساخت سه فایل متنی مختلف همچون فایل (Junction File)، فایل شاخه (Branch File) و فایل حلقه (Ring File) است. برای کاهش حجم داده‌های ورودی توسط کاربر به برنامه مذکور، مدل اپتیموم نیز طراحی شده است. در مدل اپتیموم نیاز به ساخت دو فایل متنی مختلف همچون فایل (Junction File) و فایل شاخه است. در پایان نیز دقت انجام محاسبات ریاضی (Accuracy) تعریف شده است.

د- دستور Incompressible

عملکرد این دستور در شکل‌های ۴ تا ۶ نشان داده شده که از این دستور برای طراحی تهویه معادن در مدل تراکم‌ناپذیری سیال هوا در دو مدل کلاسیک و اپتیموم استفاده می‌شود. در مدل کلاسیک مطابق شکل ۴ و ۵ برای روش هاردی کراس ۸ مدل مختلف و برای روش نیوتن-رافسون ۴ مدل مختلف تعریف شده است. اما مطابق شکل ۶ در مدل اپتیموم فقط روش نیوتن-رافسون بدون مشتق به عنوان سریع‌ترین و بهترین روش برای طراحی تهویه معادن تعریف شده است.

ه- دستور Build

عملکرد این دستور در شکل ۷ نشان داده شده که از این دستور برای اجرای انواع روش‌های تراکم‌ناپذیری سیال هوا برای طراحی تهویه معادن تعریف شده است.

و- دستور Output

شده ونگ، دومین مدل تلفیقی هاردی کراس، اصلاح شده مرتبه شانزدهم نیوتنی هاردی کراس و نیوتن-رافسون بدون مشتق انتخاب شد اما در روش رایانه‌ای از نرم‌افزار معروف تهویه در معادن همچون نرم‌افزار Ventsim استفاده شد. همچنین برای این اعتبارسنجی از دو شبکه تهویه فرضی و مطالعه واقعی استفاده شده که نتایج آن‌ها به شرح ذیل گزارش می‌شوند:

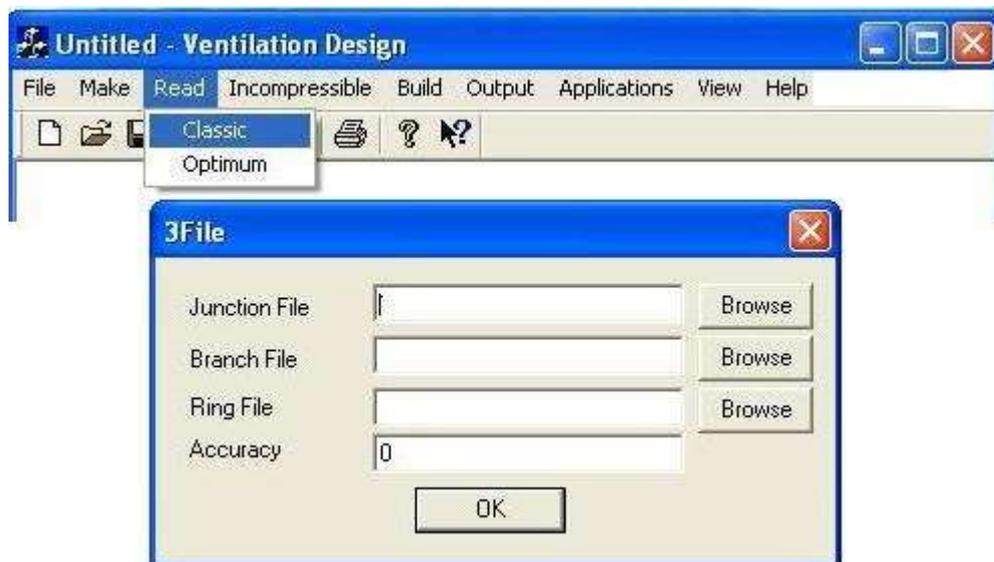
عملکرد این دستور در شکل ۸ نشان داده شده که از این دستور برای نمایش انواع فایل‌های خروجی در نرم‌افزار استفاده می‌شود.

۴- اعتبارسنجی نرم‌افزار جدید تهویه

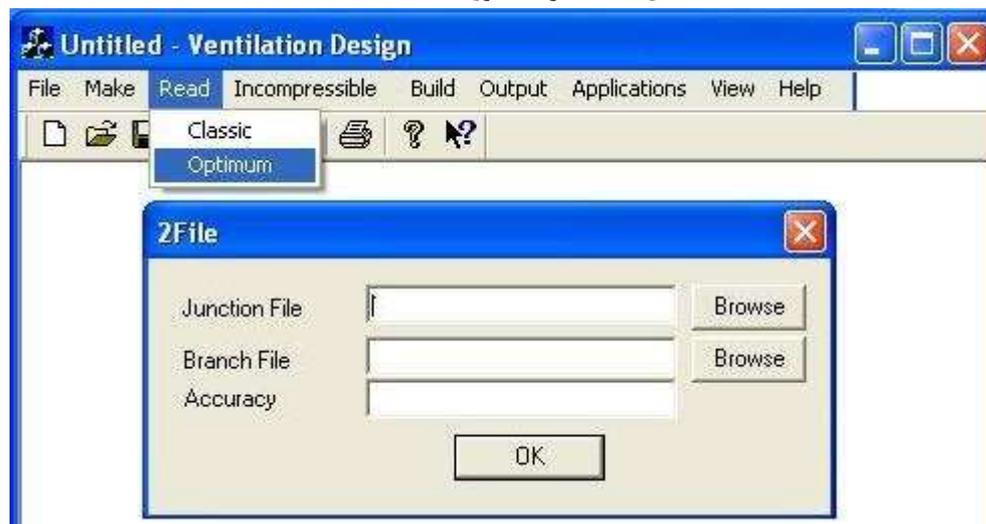
برای اعتبارسنجی نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model از دو روش دستی و رایانه‌ای استفاده می‌شود. در روش دستی، ۴ روش همچون هاردی کراس اصلاح



