

بررسی ابعاد در شکست قطعات سنگی در حالت بارگذاری ترکیبی کششی - برشی

مجیدرضا آیت‌اللهی^{۱*}، جواد اکبردوست^۲

۱- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، m.ayat@iust.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، jakbardost@iust.ac.ir

(دریافت ۲۷ تیر ۱۳۹۱، پذیرش ۲۳ تیر ۱۳۹۲)

چکیده

بررسی شکست توده‌های سنگی، یکی از مسایل مهم در مهندسی معدن است که اغلب از دو جنبه متفاوت مورد توجه قرار می‌گیرد: یکی شکست آسان‌تر توده‌ها به منظور استحصال ارزان‌تر و دیگری جلوگیری از شکست توده‌ها برای اجتناب از خسارت‌های ناشی از تخریب معادن. برای این منظور لازم است تا میزان مقاومت مواد سنگی در برابر رشد ترک مورد توجه قرار گیرد. بنابراین در این مقاله، رفتار شکست یک نوع سنگ (مرمریت قره) در حالت بارگذاری مرکب کششی-برشی با استفاده از قطعات دیسکی شکل با ابعاد مختلف به صورت آزمایشگاهی بررسی می‌شود. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که هر چقدر ابعاد قطعه بزرگ‌تر شود، مقادیر چقرمگی شکست که بیان‌گر میزان مقاومت سنگ در برابر رشد ترک است، نیز بیشتر می‌شود. بنابراین برای محاسبه شکست توده‌های بزرگ سنگی باید ارتباط بین مقادیر چقرمگی شکست با ابعاد قطعه را دانست. بنابراین، معیاری ارائه شد تا بتوان با کمک آن شرایط شکست قطعات با ابعاد مختلف را تخمین زد. این معیار بر اساس معیار بیشینه تنش محیطی استوار است و در آن از ترم‌های مرتبه بالاتر روابط تنش اطراف ترک استفاده شده است. در انتها نشان داده می‌شود که معیار مذکور قابلیت بررسی شکست قطعات با ابعاد مختلف در حالت بارگذاری مرکب کششی-برشی را دارد.

کلمات کلیدی

اثرات اندازه، چقرمگی شکست ظاهری، بارگذاری مرکب کششی-برشی، سنگ مرمریت قره.

۱. مقدمه

بررسی شکست توده‌های سنگی و تعیین مقاومت آن‌ها در برابر شکست، از جمله مسایل مهمی است که مهندسين معدن با آن سروکار دارند. اهمیت این موضوع معمولاً از دو جنبه مورد توجه قرار می‌گیرد: اولی محاسبه بار اعمالی لازم جهت شکست توده‌های سنگی و دیگری محاسبه حداکثر بار مجاز با هدف جلوگیری از شکست توده‌ها. به عبارت دیگر، در برخی مواقع همچون حفاری معادن، شکست هیدرولیکی، ساختن تونل‌ها و غیره باید راهکاری به منظور شکست آسان‌تر توده‌های سنگی ارائه نمود تا هزینه‌های استحصال مواد معدنی را تا حد ممکن کاهش داد. از سوی دیگر، گاهی اوقات هم باید از گسترش ترک‌ها و شکست توده‌های سنگی جلوگیری کرد (همانند جلوگیری از ریزش تونل‌ها، دهانه معدن و غیره) تا از هزینه‌های ناشی از تخریب نامطلوب توده‌های سنگی پرهیز شود. بنابراین دانستن بار بحرانی برای شکست توده‌های سنگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اهمیت این موضوع زمانیکه در توده‌های سنگی شکاف‌های تیز وجود داشته باشد، دوچندان می‌شود. چرا که این شکاف‌های تیز محل مناسبی برای ایجاد و گسترش ترک‌ها بوده و حتی در برخی موارد خود این شکاف‌ها می‌توانند به عنوان ترک در نظر گرفته شوند. لذا، تاکنون تحقیقات وسیعی در مورد شکست قطعات سنگی به ویژه در حالتی که ترک در آن‌ها وجود داشته باشد، صورت گرفته است [۱-۳].

برای بررسی رفتار شکست مواد سنگی و محاسبه بار بحرانی شکست آن‌ها، باید خواص مکانیکی آن‌ها را با آزمایش بر روی قطعاتی با هندسه و ابعاد مشخصی که از سنگ مورد نظر تهیه شده‌اند، به دست آورد. یکی از روش‌هایی که با استفاده از آن می‌توان استحکام کششی، فشاری و یا خمشی سنگ را محاسبه نمود، آزمایش بر روی قطعاتی به صورت مغزه^۱ که از داخل سنگ استخراج شده‌اند، می‌باشد [۴]. یکی از خواص مکانیکی که در مورد بررسی رفتار شکست سنگ‌های ترک‌دار باید محاسبه شود، چقرمگی شکست سنگ (K_{Ic}) است. مقدار چقرمگی شکست (K_{Ic})، میزان مقاومت ماده در برابر رشد ترک در حالت بارگذاری استاتیکی را بیان می‌کند. این خاصیت ماده را می‌توان با استفاده از همان مغزه‌هایی که در داخل سنگ‌ها تهیه شده و فقط یک ترک در آن‌ها به صورت مصنوعی ایجاد شده است، به دست آورد [۵، ۶]. انتظار می‌رود که نتایج حاصل از آزمایش قطعات استخراج شده از توده‌های سنگی، مقدار چقرمگی شکست یکسانی را گزارش کنند، اما نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با بزرگ شدن ابعاد قطعه، مقدار چقرمگی شکست نیز بزرگتر می‌شود [۷-۹]. به عنوان

