

تعیین تنش های روی صفحه شکست در سنگ های ترد بر اساس زاویه صفحه شکست اصلی با استفاده از تئوری کلمب- مور

مهدی محمدی^۱، حسین توکلی^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری مکانیک سنگ دانشکده فنی دانشگاه شهید باهنر کرمان
۲- استادیار بخش مهندسی معدن دانشگاه شهید باهنر کرمان، tavakoli@mail.uk.ac.ir

(دریافت ۲۷ فروردین ۱۳۹۲، پذیرش ۲۵ شهریور ۱۳۹۲)

چکیده

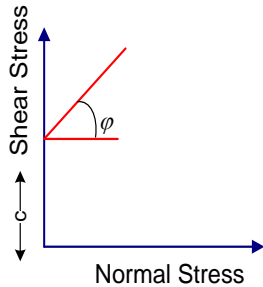
یکی از روش های تحلیل پایداری، روش تعادل حدی است؛ که بر مبنای تنش های روی صفحه شکست عمل می کند. معیار خطی مور- کلمب و معیار غیر خطی هوک- براون تنش های روی صفحه شکست را تخمین می زنند، اما نتایج به دست آمده از طریق دو معیار، تنش های واقعی روی صفحه شکست نیستند. بنابراین تعیین تنش های روی صفحه شکست همواره مورد توجه محققین علم مکانیک سنگ است. در این مقاله به بررسی تنش های روی صفحه شکست در سنگ های ترد (شکننده) با استفاده از تئوری کلمب و مفهوم دایره تنش مور پرداخته می شود. ابتدا صفحه شکست طبق تئوری کلمب تعیین و سپس با استفاده از دایره تنش مور، تنش های روی صفحه شکست تخمین زده می شود. برای بررسی و اعتبارسنجی نتایج از معیارهای مور- کلمب، هوک- براون و همچنین دایره تنش مور که تنش ها را بر اساس صفحه شکست واقعی تخمین می زند، استفاده شده است. نتایج بیانگر این است که بین نتایج به دست آمده از دو معیار و دایره تنش مور مغایرت وجود دارد و نتایج تابع پوش مور- کلمب و هوک- براون است. در صورتی که تنش روی صفحه شکست طبق تئوری کلمب- مور به واسطه نتایج یک آزمایش و رفتار سنگ، تعیین و بر اساس صفحه واقعی تخمین زده می شود.

کلمات کلیدی

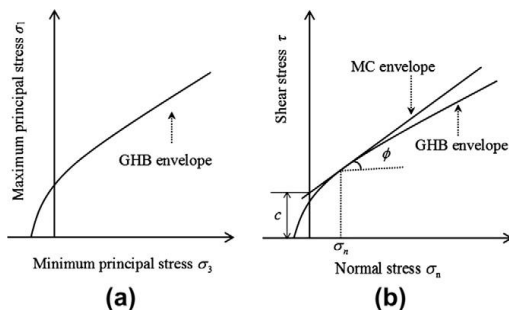
تنش روی صفحه شکست، سنگ ترد، تئوری کلمب- مور، دایره تنش مور، معیار مور کلمب، معیار هوک- براون

۱- مقدمه

تحلیل پایداری سازه های سنگی نظیر شیروانی ها در پروژه های مکانیک سنگ به روش تعادل حدی از اهمیت خاصی برخوردار است. منتهجه روش تعادل حدی فاکتور اطمینان است. فاکتور اطمینان از نسبت تنش های نرمال به تنش های برشی مماس بر صفحه شکست و یا از نسبت نیروهای مقاوم به نیروهای مخرب تخمین زده می شود [۱]. شکل ۱ ترکیب تنش ها را بر روی یک شیروانی نمایش می دهد [۲].



۲الف: پارامترهای مقاومت برشی بر اساس پوش کلمب



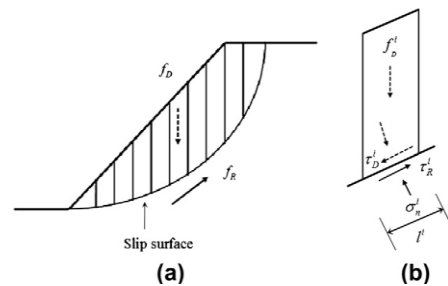
۲ب: پارامترهای مقاومت برشی بر اساس پوش هوک، براون [۲]

شکل ۲: نمایش پارامترهای مقاومت برشی

اما معیار هوک و براون نیز نمی تواند تنش های واقعی روی صفحه شکست را تخمین بزند [۲]. بنابراین محققان همواره در پی راهی جهت تعیین تنش های روی صفحه شکست مطابق با شرایط واقعی هستند. در این مقاله به بررسی و تعیین تنش های روی صفحه شکست در سنگ های شکننده با استفاده از تئوری کلمب- مور پرداخته شده است.

۲- تئوری کلمب- مور

طبق تئوری کلمب اگر نمونه ای تحت تاثیر تنش سه محوره قرار گیرد، به طوری که $\sigma_1 \sigma_2 = \sigma_3$ باشد نمونه تحت بارگذاری از فضای تنش های اصلی به فضای تنش های انحرافی منتقل شده و ترکیب تنش های داخلی باعث شکست نمونه بر روی ضعیف ترین صفحه می شود [۹]. به عبارت دیگر پس از آنکه نمونه به حداکثر اختلاف تنش ها رسید، بر روی صفحه ای که ضعیف ترین پیوند مولکولی را شامل می شود

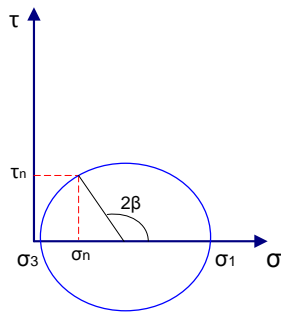


شکل ۱: a- اساس روش قطعه b- نیروهای اعمال شده به قطعه [۲]

بنابراین ترکیب تنش های داخلی باعث ناپایداری قطعه می گردد.