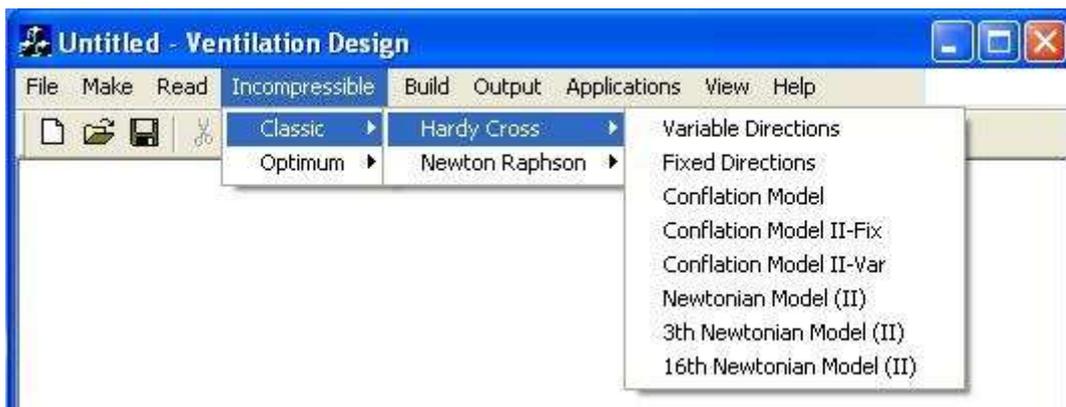
شکل ۱- پنجره اصلی نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model



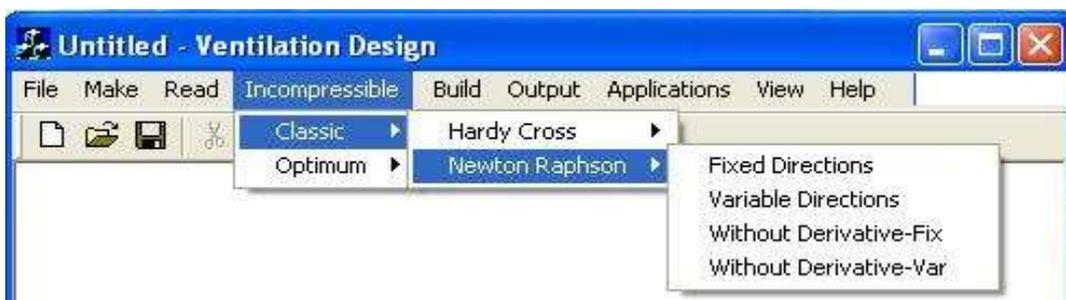
شکل ۲- عملکرد دستور Read-Classic



شکل ۳- عملکرد دستور Read-Optimum



شکل ۴- عملکرد دستور Incompressible-Classic-Hardy Cross



شکل ۵- عملکرد دستور Incompressible-Classic-Newton Raphson



شکل ۶- عملکرد دستور Incompressible-Optimum-Newton Raphson



شکل ۷- عملکرد دستور Build-Run



شکل ۸- عملکرد دستور Output

۴-۱- اعتبارسنجی با شبکه تهویه فرضی

در این مدل فرضی یک شبکه تهویه فضای زیرزمینی مطابق شکل ۹ نمایش یافته که از دو بادبزن با فشار تولیدی ۲۰۰ و

۱۸۰ میلیمتر آب تشکیل شده است. این مدل فرضی از سه گره سطحی (a, c, d) و یک گره زیرزمینی (b) تشکیل شده است. اولاً این شبکه تهویه فرضی توسط ۴ روش از بین ۱۵ روش هاردی کراس و نیوتن-رافسون به روش دستی مورد تحلیل قرار

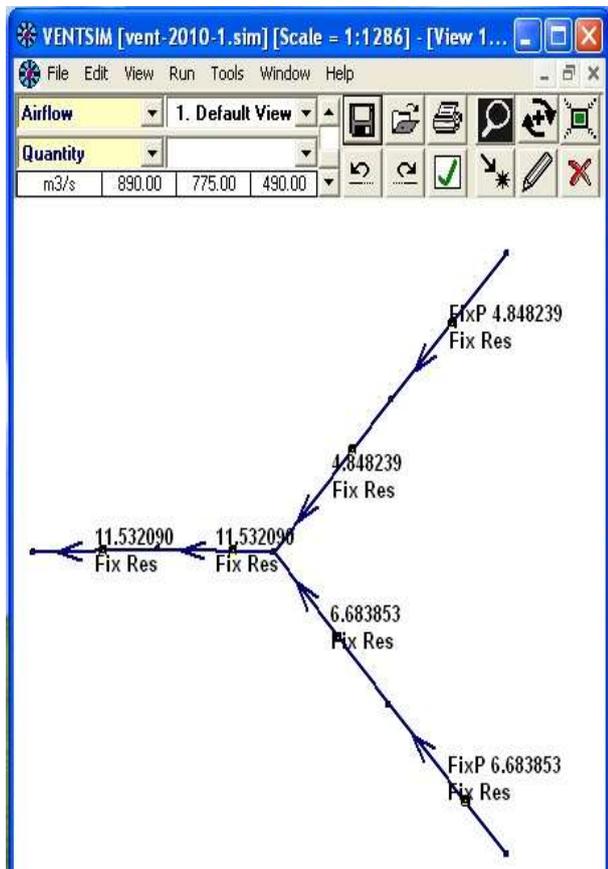
جدول ۳- نتایج روش دستی از مدل نیوتن-رافسون بدون مشتق