مثال، ماتسوکو و همکارانش [۱۰] با آزمایش بر روی قطعات استوانه‌ای تحت خمش از جنس ۸ نوع سنگ مختلف، نشان دادند که مقدار چقرمگی شکست این نوع سنگ‌ها با ابعاد قطعه تغییر می‌کند. بنابراین برای محاسبه بار بحرانی شکست و یا حد مجاز بار، باید ارتباط بین چقرمگی شکست با ابعاد قطعه را دانست تا از مقدار چقرمگی شکست متناسب با ابعاد واقعی قطعه استفاده نمود. تاکنون، تحقیقات زیادی در زمینه بررسی اثرات اندازه در قطعات ترک‌دار هنگامیکه تحت بارگذاری باز شونده (یا مود I خالص) قرار دارند، انجام گرفته است. تقریباً در تمامی این تحقیقات به جای بررسی مقدار چقرمگی شکست (K_{Ic})، تنش نامی قطعه در لحظه شکست (σ_N) که بیانگر بار نهایی شکست می‌باشد، بررسی شده است. وایبول^۲ [۱۱]، لیکستر^۳ [۱۲]، بازانت^۴ [۱۳]، کارپنتری^۵ [۱۴]، هو و دوآن^۶ [۱۵]، کاریهالو^۷ [۱۶]، کورنتی و همکارانش^۸ [۱۷]، ژنکیو و شاه^۹ [۱۸]، گوتز و بورست^{۱۰} [۱۹]، ارسلن و اینس^{۱۱} [۲۰]، ون مایر و ون ولیت^{۱۲} [۲۱]، لی و زانگ^{۱۳} [۲۲]، ساوما^{۱۴} و همکارانش [۲۳] از جمله محققینی هستند که در مورد بررسی اثرات اندازه در تخمین تنش نامی قطعات در لحظه شکست، روابط مختلفی را ارائه کرده‌اند. در بین معیارهای ارائه شده، معیاری که بازانت [۱۳] برای بررسی اثرات اندازه ارائه نموده است، به دلیل کاربرد فراوان به قانون اثرات اندازه بازانت معروف شده است.

نکته قابل توجه دیگر در مورد شکست توده‌های سنگی این است که ترک‌های اولیه در آن‌ها در راستای مشخصی ایجاد نمی‌شود و بسته به شرایط محیطی می‌تواند در هر راستایی نسبت به بار اعمالی به وجود آید. در این شرایط راستای ترک نسبت به راستای بارگذاری، طوری قرار می‌گیرد که علاوه بر بازشدگی دهانه ترک و یا فشرده شدن آن‌ها، لبه‌های ترک روی هم می‌لغزند. چنانچه لبه‌های ترک بدون هیچ بازشدگی در راستای ترک روی هم بلغزند، اصطلاحاً گفته می‌شود که بارگذاری برشی خالص یا مود II اتفاق افتاده است. از آنجا که مقاومت مواد سنگی در برابر کشش بسیار ضعیف‌تر از فشار می‌باشد، شرایط بازشدگی دهانه ترک بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد. با توجه به مطالب اشاره شده می‌توان گفت که بررسی شکست توده‌های ترک‌دار سنگی تحت اثر بارگذاری کششی-برشی و یا همان مود ترکیبی I/II از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مبحث اثرات اندازه در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II و حتی مود II خالص نیز می‌تواند صادق باشد و ضروری است که برای بررسی شکست مود ترکیبی قطعات ترک‌دار که دارای ابعاد مختلف هستند، اثرات ابعاد قطعه را نیز در نظر داشت. تاکنون تحقیقات زیادی در زمینه شکست مود II و یا مود ترکیبی قطعات ترک‌دار ساخته شده از مواد سنگی