معیار مور، کلمب کاربردی ترین معیاری است که در روش تعادل حدی استفاده می شود. در این معیار پارامترهای مقاومت برشی شامل چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی، معرف تنش های روی صفحه شکست، تحت تاثیر تفاضل تنش های اصلی هستند. شکل ۲ الف پوش معیار مور- کلمب را نمایش می دهد؛ همان طور که ملاحظه می گردد در تنش های نرمال مختلف پارامترهای مقاومت برشی ثابت است. بنابراین در روش تعادل حدی سنتی با داشتن فقط یک پارامتر مقاومت برشی، فاکتور اطمینان برای تنش های نرمال مختلف محاسبه می شود. در نتیجه فاکتور اطمینان به دست آمده در تنش های نرمال مختلف ثابت است و نمی توان آن را با شرایط واقعی منطبق کرد. [۲].

معیار هوک- براون یکی از معیارهای مهم و اساسی در علم مکانیک سنگ است. معیار هوک- براون در سال ۱۹۸۰ توسط هوک و براون پیشنهاد شد [۳] و به تدریج تکامل یافت تا آخرین نسخه آن در سال ۲۰۰۲ انتشار یافت [۴]. یکی از کاربردهای آن تعیین پارامترهای مقاومت برشی در تنش های روی صفحه شکست مطابق با واقعیت است [۵]. در این راستا



شکل ۳: نمایش صفحه شکست بر روی دایره مور

بنابراین تئوری کلمب برای یک نمونه تحت بارگذاری ارائه شده است و با استفاده از دایره تنش مور برای همان نمونه تنش های روی صفحه شکست را می توان تخمین زد.

۳- معیار مور- کلمب و هوک- براون

برای تعیین تنش های روی صفحه شکست با استفاده از معیار مور- کلمب، تعدادی نمونه تحت تاثیر تنش سه محوره قرار داده و پس از ترسیم دواير تنش مور در دستگاه تنش نرمال و تنش برشی، بر اساس تنش ماکزیمم و تنش می نی مم، بهترین خطی که بر دواير مماس می شود رسم می گردد؛ عرض از مبدا چسبندگی و شیب خط را زاویه اصطکاک داخلی می نامند (شکل ۲الف) و برای تعیین پارامترهای مقاومت برشی از روابط ۳-۵ استفاده می شود [۱۱].

معیار غیر خطی هوک- براون که توسط هوک و براون پیشنهاد شد؛ کاربردهای بسیار وسیعی در زمینه تحلیل پایداری دارد و معادله آن برای سنگ بکر به صورت زیر بیان می شود.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(\frac{m_i \sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{0.5} \quad (۸)$$

σ_1 و σ_3 به ترتیب تنش اصلی ماکزیمم و می نی مم، σ_{ci} مقاومت فشاری تک محوره سنگ بکر، m_i ثابت هوک- براون در سنگ بکر است. برای تعیین مقاومت فشاری تک محوره و ثابت هوک- براون تعدادی نمونه در سلول هوک تحت تنش سه محوره قرار داده و بر اساس تنش های ماکزیمم و می نی مم، مقادیر تعیین می شوند [۱۲]. اما این معیار را می توان بر اساس تنش های روی صفحه شکست نیز بیان کرد. روابط زیر به ترتیب مربوط به تنش نرمال بر صفحه شکست و

می شکند، زاویه صفحه شکست β از رابطه زیر تعیین می شود.

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (۱)$$

بر اساس تئوری کلمب زاویه صفحه شکست $45 < \beta < 90$ تغییر می کند. کلمب پیشنهاد داد؛ که بین تنش نرمال و تنش برشی مماس بر صفحه شکست یک ارتباط خطی وجود دارد که عبارت است از [۱۰].

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \quad (۲)$$

که τ, σ_n به ترتیب تنش برشی مماس بر صفحه شکست و تنش نرمال بر صفحه شکست و c, ϕ پارامترهای مقاومت برشی ماده سنگ هستند و به ترتیب معرف چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی است (شکل ۲الف). همچنین معادله کلمب بر اساس تنش های اصلی به صورت زیر بیان می شود.

$$\sigma_1 = k\sigma_3 + \sigma_c \quad (۳)$$

که σ_1, σ_3 به ترتیب تنش ماکزیمم و می نی مم و مقادیر σ_c و k به ترتیب مقاومت فشاری تک محوره و شیب خط در دستگاه تنش های ماکزیمم و می نی مم و از رابطه زیر به دست می آید.

$$k = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (۴)$$

$$\sigma_c = \frac{2C \times \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (۵)$$

اما با استفاده از دایره تنش مور می توان مقدار تنش های روی صفحه شکست را تعیین کرد (شکل ۳). تنش نرمال بر صفحه شکست و تنش برشی مماس بر صفحه شکست، بر اساس دایره مور عبارتند از

$$\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \quad (۶)$$

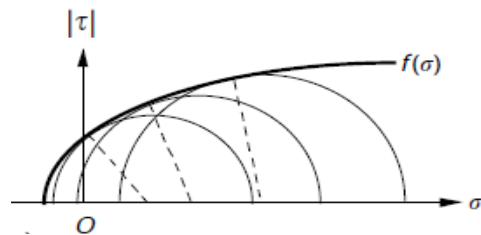
$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \quad (۷)$$

تنش برشی مماس بر صفحه شکست برای نمونه بکر است (شکل ۴).