ردیف	شرح	Q_{bc}	Q_{ab}	Q_{bd}	ΔQ_1	ΔQ_2
۱	تکرار ۱	۶/۳۷۵	-۲/۸۷۵	۳/۵۰۰	۴/۷۵۰	-۱۷/۰۰
۲	تکرار ۲	۶/۹۲۶	۱۶/۱۶۱	-۹/۲۳۵	۱/۱۰۳	-۲۵/۴۶۹
۳	تکرار ۳	۵/۱۶۰	۱۲/۱۹۵	۷/۰۳۶	-۵/۵۳۳	۴/۳۹۸
۴	تکرار ۴	۴/۸۵۸	۱۱/۵۵۰	۶/۶۹۳	-۰/۶۰۴	۰/۶۸۶
۵	تکرار ۵	۴/۸۴۸	۱۱/۵۳۲	۶/۶۸۴	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷
۶	تکرار ۶	۴/۸۴۸	۱۱/۵۳۲	۶/۶۸۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

جدول ۴- نتایج روش دستی از مدل اصلاح شده مرتبه شانزدهم

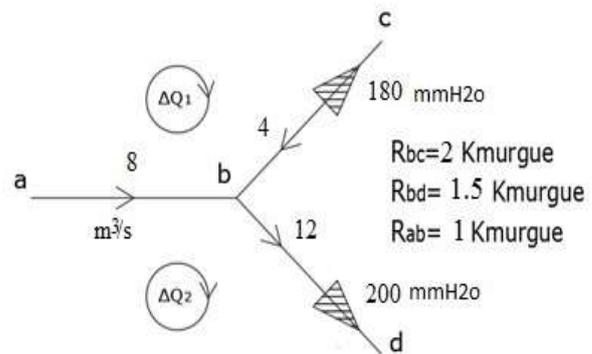
نیوتنی هاردی کراس

ردیف	شرح	Q_{bc}	Q_{ab}	Q_{bd}	ΔQ_1	ΔQ_2
۱	تکرار ۱	۵/۳۲۲	-۱۱/۰۱۲	-۵/۶۹۰	-۰/۳۸۰	۰/۶۹۰
۲	تکرار ۲	۴/۹۶۴	-۱۱/۴۲۹	-۶/۴۶۵	۰/۰۴۰	۰/۰۱۱
۳	تکرار ۳	۴/۸۷۶	-۱۱/۵۱۰	-۶/۳۳۴	۰/۰۰۷	۰/۰۰۴
۴	تکرار ۴	۴/۸۵۵	-۱۱/۵۲۷	-۶/۶۷۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱
۵	تکرار ۵	۴/۸۵۰	-۱۱/۵۳۱	-۶/۶۸۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
۶	تکرار ۸	۴/۸۴۹	-۱۱/۵۳۲	-۶/۶۸۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰
۷	تکرار ۸	۴/۸۴۸	-۱۱/۵۳۲	-۶/۶۸۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰



شکل ۱۰- توزیع شدت جریان هوا برای مدل فرضی توسط نرم‌افزار Ventsim

گرفت که نتایج آن‌ها در جداول ۱ تا ۴ گزارش شده است. ثانیاً شبکه مورد نظر توسط نرم‌افزار Ventsim که به عنوان رایج‌ترین نرم‌افزار تحلیل شبکه تهویه معدن است شبیه‌سازی شده و نتایج آن در شکل ۱۰ گزارش شد. ثالثاً این شبکه تهویه فرضی توسط نرم‌افزار جدید Ventsim Design: Incompressible Model و طبق اطلاعات جداول ۵ تا ۷ مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج نهایی آن به روش هاردی کراس اصلاح شده ونگ در شکل ۱۱ ارائه شده است. نتایج حاصل از تحلیل هر ۳ روش دستی، نرم‌افزار Ventsim و نرم‌افزار جدید Ventsim Design بیانگر این مطلب است که نتایج نهایی آن‌ها کاملاً با هم مشابه و یکسان هستند.