ویژگی‌های قطعه‌ی فوق این است که با چرخاندن قطعه و دادن زاویه‌ای بین راستای بار و راستای ترک می‌توان ترکیب-های متعددی از بارگذاری مود ترکیبی I/II به دست آورد. در شکل ۱ شماتیکی از این قطعه نشان داده شده است. در این تحقیق، به منظور بررسی آزمایشگاهی رفتار شکست قطعات سنگی در حالت بارگذاری مود ترکیبی، از قطعات CCCD با ابعاد مختلف ($R=25, 50, 95, 190 \text{ mm}$) استفاده شده است. این قطعات از سنگ مرمریت قروه که یکی از معادن استان کردستان می‌باشد، تهیه شده‌اند. برای ساختن این نمونه‌ها، ورق‌هایی به ضخامت ثابت ۲۷ م.م. از سنگ مرمریت تهیه گردید و با استفاده از دستگاه واتر جت نمونه‌ها از داخل ورق سنگی بریده شدند. همچنین، در مرکز نمونه‌ها، شکافی متناسب با اندازه قطعه، با استفاده از دستگاه واتر جت ایجاد گردید. ضخامت شکاف ایجاد شده توسط دستگاه واتر جت ۱/۵ م.م. بود که برای ایجاد یک ترک نوک تیز، طول شکاف در هر طرف با استفاده از اره‌ای با ضخامت ۰/۱ م.م. به طول ۵ م.م. افزایش یافت. از آنجا که در این تحقیق، در تمامی نمونه‌ها نسبت نصف طول ترک به شعاع قطعه (a/R) برابر با ۰/۵ در نظر گرفته شده بود، طول نهایی ترک پس از تیز کردن با اره نصف قطر قطعه گردید. با توجه به اینکه نسبت نصف طول ترک به شعاع قطعه (a/R) برابر با ۰/۵ است، زاویه‌ای که بار باید با راستای ترک داشته باشد (زاویه α در شکل ۱) تا بارگذاری مود II خالص ایجاد گردد برابر با ۲۳ درجه می‌شود [۳۳]. همچنین، به منظور بررسی بارگذاری مود ترکیبی I/II تنها یک حالت (وقتیکه ضرایب شدت تنش مود I و II با هم برابر باشند) در نظر گرفته شد که برای این حالت زاویه α برابر با ۹ درجه می‌گردد [۳۳]. در شکل ۲ نمونه‌های CCCD، ساخته شده از جنس سنگ مرمریت قروه نشان داده شده است. پس از تهیه و آماده‌سازی نمونه‌ها، آزمایش‌ها توسط دستگاه کشش-فشار سنتام با لودسل 50 kN تحت نرخ بارگذاری 0.5 mm/min انجام گرفت. شکل ۳ نشان دهنده نمونه‌ها پس از انجام آزمایش در حالت مود ترکیبی I/II ($K_I=K_{II}$) می‌باشد. در جدول (۱) ابعاد دقیق‌تر نمونه‌ها و بار شکست هرکدام بیان شده است. با توجه به اینکه سنگ‌ها، عموماً دارای پراکندگی زیاد در داده‌های آزمایشگاهی هستند، در جدول (۱) میانگین بارهای شکست (P_{II}) برای چهار آزمایش در هر نمونه آورده شده است. همچنین میزان انحراف از میانگین در ستون پنجم بیان شده است.

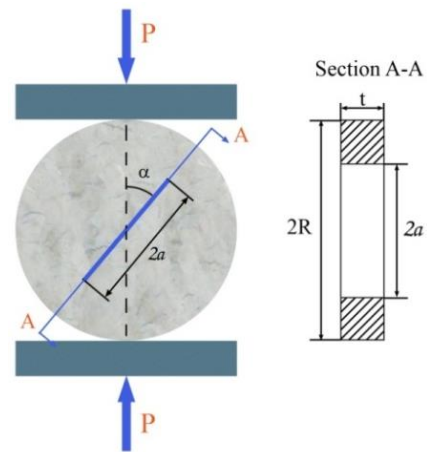
در یک اندازه مشخص صورت گرفته است [۲۴-۲۶]، اما در مورد بررسی اثرات اندازه در بارگذاری مود II خالص تحقیقات کمی انجام شده است و تنها می‌توان به چند مقاله از بازانت [۲۷، ۲۸] و بیولزی^{۱۵} [۲۹] و کارپنتری [۳۰] اشاره نمود. در مورد مود ترکیبی I/II نیز تاکنون کار تحقیقاتی‌ای که به بیان معیاری برای بررسی اثرات اندازه بپردازد، مشاهده نشده است و تنها در مرجع [۳۱] با انجام چند آزمون روند تغییرات نتایج آزمایشگاهی نشان داده شده است. همچنین تحقیقاتی توسط علیها و همکارانش [۷] صورت گرفته که در آن اثرات هندسه و ابعاد قطعه فقط روی زاویه شکست قطعات ترک‌دار سنگی در حالت بارگذاری مود ترکیبی بررسی شده است. بنابراین، ارائه معیاری که بتواند اثرات اندازه را در شکست قطعات تحت بارگذاری مود ترکیبی در نظر گیرد، ضروری می‌باشد.

در این مقاله، در ابتدا رفتار شکست یک نوع سنگ مرمریت (سنگ مرمریت قروه) در حالت بارگذاری مود ترکیبی که از طریق آزمایش قطعات دیسکی شکل دارای ترک مستقیم^{۱۶} (CCCD) با ابعاد مختلف، به دست آمده است، بررسی می‌گردد. نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با بزرگ شدن ابعاد قطعه، مقادیر چقرمگی شکست مود ترکیبی نیز افزایش می‌یابد. سپس، نحوه‌ی تغییرات مقادیر چقرمگی شکست با ابعاد قطعه، با استفاده از یک معیار جدید، بررسی می‌گردد. معیار جدید که به معیار بیشینه تنش محیطی اصلاح شده^{۱۷} (MMTS) موسوم است، بر مبنای معیار بیشینه تنش محیطی^{۱۸} (MTS) می‌باشد، با این تفاوت که اثرات جمله‌های مرتبه بالاتر از بسط سری ویلیامز در آن لحاظ شده است. به منظور استفاده از این معیار، باید ابعاد و اندازه ناحیه تخریب شده‌ی نوک ترک که به ناحیه آسیب^{۱۹} (FPZ) موسوم است را به دست آورد. در این تحقیق از دو رابطه برای محاسبه اندازه ناحیه آسیب استفاده شده است که یکی از آن‌ها رابطه‌ای است که اشمیت [۳۲] ارائه نموده و دیگری مدل اصلاح شده‌ای از رابطه اشمیت می‌باشد. همچنین یک رابطه برای بررسی تغییرات ناحیه آسیب با ابعاد قطعه نیز بیان می‌گردد. در انتها نتایج حاصل از آزمایش قطعات مرمریتی با استفاده از معیار جدید، ارزیابی می‌گردد و نشان داده می‌شود که معیار جدید قادر به تخمین رفتار شکست قطعات سنگی با ابعاد مختلف در حالت بارگذاری مود ترکیبی می‌باشد.