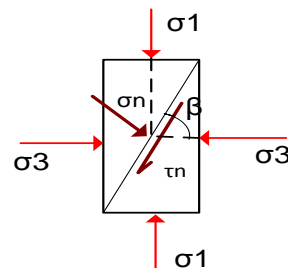
$$\sigma_n = \sigma_3 + \frac{\sigma_{ci} \left(\frac{m_i \sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{0.5}}{2 + 0.5 \times m_i \left(\frac{m_i \sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{-0.5}} \quad (9)$$

$$\tau = (\sigma_n - \sigma_3) \sqrt{1 + 0.5 \times m_i \left(\frac{m_i \sigma_3}{\sigma_{ci}} + 1 \right)^{-0.5}} \quad (10)$$

پوش شکست هوک، براون مماس بر دواير مور قرار دارد. اگر از مرکز دایره مور خطی مماس بر پوش مور رسم شود مختصات تنش های روی صفحه شکست را نمایش می دهد و زاویه ای که از طرف تنش ماکزیمم در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت می سازد دو برابر زاویه ای است که صفحه شکست نسبت به تنش می نی مم دارد (شکل ۴) [۱۳]. بنابراین می توان با داشتن پوش هوک و براون علاوه بر تنش های روی صفحه شکست، صفحه شکست را نیز تخمین زد.



۴الف: نمایش پوش شکست معیار هوک - براون [۱۳]



۴ب: نمایش صفحه شکست طبق معیار هوک - براون بر روی نمونه به صورت شماتیک

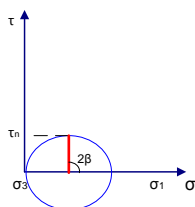
شکل ۴: نمایش پوش معیار هوک - براون و زاویه صفحه شکست بر روی نمونه

۴- تئوری مسئله

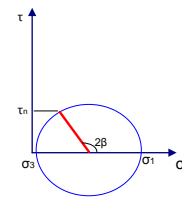
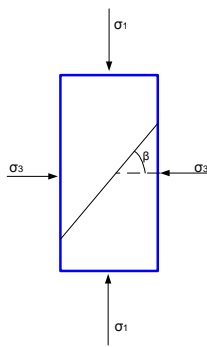
طبق تئوری کلمب، هنگامی که نمونه ای تحت بارگذاری قرار می گیرد در ابتدا نمونه در فضای تنش اصلی قرار دارد و سپس وارد فضای تنش انحرافی می شود؛ در این مرحله ترکیب تنش های داخلی باعث شکست نمونه می شود؛ به عبارت دیگر هنگامی که نمونه تحت بارگذاری، در فضای تنش اصلی قرار دارد تنش های داخلی باعث ناپایداری و شکست نمونه نمی شود، بلکه نمونه از مرز بین تنش های اصلی و انحرافی شرایط شکست را دارد زیرا از این مرحله ترکیب تنش های داخلی باعث شکست نمونه می شود.

همچنین از نقطه نظر مکانیک شکست با توجه به تئوری کلمب، هنگامی که نمونه در فضای تنش های اصلی قرار دارد ترکیب تنش های داخلی باعث شکست نمونه نمی شود؛ بنابراین صفحه شکستی وجود ندارد. اگر نمونه مرز بین فضای تنش اصلی و فضای تنش انحرافی شکسته شود بر اساس تئوری کلمب زاویه صفحه شکست ۴۵ درجه و یا ۹۰ درجه می باشد؛ و هنگامی که نمونه در فضای تنش انحرافی قرار دارد، مقدار زاویه بین این دو مقدار است. با توجه به رابطه ۱ که دارای دو جمله است جمله دوم زمانی مفهوم پیدا می کند که نمونه وارد فضای تنش انحرافی می شود. زیرا در فضای تنش اصلی نمونه پایدار است. بنابراین زاویه صفحه شکست برابر با ۴۵ درجه در نظر گرفته می شود و جمله دوم صفر است. لازم به ذکر است در حالی که جمله دوم در نظر گرفته شود زاویه صفحه شکست موازی با تنش ماکزیمم به دست می آید در نتیجه شکست تحت برش رخ نمی دهد بلکه تحت تاثیر ترک های کششی رخ می دهد [۱۳].

برای تعیین تنش های روی صفحه شکست از ابزار دایره تنش مور استفاده می شود چنانچه مقدار زاویه ۴۵ درجه در روابط ۶ و ۷ جایگزین شود تنش برشی مماس بر صفحه شکست ماکزیمم و مقدار تنش نرمال بر صفحه شکست معادل با مرکز دایره مور قرار دارد (شکل ۵ الف).