شکل ۹- شبکه تهویه فرضی

جدول ۱- نتایج روش دستی از روش هاردی کراس اصلاح شده ونگ

ردیف	شرح	Q_{bc}	Q_{ab}	Q_{bd}	ΔQ_1	ΔQ_2
۱	تکرار ۱	۱۰/۶۲۵	-۷/۸۵۶	۲/۷۶۹	۶/۶۲۵	-۹/۲۳۱
۲	تکرار ۲	۸/۷۷۸	-۱۲/۲۴۵	-۳/۴۶۷	-۱/۸۴۷	-۶/۲۳۶
۳	تکرار ۳	۶/۶۹۷	-۱۱/۰۸۲	-۴/۳۸۵	-۲/۰۸۲	-۰/۹۱۸
۴	تکرار ۴	۶/۰۳۳	-۱۱/۷۸۷	-۵/۷۵۴	-۰/۶۶۴	-۱/۳۶۹
۵	تکرار ۵	۵/۳۶۸	-۱۱/۴۰۱	-۶/۰۳۳	-۰/۶۶۵	-۰/۲۷۹
۶	تکرار ۱۰	۴/۸۷۸	-۱۱/۵۳۸	-۶/۶۶۱	-۰/۰۱۴	-۰/۰۳۱
۷	تکرار ۱۵	۴/۸۴۹	-۱۱/۵۳۲	-۶/۶۸۲	-۰/۰۰۱	۰/۰۰۰
۸	تکرار ۱۶	۴/۸۴۹	-۱۱/۵۳۲	-۶/۶۸۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

جدول ۲- نتایج روش دستی از دومین مدل تلفیقی روش هاردی

ردیف	شرح	Q_{bc}	Q_{ab}	Q_{bd}	ΔQ_1	ΔQ_2	ΔQ_3
۱	تکرار ۱	۱۰/۸۱۱	۱۲/۹۰۸	-۲/۰۹۶	-۵/۱۵۴	۱۱/۹۶۵	-۸/۹۴۳
۲	تکرار ۲	۴/۷۱۴	۱۱/۴۷۳	۶/۷۶۲	-۴/۹۹۰	-۱/۱۰۸	۰/۳۲۵
۳	تکرار ۳	۴/۸۶۴	۱۱/۵۳۹	۶/۶۷۶	۰/۱۰۶	۰/۰۴۴	-۰/۰۲۰
۴	تکرار ۴	۴/۸۴۶	۱۱/۵۳۱	۶/۶۸۵	-۰/۰۱۲	-۰/۰۰۶	۰/۰۰۲
۵	تکرار ۵	۴/۸۴۸	۱۱/۵۳۲	۶/۶۸۴	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰
۶	تکرار ۶	۴/۸۴۸	۱۱/۵۳۲	۶/۶۸۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰

جدول ۵- فایل گره مربوط به شبکه تهویه فرضی

کد گره	شماره گره
a:۱	۱
b:۲	۲
c:۳	۳
d:۴	۴

۴-۲- اعتبارسنجی با یک مطالعه واقعی

برای اعتبارسنجی دقیق‌تر عملکرد نرم‌افزار **Ventilation Design: Incompressible Model** از مطالعه واقعی معدن رزمجا غربی واقع در استان سمنان، شهرستان دامغان تحت حوزه شرکت زغالسنگ البرز شرقی شاهرود استفاده شد. این معدن تقریباً در فاصله ۶۰ کیلومتری از شهرستان دامغان واقع شده و طرح تهویه این معدن توسط دفتر فنی شرکت در سال ۱۳۸۴ مطابق شکل ۱۲ و ۱۳ طراحی شده است. در طرح تهویه این معدن یک بادبزن با فشار استاتیکی ۱۶۳/۷۷ میلی‌متر آب با شدت جریان ۲۷/۸۴ متر مکعب بر ثانیه در کانال تهویه آن در نظر گرفته شده است. بادبزن اصلی به صورت دهشی هوای تمیز را از کانال تهویه به درون اکلون وینچ دمیده و سپس با عبور از حفريات مختلف به پایین‌ترین افق معدن هدایت و نهایتاً هوای کثیف بعد از عبور از چهار کارگاه استخراج از اکلون نوار خارج می‌شود [۱]. در ابتدا این شبکه تهویه مطالعه موردی از معدن رزمجا غربی توسط نرم‌افزار جدید **Ventilation Design: Incompressible Model** در مدل اپتیموم طبق اطلاعات شکل ۱۴ و جدول ۸ مورد تحلیل قرار گرفته و نتایج نهایی آن به روش نیوتن-رافسون بدون مشتق در شکل ۱۵ ارائه شده است. سپس این شبکه تهویه واقعی هم توسط نرم‌افزار **Ventsim** شبیه‌سازی شده و نتایج آن در شکل ۱۶ گزارش شده است. نتایج حاصل از تحلیل هر دو نرم‌افزار **Ventsim** و **Ventilation Design** بیانگر این مطلب است که نتایج نهایی آن‌ها کاملاً با هم مشابه و یکسان هستند.