۲. بررسی شکست نمونه‌های سنگی (مرمریت قروه)

یکی از قطعات آزمایشگاهی مناسب برای اندازه‌گیری چقرمگی شکست مواد سنگی، قطعه دیسکی شکل با ترک مرکزی می‌باشد که به اختصار به آن‌ها CCCD گفته می‌شود. یکی از

	(R×t×a)			
CCCD (a/R=0.5)	25×27×12.5 (mm×mm×mm)	0	4936	246
		9	4750	258
		23	6073	311
	50×27×25 (mm×mm×mm)	0	8920	590
		9	8720	855
		23	8971	900
	95×27×47.5 (mm×mm×mm)	0	14637	1002
		9	15606	1213
		23	13905	1300
	190×27×95 (mm×mm×mm)	0	24309	912
		9	24542	1440
		23	20532	800
S. D.: Standard Deviation				



شکل ۱: شماتیکی از قطعه دیسکی شکل با ترک مرکزی (CCCD)

در گام بعدی باید پارامترهای شکست مربوط به هر نمونه را محاسبه کرد. یکی از مهم‌ترین پارامترهای شکست در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II، مقادیر بحرانی ضرایب شدت تنش K_{Iff} و K_{IIff} می‌باشند. برای محاسبه این پارامترها، می‌توان از روابط زیر استفاده نمود:

$$K_{Iff} = \frac{P_u}{Rt} \sqrt{2\pi R A_1^*} \quad (1)$$

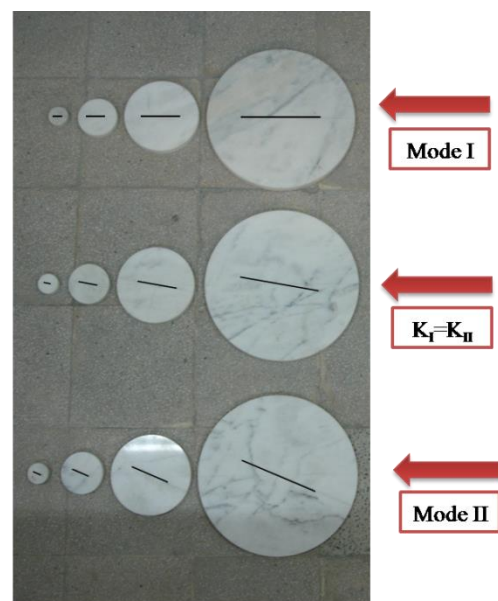
$$K_{IIff} = \frac{P_u}{Rt} \sqrt{2\pi R B_1^*} \quad (2)$$

که در این روابط P_u بار شکست، R و t به ترتیب شعاع و ضخامت قطعه می‌باشند. پارامترهای A_1^* و B_1^* کمیت‌های بی‌بعد شده هستند که می‌توان با استفاده از روش‌های عددی محاسبه شوند. این کمیت‌های بی‌بعد به اندازه‌ی قطعه و مقدار بار وابسته نیستند و فقط به شرایط بارگذاری و نسبت‌های هندسی همچون a/R بستگی دارد. با استفاده از تحلیل‌های المان محدود، مقادیر A_1^* و B_1^* برای قطعات CCCD با $a/R=0.5$ محاسبه گردیده و در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲: ضرایب بی‌بعد A_1^* و B_1^* برای نمونه‌ی CCCD با نسبت $a/R=0.5$ در سه زاویه مختلف.

α (Degrees)	A_1^*	B_1^*
0	0.221	0
9	0.178	0.176
23	0	0.34

با استفاده از مقادیر جدول (۲) و روابط (۱) و (۲)، مقادیر K_{Iff} و K_{IIff} مربوط به هر نمونه به دست آمده که در جدول (۳) ذکر شده‌اند. همچنین در شکل ۴ نمودار تغییرات مقادیر K_{Iff} برحسب K_{IIff} برای تمامی قطعات نشان داده شده است که عموماً از این نمودارها، برای بیان رفتار شکست قطعات در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II استفاده می‌شود. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، با بزرگ شدن شعاع قطعه،



شکل ۲: نمونه‌های CCCD از جنس سنگ مرمریت قروه در ابعاد مختلف.

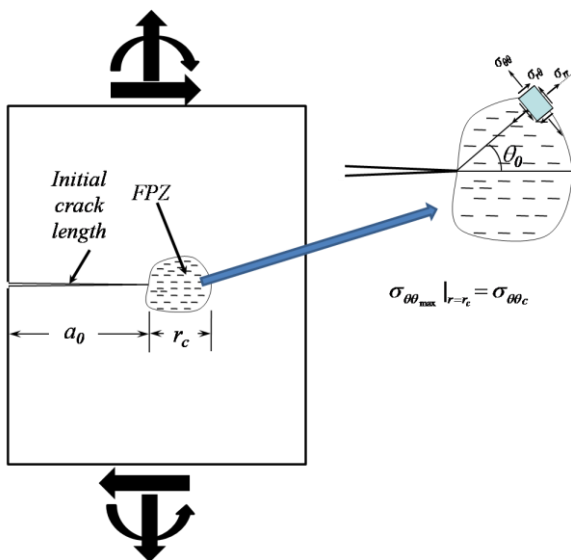


شکل ۳: نمونه‌های CCCD شکسته شده در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II

جدول ۱: مشخصات نمونه و بار شکست برای نمونه‌های سنگ قروه.