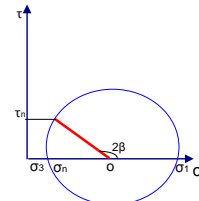
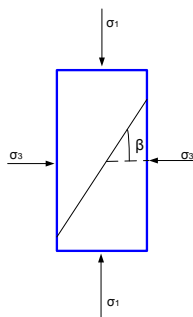


۵الف: حداقل تفاضل تنش اصلی



۵: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت الف

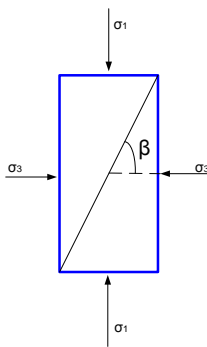
۶ الف: حداقل تفاضل تنش اصلی



۵: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت ب

شکل ۵: موقعیت صفحه شکست بر روی دایره تنش مور بر اساس تئوری کلمب در تفاضل تنش های مختلف

۶: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت الف

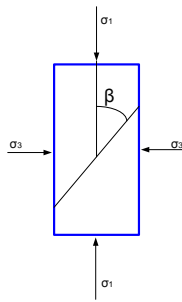


۶: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت ب

شکل ۶ نمایش زاویه صفحه شکست با الگو گرفتن از معیار هوک و براون

چنانچه تفاضل تنش های اصلی افزایش یافته و نمونه در فضای تنش انحرافی شکسته شود، زاویه صفحه شکست افزایش می یابد. شکل ۵ و ۶ تغییرات تنش های روی صفحه شکست را با افزایش تفاضل تنش اصلی بر روی دایره مور به صورت شماتیک نمایش می دهد. با توجه به مطالب ارائه شده، برای نمایش زاویه صفحه شکست بر روی نمونه، چنانچه بر اساس معیار مور- کلمب و هوک- براون، زاویه صفحه شکست نمایش داده شود؛ (شکل ۴) زاویه صفحه شکست بایستی نسبت به تنش می نی مم در نظر گرفته شود نتایج در شکل ۶ به صورت شماتیک نمایش داده شده است.

بنابراین با افزایش تفاضل تنش های اصلی زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم در حال کاهش است. در صورتی که بین نتایج به دست آمده در شکل ۶ و نتایج واقعی صفحه شکست [۱۴] (شکل ۷) یک تناقض وجود دارد. زیرا در



۸ج: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت ب

شکل ۸: نمایش زاویه صفحه شکست به صورت شماتیک بر اساس تئوری کلمب

۵- بررسی و تعیین تنش های روی صفحه شکست در سنگ های ترد (شکننده)

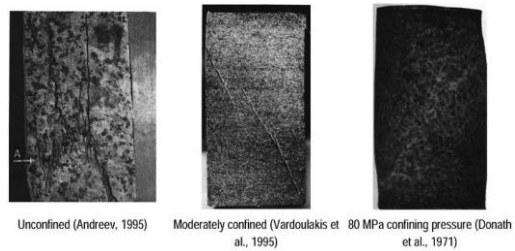
براساس تئوری کلمب هنگامی که نمونه ای تحت بارگذاری قرار می گیرد، در ابتدای بارگذاری نمونه در فضای تنش های اصلی قرار دارد، با افزایش بارگذاری، فضای تنش های داخلی باعث ناپایداری و شکست سنگ بر روی ضعیف ترین صفحه می شود، طبیعی است که نمونه تحت بارگذاری در فضای تنش های اصلی و تنش های انحرافی دارای رفتاری متفاوت باشد.

از طرفی اگر شکل ۹ که بارگذاری نمونه سنگ دولومیت دوهمن [۱۵] که تحت تاثیر تنش تک محوره و سه محوره را نشان می دهد، در نظر گرفته شود؛ با افزایش تنش می نی مم رفتار سنگ پس از عبور از ناحیه الاستیک و نقطه تسلیم وارد ناحیه شکل پذیر شده تا به مقاومت نهایی می رسد و با افزایش تنش می نی مم این رفتار ادامه دارد.

بنابراین رفتار سنگ نیز تحت بارگذاری های متفاوت به دو ناحیه تقسیم می شود، ناحیه اول رفتار سنگ الاستیک تا نقطه تسلیم که مرز بین ناحیه الاستیک و ناحیه شکل پذیر است و ناحیه دوم رفتار سنگ وارد ناحیه شکل پذیر شده تا به مقاومت نهایی می رسد.

در نتیجه ابتدای بارگذاری که رفتار نمونه الاستیک است فضای تنش اصلی و در هنگامی که نمونه از ناحیه الاستیک وارد ناحیه شکل پذیر می شود بارگذاری از فضای تنش اصلی وارد فضای تنش انحرافی می شود.

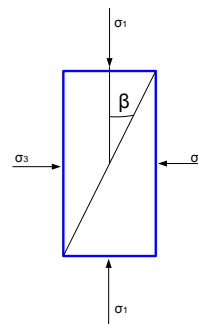
عمل با افزایش تفاضل تنش های اصلی زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم افزایش می یابد (شکل ۷). نتیجتاً بر این اساس، طبق نتایج تئوری کلمب- مور، زاویه صفحه شکست بایستی بر روی نمونه تغییر نماید؛ اگر زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم در نظر گرفته شود نتایج به واقعیت نزدیک تر است شکل ۸ به صورت شماتیک زاویه صفحه شکست را نمایش می دهد.



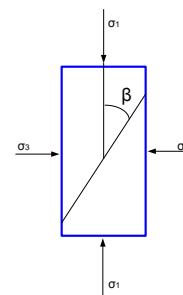
شکل ۷: نمایش صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم

با افزایش تفاضل تنش های اصلی [۱۴]

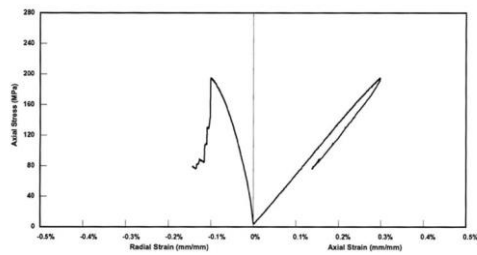
همان طور که ملاحظه می گردد، در عمل با افزایش اختلاف تنش اصلی زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم افزایش می یابد بنابراین چنانچه زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم در نظر گرفته شود مقادیر به دست آمده با واقعیت نزدیک تر است شکل ۸.