جدول ۸- مقاومت شاخه‌های شبکه تهویه معدن رزمجا غربی (کیلومورگ) [۶]

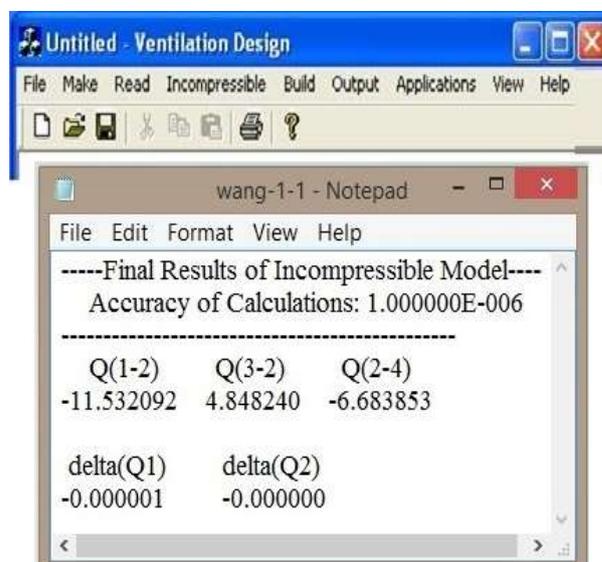
ردیف	شاخه	مقاومت	شاخه	مقاومت
۱	۱-۲	۰/۰۶۶۹	۱۰-۲۳	۰/۰۴۴۷
۲	۲-۵	۰/۰۵۱۲	۷-۲۳	۰/۵۰۹۰
۳	۵-۷	۰/۳۱۳۲	۲۳-۲۴	۰/۰۳۰۶
۴	۷-۸	۶/۸۹۱۵	۲-۱۰	۰/۸۵۲۷
۵	۸-۵	۰/۶۵۸۲	۱۰-۸	۰/۰۶۰۶

جدول ۶- فایل شاخه در مدل کلاسیک مربوط به شبکه تهویه فرضی

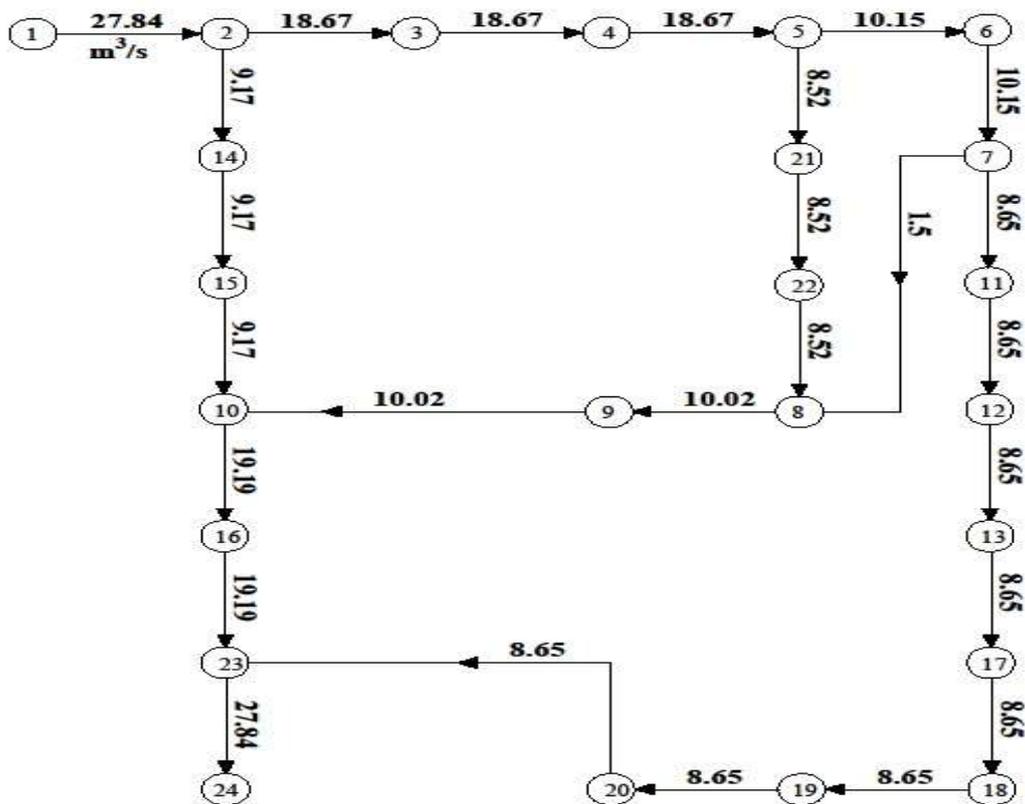
فشار استاتیکی فن (میلی‌متر آب)	شدت جریان فرضی (متر مکعب بر ثانیه)	مقاومت شاخه (کیلومورگ)	گره انتهای شاخه	گره ابتدای شاخه
۰	۸	۱	۲	۱
۱۸۰	۴	۲	۲	۳
-۲۰۰	۱۲	۱/۵	۴	۲