Geometry	Specimen and crack Dimensions	Crack angle α (Degrees)	P_u (N)	S. D. (N)
----------	-------------------------------	--------------------------------	-----------	-----------

در مواد شبه ترد همانند سنگ‌ها، هنگامیکه قطعه ترک‌دار تحت اثر بارگذاری قرار می‌گیرد، به دلیل تمرکز تنش شدید، تنش در نوک ترک بسیار زیاد شده و از حد تحمل ماده خارج می‌شود. در این حالت پیوندهای بین مواد در نوک ترک از هم جدا شده و باعث ایجاد ترک‌های بسیار ریزی در نوک ترک اولیه می‌گردد. به ناحیه‌ای که میکروتُرک‌ها در آن به وجود می‌آید، ناحیه آسیب (FPZ) گفته می‌شود. با افزایش بار، انباشتگی ترک‌های ریز به وجود آمده، بیشتر شده تا اینکه ماده‌ی اطراف ترک تحمل بار را نداشته و باعث رشد ترک می‌شود و در نهایت، در یک بار بحرانی قطعه دچار شکست می‌گردد. به دلیل خاصیت مادی مواد شبه ترد که در برابر تنش‌های کششی ضعیف هستند، رشد ترک عموماً در راستایی که بیشترین تنش کششی وجود دارد، رخ می‌دهد. به عبارت دیگر، پس از شکل‌گیری ناحیه آسیب، ترک در راستایی رشد می‌کند که بیشترین تنش کششی وجود داشته باشد. یکی از معیارهایی که برای تخمین شکست مواد شبه ترد مناسب است، معیار بیشینه تنش محیطی (MTS) می‌باشد که توسط اردوگان و سیه [۳۴] ارائه شده است. طبق این معیار، شکست در راستای بیشینه تنش محیطی (θ_0) رشد می‌کند. همچنین بر اساس این معیار، ترک زمانی رشد می‌کند که مقدار تنش محیطی ($\sigma_{\theta\theta}$) در انتهای ناحیه آسیب (r_c) به مقدار بحرانی مشخصه ماده، $\sigma_{\theta\theta_{max}} = \sigma_{\theta\theta_c}$ برسد. در شکل ۵ شماتیکی از اساس معیار MTS نشان داده شده است.



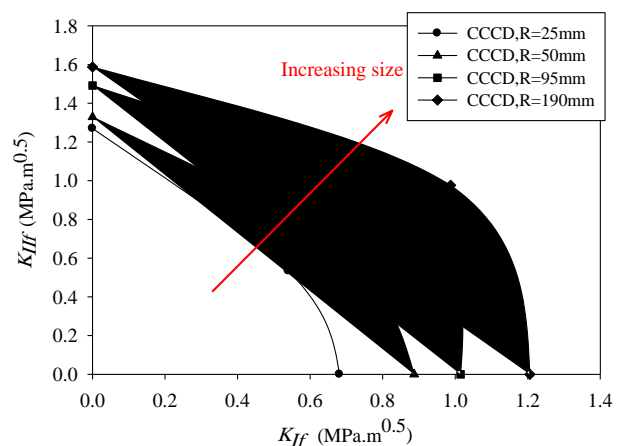
شکل ۵: توزیع تنش در نوک ترک برای مواد شبه ترد.

به منظور استفاده از معیار MTS، رابطه تنش محیطی مورد نیاز می‌باشد. ویلیامز [۳۵] روابط تنش‌های الاستیک اطراف

منحنی شکست قطعات نیز بزرگتر می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که رفتار شکست مواد سنگی، وابسته به ابعاد قطعه می‌باشد و برای بررسی شکست توده‌های بزرگ سنگی باید این وابستگی را در نظر داشت. لازم به ذکر است که مقدار بحرانی K_{If} در حالت مود I بارگذاری، همان مقدار چقرمگی شکست ماده می‌باشد. با مشاهده به شکل ۴ می‌توان دریافت که مقادیر چقرمگی شکست (مقادیر موجود در محور افقی) با ابعاد قطعه تغییر می‌کنند. از آنجاییکه مقادیر چقرمگی شکست نشان داده شده در این شکل با ابعاد قطعه تغییر می‌کند و مقداری ثابت نیستند، به صورت K_c نمایش داده می‌شوند تا با مقدار چقرمگی شکست ذاتی ماده (K_{Ic}) متفاوت باشد. در بخش بعدی، نتایج آزمایشگاهی با استفاده از معیار بیشینه تنش محیطی اصلاح شده (MMTS) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

جدول ۳: مقادیر بحرانی شدت تنش K_{If} و K_{III} برای نمونه‌های سنگ قروه.

Geometry	Specimen and crack Dimensions (R×t×a)	Crack angle α (Degrees)	K_{If} (MPa.m ^{0.5})	K_{III} (MPa.m ^{0.5})
CCCD (a/R=0.5)	25×27×12.5 (mm×mm×mm)	0	0.681	0
		9	0.54	0.534
		23	0	1.27
	50×27×25 (mm×mm×mm)	0	0.887	0
		9	0.67	0.662
		23	0	1.33
	95×27×47.5 (mm×mm×mm)	0	1.015	0
		9	0.87	0.86
		23	0	1.492
190×27×95 (mm×mm×mm)	0	1.206	0	
	9	0.987	0.976	
	23	0	1.587	



شکل ۴: نمودار شکست سنگ مرمریت قروه با استفاده از نمونه‌های CCD.