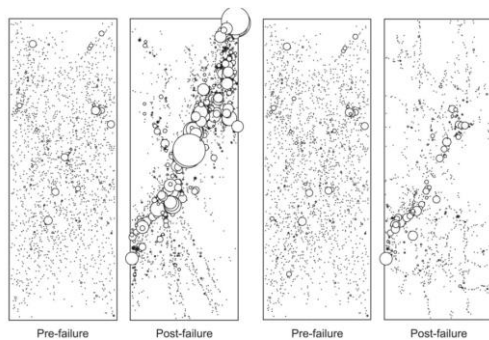
۸ الف: حداقل تفاضل تنش اصلی



۸ ب: افزایش تفاضل تنش اصلی نسبت به حالت الف



۱۰ الف: منحنی رفتاری نمونه مدل سازی شده



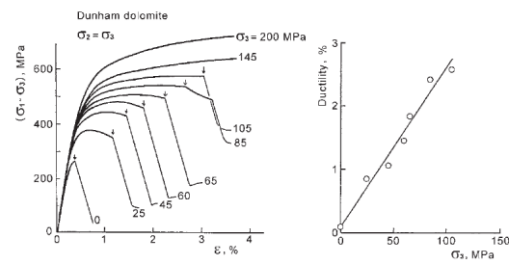
۱۰ ب: توصیف فضایی شکست در سنگ های شکننده

شکل ۱۰: نتایج مدل سازی شده سنگ شکننده

توسط شیموزو [۱۷]

همچنین چنانچه همین نمونه تحت تاثیر تنش می نی مم قرار گیرد، تفاضل تنش های اصلی افزایش می یابد، با افزایش تنش می نی مم نمونه وارد ناحیه شکل پذیر شده و در نهایت شکسته می شود. در این حالت نمونه در فضای تنش انحرافی قرار دارد همچنین صفحه شکست نیز نسبت به تنش ماکزیمم افزایش می یابد.

حال چنانچه زاویه ای که نمونه از ناحیه الاستیک وارد ناحیه شکل پذیر می شود، را به مقدار زاویه ۴۵ درجه تئوری کلمب اضافه شود، مقدار زاویه صفحه شکست معادل با مقدار تئوری کلمب به دست می آید (شکل ۱۱).



شکل ۹: منحنی تنش، کرنش سنگ دولومیت دوهمن

(چپ)، رابطه تنش می نی مم، درصد شکل پذیری

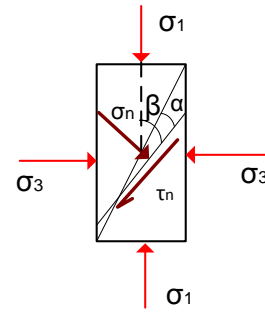
(راست) [۱۵]

بنابراین بر اساس تئوری کلمب اگر شکست مرز بین فضای تنش اصلی و فضای تنش انحرافی رخ دهد نقطه مذکور همان انتهای ناحیه الاستیک و نقطه تسلیم است.

بر اساس طبقه بندی ویورسیک سنگ ها تحت تاثیر تنش تک محوره بر اساس منحنی رفتاری به دو گروه کلاس I (شکل پذیر) و کلاس II (شکننده) تقسیم می شوند [۱۶]. سنگ های شکل پذیر پس از عبور از ناحیه الاستیک وارد ناحیه شکل پذیر می شوند و سپس به مقاومت نهایی می رسند. سنگ های شکننده در انتهای ناحیه الاستیک و نقطه تسلیم به حداکثر مقاومت نهایی می رسند. بنابراین سنگ های کلاس II در انتهای ناحیه الاستیک و یا مرز بین فضای تنش های اصلی و فضای تنش های انحرافی شکسته می شوند. اما شیموزو با مدل سازی که بر روی سنگ های کلاس II انجام داد؛ توانست منحنی رفتاری و همچنین صفحه شکست این گروه را نسبت به تنش ماکزیمم تحت تاثیر تنش برشی تعیین نماید [۱۷] (شکل ۱۰). شیموزو با کنترل کردن کرنش شعاعی منحنی رفتاری نمونه و با کنترل کردن کرنش محوری صفحه شکست را به دست آورد. همان طور که از شکل ۱۰ مشخص است منحنی رفتاری سنگ تا مقاومت نهایی به صورت خطی است و برخلاف قبل که نمونه تحت تاثیر ترک های کششی شکسته می شود [۱۶] نمونه تحت تاثیر ترک های برشی شکسته شده و صفحه شکست با تنش ماکزیمم زاویه ای کمتر از ۴۵ درجه دارد [۱۷]. بنابراین رفتار نمونه الاستیک و زاویه صفحه شکست که نمونه در آن رفتاری الاستیک دارد زاویه ای کمتر از ۴۵ درجه است. بنابراین با در نظر گرفتن تئوری کلمب، زاویه مورد نظر معادل با زاویه ۴۵ درجه در نظر گرفته می شود.

شکل ۱۲: نتایج تحقیقات لی بر روی سنگ های شکننده [۱۸]

همچنین جدول ۱ مقادیر تنش های اصلی می نی مم و ماکزیمم و همچنین زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم را نمایش می دهد.