جدول ۷- فایل گره در مدل کلاسیک مربوط به شبکه تهویه فرضی

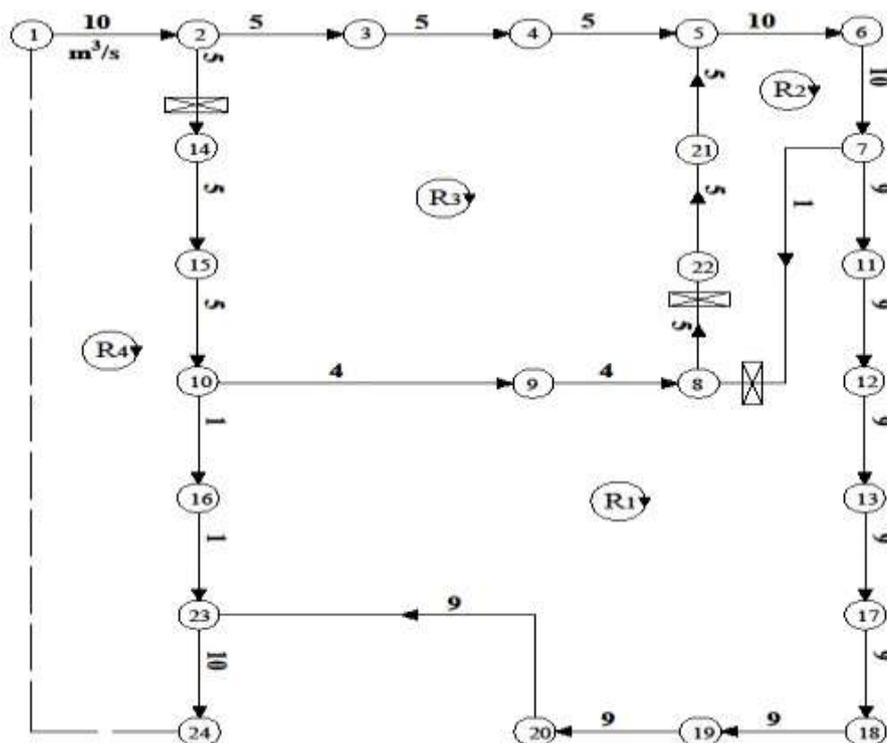
شاخه (۲-۴)	شاخه (۳-۲)	شاخه (۱-۲)	حلقه
۰	۱	-۱	۱
۱	۰	۱	۲



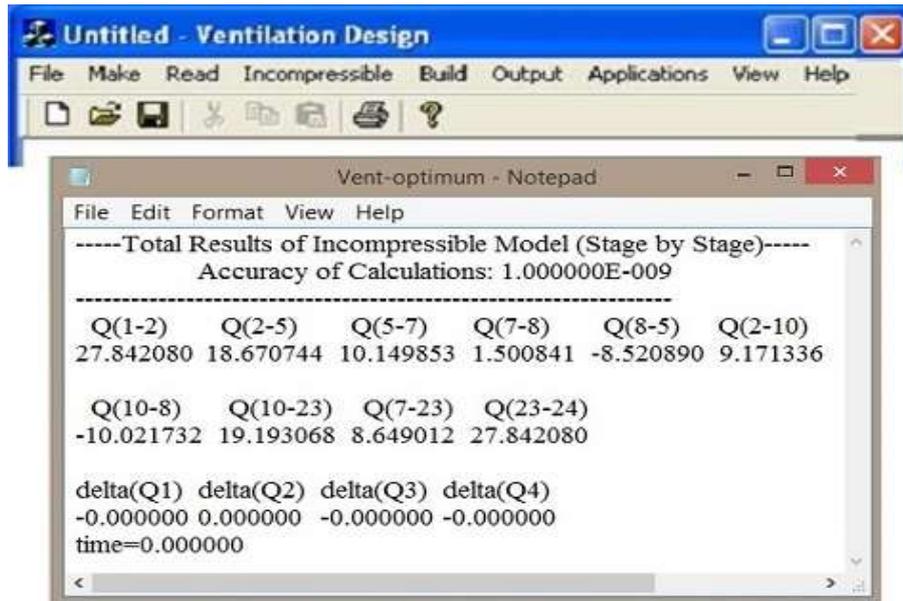
شکل ۱۱- توزیع شدت جریان هوا برای مدل فرضی توسط نرم‌افزار **Ventilation Design: Incompressible Model**



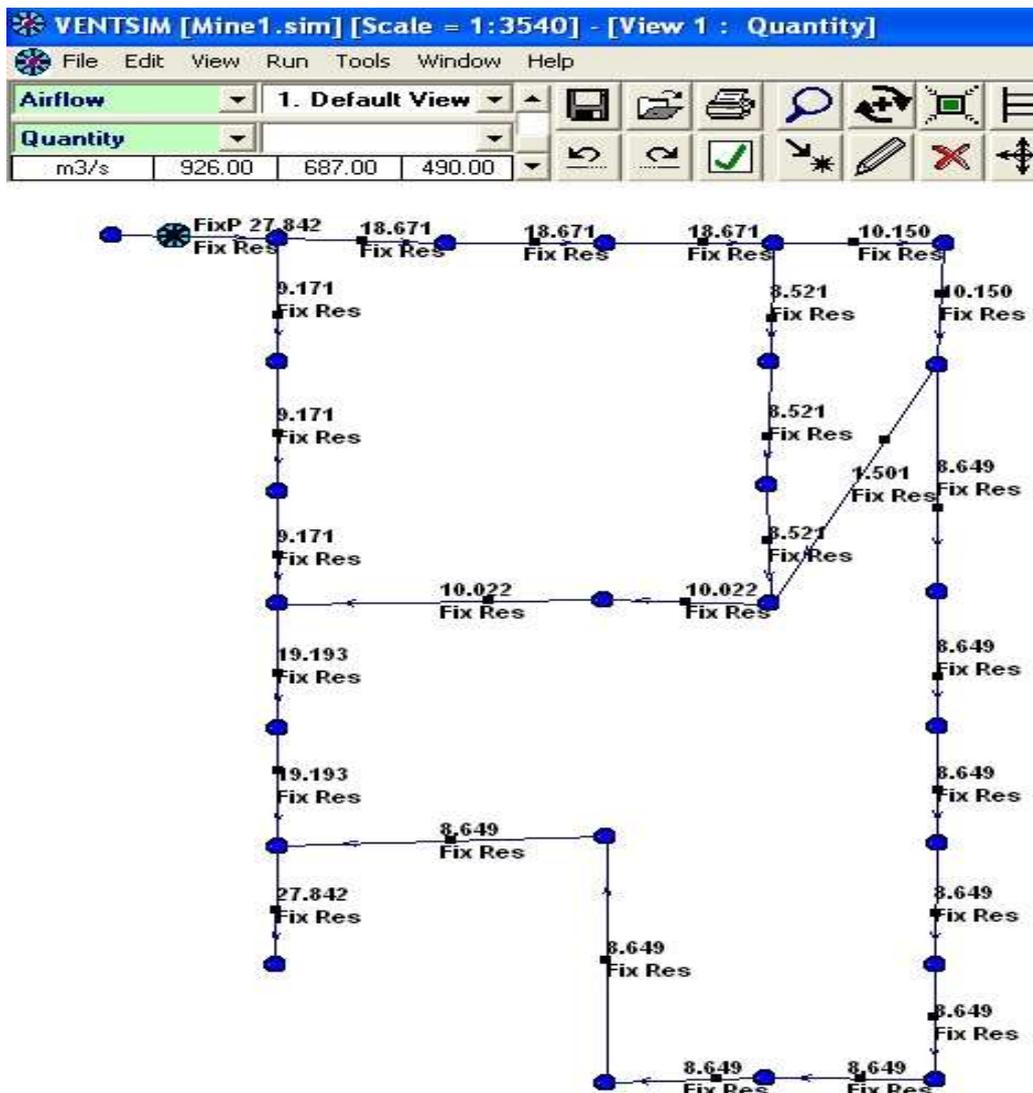
شکل ۱۳- طرح تهویه ساده شده شبکه معدن رزمجا غربی [۶]