۳. معیار بیشینه تنش اصلاح شده در حالت کلی

ترک در مختصات قطبی را با استفاده از معادله بای هارمونیک به صورت یک بسط سری به دست آورد:

$$\begin{cases} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{cases} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} A_n r^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \begin{cases} \left(3 - \frac{n}{2}\right) \cos\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) + \left(\frac{n}{2} + (-1)^n\right) \cos\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \\ \left(\frac{n+1}{2}\right) \cos\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) - \left(\frac{n}{2} + (-1)^n\right) \cos\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \\ \left(\frac{n-1}{2}\right) \sin\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) - \left(\frac{n}{2} + (-1)^n\right) \sin\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \end{cases} \\ + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{n}{2} B_n r^{\frac{n-1}{2}} \begin{cases} \left(3 - \frac{n}{2}\right) \sin\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) + \left(\frac{n}{2} - (-1)^n\right) \sin\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \\ \left(\frac{n+1}{2}\right) \sin\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) - \left(\frac{n}{2} - (-1)^n\right) \sin\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \\ \left(1 - \frac{n}{2}\right) \cos\left(\frac{n-1}{2}\theta\right) + \left(\frac{n}{2} - (-1)^n\right) \cos\left(\frac{n+1}{2}\theta\right) \end{cases} \quad (3)$$

که در این رابطه r و θ مختصات قطبی نوک ترک می‌باشد. ضرایب A_n و B_n نیز ضرایب بسط سری ویلیامز هستند که به شرایط بارگذاری و ابعاد قطعه بستگی دارند. در حالت کلی می‌توان این ضرایب را به صورت زیر بر حسب پارامترهای بی- بعد شده A_n^* و B_n^* نوشت:

$$A_n = \frac{P}{Lt} L^{(1-n/2)} A_n^* \quad (4)$$

$$B_n = \frac{P}{Lt} L^{(1-n/2)} B_n^* \quad (5)$$

که در این روابط P بار اعمالی، t ضخامت قطعه و L یک بُعد مشخصه قطعه (مثلاً شعاع قطعه در نمونه‌های دیسکی شکل) می‌باشد. پارامترهای بی‌بعد شده A_n^* و B_n^* را می‌توان با استفاده از روش المان محدود محاسبه نمود. با توجه به معیار MTS، شکست در راستای بیشینه تنش مماسی (θ_0) رخ می‌دهد. در نتیجه تنش محیطی در راستای بحرانی (θ_0) را می‌توان با استفاده از رابطه (۳) به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r, \theta_0) = & \left\{ \frac{3}{4} r^{-0.5} A_1 \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) + 4A_2 (\sin^2 \theta_0) \right\} + \dots \\ & \left\{ + \frac{15}{4} r^{0.5} A_3 \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} + \dots \\ & - \left\{ - \frac{3}{4} r^{-0.5} B_1 \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + B_2(0) + \right\} + \dots \\ & - \left\{ \frac{15}{4} r^{0.5} B_3 \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

در این رابطه A_1 و B_1 که قبلاً در روابط (۱) و (۲) نیز بیان شده بودند، با ضرایب شدت تنش K_I و K_{II} به صورت $A_1 = K_I / \sqrt{2\pi}$ ، $B_1 = -K_{II} / \sqrt{2\pi}$ پارامتر A_2 با تنش T به صورت $A_2 = T/4$ ارتباط دارد که در برخی تحقیقات نشان داده شده است، پارامتر تنش T در تخمین رفتار شکست قطعات سنگی نقش مهمی ایفا می‌کند

[۳۶-۳۸]. در فاصله‌های کوچک از نوک ترک (جایی که r کوچک باشد)، جمله اول رابطه (۶) که به ترم سینگولار تنش معروف است، بیشترین نقش را در محاسبه تنش ایفا می‌کند و لذا در اغلب موارد فقط این ترم برای تعریف تنش‌های نزدیک ترک در نظر گرفته می‌شود. به عنوان مثال، در معیار MTS [۳۴] فقط از جمله اول رابطه (۶) یا همان ترم سینگولار استفاده می‌شود و با برابر قرار دادن آن با $\sigma_{\theta\theta}$ که می‌تواند استحکام کششی ماده باشد [۳۲، ۳۹]، شرایط شکست تخمین زده می‌شود. اما در مواد شبه ترد، فاصله بحرانی (r_c) نسبتاً بزرگ بوده و لازم است که تنش در فاصله‌های دورتر از نوک ترک محاسبه گردد. لذا اثرات ترم سینگولار در فاصله بحرانی (r_c) کمتر شده و برای محاسبه دقیق‌تر تنش محیطی باید اثرات ترم‌های مرتبه بالاتر نیز لحاظ شود. با در نظر گرفتن سه جمله از هر سری در رابطه (۶)، مؤلفه بیشینه تنش محیطی در فاصله بحرانی را می‌توان به صورت رابطه (۷) نوشت و با برابر قرار دادن آن با استحکام ماده، شرایط شکست را بیان نمود:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r_c, \theta_0) = & \left\{ \frac{3}{4} \frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) + 4A_{2c} (\sin^2 \theta_0) + \right. \\ & \left. \frac{15}{4} A_{3c} \sqrt{r_c} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} \\ & - \left\{ + \frac{3}{4} \frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + B_{2c}(0) + \right. \\ & \left. \frac{15}{4} B_{3c} \sqrt{r_c} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} = f_t \end{aligned} \quad (7)$$