جدول ۱: مقاومت نهایی نمونه تحت تاثیر تنش جانبی و زاویه صفحه شکست [۱۸]

تنش فشاری می نی مم (Mpa)	۰	۲۰	۴۰	۸۰
مقاومت نهایی (Mpa)	۱۰۳/۵	۱۸۰/۲	۲۲۴	۳۱۰/۵
زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم (درجه)	۲۰	۳۷	۴۵	۴۷

شکل ۱۱: نمایش زاویه صفحه شکست در فضای تنش انحرافی

بنابراین با توجه به شکل ۱۱ مقدار زاویه α برابر است با مقدار زاویه ای که نمونه از ناحیه الاستیک وارد ناحیه شکل پذیر می شود و براساس تئوری کلمب رابطه زیر به دست می آید.

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \alpha \quad (11)$$

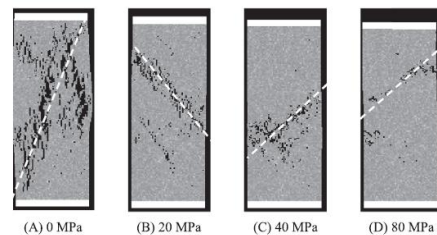
که β زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم است.

۶- داده های مورد استفاده در تحقیق

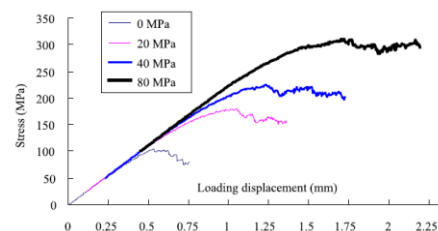
داده های استفاده شده در این مطالعه طبق تحقیقات انجام شده توسط لی که به بررسی رفتار سنگ های شکننده تحت تاثیر تنش تک محوره و سه محوره با استفاده از مدلسازی عددی انجام داده گرفته شده است. شکل ۱۲ نتایج مدلسازی را نمایش می دهد [۱۸].

۷- اعتبارسنجی

همانطور که از شکل ۱۱ مشخص است نمونه تحت تاثیر تنش تک محوره دارای رفتاری الاستیک تا نقطه تسلیم دارد، صفحه شکست نمونه تحت تاثیر تنش تک محوره ۲۰ درجه نسبت به تنش ماکزیمم است. وقتی که نمونه تحت تاثیر تنش جانبی 20 MPa قرار دارد ناحیه الاستیک افزایش یافته و سپس رفتار سنگ وارد مرحله شکل پذیر شده است. همچنین زاویه صفحه شکست ۳۷ درجه نسبت به تنش ماکزیمم قرار دارد. بنابراین زاویه صفحه شکست تحت تاثیر تنش سه محوره نسبت به حالت تک محوره افزایش یافته است به عبارت دیگر صفحه شکستی که نمونه تحت تاثیر تنش تک محوره شکسته شده عبور کرده و در ناحیه شکل پذیر بر روی ضعیف ترین صفحه ای که دارای پیوند مولکولی می باشد شکسته می شود. برای دو نمونه دیگر تحت تاثیر تنش جانبی 40 MPa و 80 MPa نیز به همین ترتیب نمونه تحت تاثیر بارگذاری وارد مرحله الاستیک شده و سپس وارد ناحیه شکل پذیر می شود. همچنین در خصوص صفحه شکست نیز به ترتیب دارای زاویه ۴۵ درجه و ۴۷ درجه نسبت به تنش ماکزیمم است. لذا زاویه صفحه شکست در حالت تک محوره مرز بین ناحیه الاستیک و شکل پذیر است چنانچه این زاویه را به عنوان مبنا

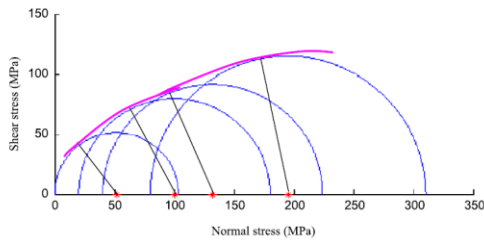


۱۲الف: نمایش زاویه صفحه شکست در تفاضل تنش های اصلی

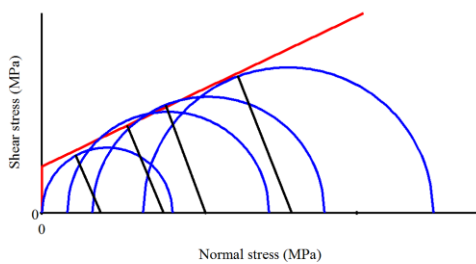


۱۲ب: نمایش منحنی رفتاری سنگ در تفاضل تنش های اصلی

به دست آمده همان صفحه ای است که تنش های روی صفحه شکست در آن مختصات به دست آمده است.



۱۳ الف: نمایش پوش معیار هوک- براون



۱۳ ب: نمایش پوش معیار مور، کلمب

شکل ۱۳: نمایش صفحه شکست بر اساس پوش معیار

مور- کلمب و معیار هوک- براون

جدول ۳ زاویه به دست آمده از معیار مور- کلمب و معیار هوک- براون نسبت به تنش ماکزیمم را نمایش می دهد.

جدول ۳: زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم بر

اساس معیار مور- کلمب و هوک- براون

تفاضل تنش اصلی	۱۰۳/۵	۱۶۰/۲	۱۸۴	۲۳۰/۵
واقعی	۲۰	۳۷	۴۵	۴۷
معیار هوک- براون	۲۵	۳۰	۳۴	۴۰
معیار مور- کلمب	۳۲	۳۲	۳۲	۳۲

همان طور که ملاحظه می شود، زاویه صفحه شکست به دست آمده از دو معیار تابع پوش دو معیار است و با صفحه شکست

در نظر گرفته شود و سایر زوایا تحت تاثیر تنش سه محوره نسبت به آن سنجیده شود برای تنش های جانبی 20 MPa و 40 MPa و 80 MPa به ترتیب ۱۷ و ۲۵ و ۲۷ درجه زاویه صفحه شکست در ناحیه شکل پذیر به دست می آید. اگر زاویه ای که در ناحیه شکل پذیر تعیین شده در رابطه ۱۱ قرار گیرد زاویه مذکور تبدیل به زاویه صفحه شکست بر اساس تئوری کلمب می شود مقادیر در جدول ۲ نمایش داده شده است.