شکل ۱۴- شدت جریان فرضی به همراه حلقه‌های آن در شبکه تهویه معدن رزمجا غربی



شکل ۱۵- توزیع شدت جریان هوا برای مطالعه موردی توسط نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model



شکل ۱۶- توزیع شدت جریان هوا برای مطالعه موردی توسط نرم‌افزار Ventsim

۵- نتیجه‌گیری

به طور معمول تهویه معادن برپایه تحلیل سیالات استوار است. هوا، سیال مورد نظر در علم تهویه معدن است. از نظر علم سیالات، سیال هوا در شرایط مختلف رفتارهای متفاوتی را از خود نشان می‌دهد. محققین در تهویه معدن کاری زیرزمینی معتقدند اگر عمق معدن کاری نسبت به بالاترین خط تراز توپوگرافی آن کمتر از ۵۰۰ متر باشد می‌توان سیال هوا را در تهویه این معادن از نوع سیال تراکم‌ناپذیر فرض کرد.

طراحی تهویه معادن در مدل تراکم‌ناپذیری به روش‌های مختلفی همچون روش هاردی کراس و مدل‌های اصلاح شده آن همچون مدل ونگ، مدل تلفیقی، مدل نیوتنی، مدل نیوتنی مرتبه سوم، مدل نیوتنی مرتبه شانزدهم و دومین مدل تلفیقی نام برد. همچنین برای طراحی تهویه می‌توان از روش نیوتن-رافسون و مدل‌های اصلاح شده آن همچون مدل ونگ، مدل جهت‌های متغیر و مدل بدون مشتق استفاده کرد.

استفاده از رایانه برای افزایش دقت و سرعت انجام محاسبات علم تهویه امری لازم و ضروری است. بر این اساس نرم‌افزارهای متعددی در این زمینه ارائه شده که رایج‌ترین آن‌ها نرم‌افزار Ventsim است. این نرم‌افزار و سایر نرم‌افزارهای دیگر همواره یک مدل از روش‌های رایانه‌ای را حل کرده بر این اساس محققین علم تهویه را از نظر تعدد و تکثر روش‌های مختلف نمی‌توانند اغنا نمایند. بنابراین نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model در این مقاله مطرح و معرفی شد.

نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model به زبان برنامه‌نویسی Visual C++ کدنویسی شد و قادر است طراحی تهویه معادن زیرزمینی را در مدل تراکم‌ناپذیری در ۱۲ روش مختلف از روش‌های هاردی کراس و نیوتن-رافسون مطابق شکل‌های ۴ و ۵ در دو مدل کلاسیک و اپتیوم طراحی نماید. برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model از دو روش دستی و رایانه‌ای در دو مدل فرضی و مطالعه موردی (معدن رزمجا غربی) انجام شد. طبق اطلاعات جداول ۱ تا ۴ و شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهد که نتایج حاصل شده از مدل فرضی برای روش‌های دستی همچون روش هاردی کراس مدل اصلاح شده ونگ، دومین مدل تلفیقی روش هاردی کراس، روش-نیوتن-رافسون مدل بدون مشتق و مدل اصلاح شده مرتبه شانزدهم نیوتنی هاردی کراس با نرم‌افزار Ventsim و نرم‌افزار

Design: Incompressible Model نتایج کاملاً یکسانی را ارائه کرده‌اند. همچنین طبق اطلاعات شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نشان می‌دهند که نتایج حاصل شده از مدل مطالعه موردی (معدن رزمجا غربی) توسط نرم‌افزار Ventsim و نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model کاملاً با هم مشابه و یکسان هستند. بنابراین این اعتبارسنجی‌ها عملکرد صحیح نرم‌افزار Ventilation Design: Incompressible Model را تایید می‌نماید.