که A_{2c} ، A_{3c} و B_{3c} مقادیر بحرانی A_2 ، A_3 و B_3 می‌باشند. همچنین K_{If} و K_{IIc} مقادیر بحرانی ضرایب شدت تنش می- باشند که در بخش قبلی برای قطعات سنگی با استفاده از روابط (۱) و (۲) محاسبه شده‌اند. با جاگذاری روابط (۴) و (۵)، در رابطه (۷) می‌توان شرایط شکست را بر حسب پارامترهای بی‌بعد نوشت:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = f_t = & \left\{ \frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left[\frac{3}{4} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) + 4 \frac{A_2^*}{A_1^*} \sqrt{\frac{r_c}{L}} (\sin^2 \theta_0) \right] \right. \\ & \left. + \frac{15}{4} \frac{A_3^*}{A_1^*} \sqrt{\frac{r_c}{L}} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} \\ & - \left\{ - \frac{3}{4} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{15}{4} \frac{B_3^*}{B_1^*} \sqrt{\frac{r_c}{L}} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

در حالت بارگذاری عمومی ارائه کرده است و به صورت زیر می‌باشد:

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_c}{f_t} \right)^2 \quad (11)$$

که در این رابطه f_t استحکام کششی ماده و K_c چقرمگی شکست ظاهری ماده (همان K_{If} در مود I) می‌باشد. چنانچه در روش اشمیت از جملات مرتبه بالاتر بسط سری ویلیامز استفاده شود، می‌توان رابطه‌ی دیگری (رابطه ۱۲) نیز برای تعریف اندازه ناحیه آسیب ارائه نمود که در ادامه محاسبات از این رابطه نیز استفاده شده است. برای سادگی کار، از این به بعد اندازه ناحیه آسیب که از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شوند، و پارامترهای مربوط به آن با علامت پریم " نشان داده خواهند شد.

$$r'_c = \left[\frac{f_t \sqrt{2\pi} \pm \sqrt{2\pi f_t^2 - 12 \frac{A_3^* K_c^2}{A_1^* L}}}{6 \frac{A_3^* K_c}{A_1^* L}} \right]^2 \quad (12)$$

که در این رابطه A_1^* و A_3^* به ترتیب ضرایب بی بعد شده جملات اول و سوم بسط سری ویلیامز می‌باشند. نکته مهم دیگر در مورد مقدار r_c این است که آیا اندازه ناحیه آسیب نیز به ابعاد قطعه وابستگی دارد یا خیر؟ نتایج تحقیقات نشان‌دهنده آن است که اندازه ناحیه آسیب به اندازه قطعه وابستگی دارد و با بزرگ‌تر شدن ابعاد قطعه، ناحیه آسیب بزرگ‌تر شده تا جایی که از یک اندازه به بعد ناحیه آسیب تغییر نمی‌کند [۴۱]. به عبارت دیگر، در ابعاد بسیار بزرگ اندازه ناحیه آسیب وابستگی به اندازه قطعه نداشته و جزو خواص ماده می‌باشد [۴۱]. برای بیان ارتباط بین اندازه ناحیه آسیب و ابعاد قطعه تاکنون روابطی ارائه شده است [۱۶، ۴۳]. با توجه به فرم کلی روابط ارائه شده در مراجع [۱۶، ۴۳]، می‌توان تغییرات r_c بر حسب ابعاد قطعه را به شکل رابطه (۱۳) ساده نمود:

$$r_c = \frac{A}{1 + \frac{B}{L}} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) ضرایب A و B را می‌توان بر حسب پارامترهای هندسی (A_1^*) و خواص ریزساختاری مواد سنگی به دست

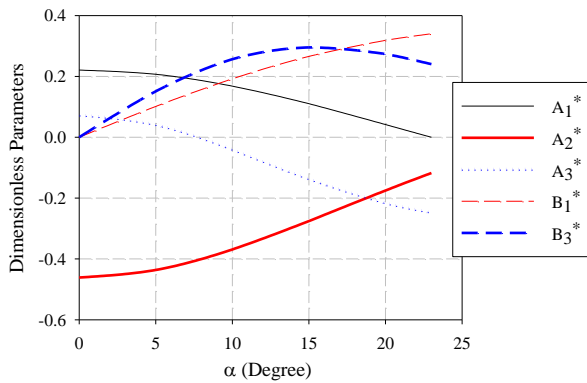
با مشتق گیری از رابطه (۸) و برابر با صفر قرار دادن آن، زاویه شروع شکست (θ_0) قابل محاسبه می‌باشد:

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = \left[\frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left\{ \frac{3}{4} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) + 4 \frac{A_2^*}{A_1^*} \sqrt{\frac{r_c}{L}} (\sin^2 \theta_0) \right\} \right. \\ \left. - \frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left\{ -\frac{3}{4} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{15}{4} \frac{B_3^*}{B_1^*} \frac{r_c}{L} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - \frac{1}{5} \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) \right\} \right] = 0 \Rightarrow \\ -\frac{3}{8} \sqrt{\frac{L}{r_c}} A_1^* \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) + 4 A_2^* (\sin 2\theta_0) \\ - \frac{15}{8} A_3^* \sqrt{\frac{r_c}{L}} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} - \sin \frac{5\theta_0}{2} \right) \\ + \frac{3}{8} \sqrt{\frac{L}{r_c}} B_1^* \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + 3 \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) \\ - \frac{15}{8} \sqrt{\frac{r_c}{L}} B_3^* \left(\cos \frac{\theta_0}{2} - 5 \cos \frac{5\theta_0}{2} \right) = 0 \quad (9)$$