جدول ۲: نمایش زاویه صفحه شکست تحت تاثیر تنش تک محوره

و سه محوره براساس تئوری کلمب- مور

تنش می نی مم (MPa)	تنش ماکزیمم (MPa)	زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم (درجه)	زاویه صفحه شکست طبق تئوری کلمب (درجه)
۰	۱۰۳/۵	۲۰	۴۵
۲۰	۱۸۰/۲	۳۷	۶۲
۴۰	۲۲۴	۴۵	۷۰
۸۰	۳۱۰/۵	۴۷	۷۲

بنابراین با توجه به زاویه به دست آمده می توان تنش های روی صفحه شکست را به دست آورد. برای تعیین تنش های روی صفحه شکست از روابط ۷ و ۸ مربوط به دایره تنش مور استفاده شد.

برای تعیین تنش های روی صفحه شکست طبق معیار مور، کلمب و معیار هوک و براون بر اساس داده های جدول ۱ از پوش مور- کلمب و پوش هوک- براون استفاده شد، شکل ۱۳ پوش معیار مور- کلمب و پوش معیار هوک- براون را نمایش می دهد که مماس بر دایره تنش مور رسم شده اند. همان طور که در بخش ۳ ارائه شد چنانچه از مرکز دایره مور خطی مماس بر پوش دو معیار مذکور رسم شود نقطه مورد نظر مختصات تنش روی صفحه شکست تحت تاثیر تفاضل تنش اصلی را نشان می دهد و زاویه به دست آمده از تنش ماکزیمم تا خط به دست آمده معادل دو برابر زاویه صفحه شکست نسبت به تنش می نی مم است. به عبارت دیگر صفحه شکست

تنش مور و تئوری کلمب- مور

۸- نتیجه گیری

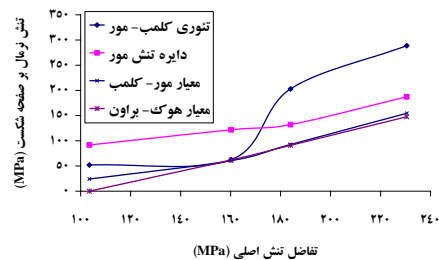
روش تعادل حدی یکی از روش های تحلیل پایداری است که بر اساس تنش های روی صفحه شکست در تفاضل تنش های اصلی عمل می نماید و بر اساس آن پارامترهای مقاومت برشی تحت تاثیر تنش نرمال مورد نظر تعیین می شود. معیار مور- کلمب و معیار هوک- براون برای تعیین تنش های روی صفحه شکست کاربرد دارد اما هیچ یک از معیارها بیانگر تنش های روی صفحه شکست تحت تاثیر تنش های اصلی نیستند. در این مقاله به بررسی و تعیین تنش های روی صفحه شکست بر اساس تئوری کلمب، مور پرداخته شد. ابتدا زاویه صفحه شکست با استفاده از تئوری کلمب تعیین و سپس با استفاده از دایره تنش مور به تعیین تنش های روی صفحه شکست پرداخته شد. جهت اعتبار سنجی از دو معیار مور- کلمب و معیار هوک- براون استفاده شد. همچنین جهت تعیین تنش ها بر اساس صفحه شکست حاصل از آزمایش از دایره تنش مور استفاده شد. نتایج نشان داد که

زاویه صفحه شکست به دست آمده بر اساس پوش معیار مور- کلمب که بر دایره مور مماس است با هم برابر است و همچنین زاویه صفحه شکست به دست آمده بر اساس پوش معیار هوک- براون در تفاضل تنش های اصلی متفاوت است، اما هیچ یک از دو معیار معرف زاویه صفحه شکست به دست آمده از آزمایش نیست؛ به عبارت دیگر صفحه شکست به دست آمده تابع پوش معیار مور- کلمب و پوش معیار هوک- براون است.

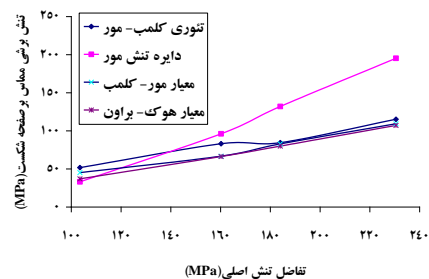
تنش های روی صفحه شکست به دست آمده از معیار مور، کلمب و معیار هوک- براون با نتایج به دست آمده از دایره تنش مور که بر مبنای صفحه شکست واقعی تنش ها را تخمین می زند، مغایرت دارد. بنابراین نتایج به دست آمده از دو معیار تابع پوش مور- کلمب و پوش هوک- براون است. زاویه صفحه شکست طبق تئوری کلمب بر اساس صفحه شکست واقعی و رفتار سنگ تخمین زده می شود.

نتایج نشان داد که، دایره تنش مور در تعیین صفحه شکست و تنش روی صفحه شکست در هر دو معیار تاثیر مستقیم دارد. بنابراین با توجه به تاثیر دایره تنش مور در تعیین تنش ها روی صفحه شکست دقیق نیست. در صورتی که در تئوری کلمب- مور تعیین زاویه صفحه شکست طبق تئوری کلمب به دست می آید و فقط تنش ها بر اساس دایره تنش مور تعیین می شود.