۶- تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافی توسط نویسندگان بیان نشد.

۷- قدردانی

از داوران محترم برای نظرهای دقیق و بازخوردهای سازنده‌ای که به بهبود و ارتقاء کیفی این مقاله کمک شایانی کردند، صمیمانه تشکر می‌کنیم. همچنین از سردبیر محترم به خاطر حمایت‌ها و راهنمایی‌های مفیدی که در طول فرایند بازبینی انجام دادند، سپاسگزاریم.

۸- منابع

- [۱] افرائی، سجاد؛ مدنی، حسن؛ ۱۳۹۱؛ "بررسی عوامل موثر بر همگرایی روش هاردی کراس در تحلیل شبکه‌های تهویه معادن"، نشریه علمی- پژوهشی مهندسی معدن، دوره هفتم، شماره هفدهم، صفحه ۱۵-۲۱.
- [۲] الهی، ابراهیم؛ ۱۳۹۳؛ "اصول طراحی تهویه در معادن"، انتشارات جهاد دانشگاهی واحد صنعتی امیر کبیر.
- [۳] الهی، ابراهیم؛ ۱۳۹۳؛ "بهبود روش هاردی کراس در تحلیل شبکه تهویه فضاهای زیرزمینی"، نشریه علمی- پژوهشی مهندسی تونل و فضاهای زیرزمینی، دوره سوم، شماره دوم، صفحه ۱۰۱-۱۱۷.
- [۴] الهی، ابراهیم؛ ۱۳۹۸؛ "توسعه روش نیوتن رافسون با جهت‌های متغیر برای تحلیل شبکه‌های تهویه فضاهای زیرزمینی"، نشریه علمی- پژوهشی مهندسی تونل و فضاهای زیرزمینی، دوره هشتم، شماره اول، صفحه ۱۵-۲۸.
- [۵] الهی، ابراهیم؛ ۱۳۹۸؛ "مدل پیشنهادی برای اصلاح روش نیوتن-رافسون در تحلیل شبکه‌های تهویه"، نشریه مهندسی منابع معدنی، دوره چهارم، شماره چهارم، صفحه ۱۷-۳۴.

- [14] McPherson., M.J; 1993; "*Subsurface Ventilation and Environmental Engineering*", Champan & Hall.
- [15] Moosavian, N.; Jaefarzadeh, M.R.; 2014; "*Hydraulic analysis of water distribution network using shuffled complex evolution*", Journal of Fluids, 2014, 1-12.
- [16] Moosavian, N.; Jaefarzadeh, M.R.; 2014; "*Hydraulic Analysis of Water Supply Networks Using a Modified Hardy Cross Method*", International Journal of Engineering, 27: (9), 1331-1338.
- [17] Wang, Y. J., 1982; "*Ventilation Network Theory, Mine Ventilation and Air Conditioning*", 2nd ed., H. L. Hartman (Ed.), Wiley-Interscience, NY, 167-195.
- [18] Wang, Y.J.; 1989; "*A Procedure for Solving A More Generalized System of Mine Ventilation Network Equations*", Proceedings of the 4th US. Mine Ventilation Symposium, SME, Littleton, Co., pp. 419-424.
- [19] Wang, Y.J.; 1982; "*Critical Path Approach to Mine Ventilation Networks with Controlled Flow*", Trans. SME-AIME, 272, 1862-72.
- [20] Wang, Y.J.; 1984; "*A Non-Linear Programming Formulation for Mine Ventilation Networks with Natural Splitting*", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 21: (1), 42-3-45.
- [6] الهی، ابراهیم؛ ۱۳۹۹؛ "ارائه یک مدل ریاضی برای تحلیل شبکه تهویه معادن"، رساله دکترا، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [7] سازمان نظام مهندسی معدن ایران؛ ۱۳۸۸؛ "مقررات تهویه در معدن"، سایت نظام مهندسی معدن ایران.
- [8] مدنی، حسن؛ ۱۳۸۲؛ "تهویه در معادن"، جلد دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر.
- [9] مدنی، حسن؛ ۱۳۸۵؛ "تهویه در معادن"، چاپ پنجم، انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.
- [10] مدنی، حسن؛ ملکی، بیژن؛ ۱۳۸۶؛ "تحلیل شبکه تهویه معدن با استفاده از روش نیوتن-رفسون بر پایه معادلات DQ"، نشریه علمی-پژوهشی دانشگاه صنعتی امیر کبیر، دوره شصت و ششم، صفحه ۹۷-۱۰۲.
- [11] Brkic, D., 2009; "An improvement of Hardy Cross method applied on looped spatial natural gas distribution networks", Applied Energy, 86, 1290-1300.
- [12] Cross, H.; 1936; "*Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*". Bulletin 286, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbane, 29 pp.
- [13] Elahi Zeyni, E.; Sereshki, F.; Khaloo Kakaie, R.; 2021; "*Fastest Modified Model of Hardy Cross Method for Ventilation Network Analysis of Mines (Second Conflation Model)*", International Journal of Mining and Geo-Engineering. 55:2, 133-143.

^۲ Wang

^۱ Hardy Cross

^۲ Newton-Raphson