واقعی مغایرت دارد. به عبارت دیگر تنش های روی صفحه شکست به دست آمده تابع پوش معیارها هستند و تابع صفحه شکست واقعی نیستند. شکل ۱۴ نتایج تنش های روی صفحه شکست و تنش برشی مماس بر صفحه شکست را نمایش می دهد. همان طور که ملاحظه می گردد بین نتایج حاصل از دو معیار با نتایج دایره تنش مور، که تنش های واقعی را نمایش می دهد اختلاف وجود دارد. بنابراین نتایج به دست آمده تابع صفحه شکست واقعی نیستند بلکه تابع پوش دو معیار هستند. ضمناً همان طور که از شکل مشخص است در تنش های نرمال و برشی در حالتی که تفاضل تنش کم است اختلاف بین دو معیار بیشتر است در صورتی که در حالتی که با افزایش تفاضل تنشها تطابق دو معیار با هم بیشتر است. نتایج تئوری کلمب- مور در شکل ۱۴ نمایش داده شده است همان طور که ملاحظه می گردد تنش های به دست آمده بر اساس صفحه شکست واقعی طبق تئوری کلمب تعیین شده و سپس طبق دایره تنش مور تنش های نرمال بر صفحه شکست و تنش های برشی مماس بر صفحه شکست تعیین شد.



۱۴ الف: نمایش تنش نرمال بر صفحه شکست در اختلاف تنش های اصلی



۱۴ ب: نمایش تنش برشی مماس بر صفحه شکست در اختلاف تنش های اصلی

شکل ۱۴: نمایش تنش های روی صفحه شکست بر اساس معیار مور- کلمب، معیار هوک- براون، دایره

[۱۲] طاهریان، عبدالرضا (مترجم)؛ ۱۳۸۱؛ "مهندسی سنگ کاربردی"، چاپ اول، انتشارات دهخدا.

[13] Jaeger J., Cook N.G.W., Zimmerman R.W.; 2007; "Fundamentals of rock mechanics", New York: John Wiley.

[14] Fang Z., Harrison JP.; 2002b; "Application of a local degradation model to the analysis of brittle fracture of laboratory scale rock specimens under triaxial conditions", Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 39, 459–476.

[15] Mogi K.; 1972; "Experimental Rock Mechanics", London: Balkema.

[16] Wawersik W.R., Brace W.; 1971; "Post-failure behavior of a granite and diabase", Rock Mech, pp 61–85.

[17] Shimizu H., Koyama T., Ishida I., Chijimatsu M., Fujita T., Nakama S.h.; 2010; "Distinct element analysis for Class II behavior of rocks under uniaxial compression", Int J Rock Mech Min Sci, pp.323-33.

[18] Liu HY., Kou SQ., Lindqvist PA., Tang CA.; 2004; "Numerical studies on the failure process and associated microseismicity in rock under triaxial compression", Tectonophysics, pp. 149–158.

گرچه زاویه صفحه شکست در معیار مور- کلمب و معیار هوک- براون نسبت به تنش می نی مم بر روی نمونه در نظر گرفته می شود؛ اما پیشنهاد می گردد طبق تئوری کلمب- مور زاویه صفحه شکست نسبت به تنش ماکزیمم در نظر گرفته شود تا نتایج تطابق بیشتری با واقعیت داشته باشد.

منابع

[1] Carranza-Torres C.; 2004; "Some comments on the application of the Hoek–Brown failure criterion for intact rock and rock masses to the solution of tunnel and slope problems", In: Barla G, Barla M, editors, MIR –X Conference on rock and engineering mechanics, Torino, Italy, Pàtron Editore, Bologna; 24–25 November, pp. 285–326. [Chapter 10].

[2] Shen J., Karakus M., Xu C.; 2012; "Direct expressions for linearization of shear strength envelopes given by the Generalized Hoek–Brown criterion using genetic programming", Computers and Geotechnics, pp. 139-146.

[3] Hoek E., Brown ET.; 1980; "Underground excavations in rock", London: Instn Min Metall.

[4] Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B.; 2002; "Hoek–Brown failure criterion-2002 edition", In: Proceedings of the North American rock mechanics society meeting, Toronto.

[5] Hoek E.; 1990; "Estimating Mohr–Coulomb friction and cohesion values from the Hoek–Brown failure criterion", Intl. J. Rock Mech. & Mining Sci. & Geomechanics Abstracts. 12(3), 227-229.

[6] Yang XL., Yin JH.; 2010; "Slope equivalent Mohr–Coulomb strength parameters for rock masses satisfying the Hoek–Brown criterion", Rock Mech Rock Eng, 43:505–11.

[7] Fu W., Liao Y.; 2010; "Non-linear shear strength reduction technique in slope stability calculation", Comput Geotech, 37:288–98.

[8] Shen J., Priest SD., Karakus M.; 2012; "Determination of Mohr–Coulomb shear strength parameters form generalized Hoek–Brown criterion for slope stability analysis", Rock Mech Rock Eng , 45:123–9. <http://dx.doi.org/10.1007/s00603-011-0184-z>.

[9] Labuz J. F., Zang A.; 2012; "Mohr–Coulomb Failure Criterion", J rock Mech Rock Eng.

[10] Heyman J.; 1972; "Coulomb's Memoir on Statics", Cambridge University Press, London.

[11] Yu MH., Zan YM., Zhao J., Yoshimine M. A.; 2002; "unified strength criterion for rock materia", Int. J Rock Mech Min Sci, pp. 975–989.