البته از ریشه‌های معادله (۹)، مقداری از (θ_0) قابل قبول است که مشتق دوم رابطه (۸) را منفی کند ($\frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0$)، تا شرط بیشینه بودن تنش محیطی را ارضا نماید. به طور خلاصه می‌توان گفت که با استفاده از رابطه (۹) زاویه شروع شکست محاسبه شده و سپس در رابطه (۶) جاگذاری می‌گردد تا شرایط شروع شکست تخمین زده شود. به عنوان مثال، در حالت مود I بارگذاری به دلیل تقارن، زاویه شروع شکست از معادله (۹) برابر با صفر به دست می‌آید. در نتیجه رابطه (۶) برای مود I بارگذاری به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\sigma_{\theta\theta} = f_t = \frac{K_{If}}{\sqrt{2\pi r_c}} \left(1 + 3 \frac{A_3^*}{A_1^*} \frac{r_c}{L} \right) \quad (10)$$

به منظور استفاده از روابط (۸) و (۹)، لازم است تا مقدار فاصله بحرانی (r_c) محاسبه شود. در مورد r_c دو نکته حائز اهمیت می‌باشد: یکی نحوه‌ی محاسبه آن و دیگری بررسی ارتباط بین طول ناحیه‌ی آسیب و ابعاد قطعه. در مورد نحوه‌ی محاسبه r_c ، تاکنون روابط مختلفی برای محاسبه ناحیه‌ی آسیب ارائه شده است [۳۲، ۴۰-۴۲]. در این تحقیق از دو رابطه‌ی زیر برای محاسبه r_c استفاده می‌شود: اولی رابطه‌ی است که اشمیت [۳۲] با استفاده از مبنای معیار بیشینه تنش



شکل ۶: کمیت‌های بی‌بعد جملات بسط سری ویلیامز برای قطعه CCCD با نسبت $a/R=0.5$

در گام بعدی، باید اندازه ناحیه آسیب یا همان r_c را محاسبه نمود که برای این منظور، از رابطه (۱۱) و یا از رابطه (۱۲) استفاده شده است. در جدول ۴ مقادیر فاصله بحرانی به دست آمده از دو رابطه (۱۱) و (۱۲) بیان شده است. لازم به ذکر است که مقدار استحکام کششی سنگ مورد نظر برابر با $5/4$ مگاپاسکال می باشد که از طریق آزمایش کشش غیر مستقیم بر روی دیسکی با قطر ۱۰۰ م.م. به دست آمده است.

جدول ۴: مقادیر ناحیه آسیب حاصل از قطعات CCCD در حالت مود I

Geometry	R (mm)	P_u (N)	K_c (MPa.m ^{0.5})	r_c (mm)	r'_c (mm)
CCCD ($a/R=0.5$)	25	4936	0.681	2.56	3.26
	50	8920	0.887	4.34	5.29
	95	14637	1.015	5.68	6.46
	190	24309	1.206	9.32	10.34

پس از محاسبه اندازه ناحیه آسیب برای هر نمونه، باید نحوه تغییرات اندازه ناحیه آسیب با ابعاد قطعه را به دست آورد. به عبارت دیگر، باید مقادیر A و B در رابطه (۱۳) را محاسبه نمود. با کمی عملیات ریاضی و در نظر گرفتن R به جای L (بعد مشخصه در قطعات CCCD همان شعاع قطعه R می باشد)، می توان رابطه (۱۳) را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{r_c} = \frac{1}{A} + \frac{1}{A} \frac{B}{R} \quad (14)$$

با توجه به رابطه (۱۴)، با رسم مقادیر $1/r_c$ بر حسب $1/R$ و سپس با عبور دادن یک خط از میان داده‌ها ضرایب A و B را می توان محاسبه کرد. در شکل ۷ خط عبور داده شده از نتایج آزمایشگاهی و ضرایب مربوط به رابطه (۱۳) و همچنین منحنی فاصله بحرانی بر حسب شعاع قطعه نشان داده شده است. در شکل ۷، پارامترهای A و B مربوط به حالتی است که از رابطه (۱۱) برای محاسبه r_c استفاده شود و چنانچه از

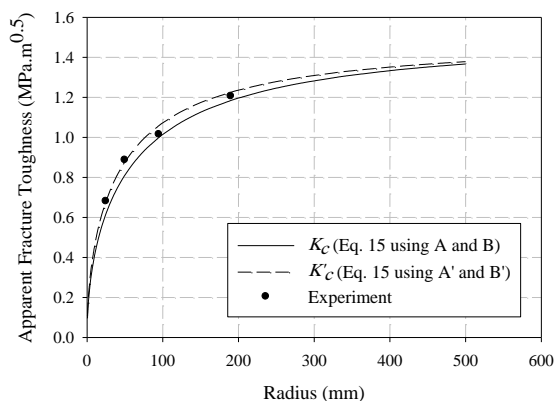
آورد. اما روش ساده تر آن است که مقادیر A و B را با استفاده از نتایج آزمایشگاهی روی قطعاتی با شباهت هندسی ولی با اندازه‌های مختلف تعیین نمود. در بخش بعدی در مورد نحوه-ی محاسبه این دو ضریب صحبت خواهد شد.

حال با وارد کردن مقدار r_c متناسب با ابعاد قطعه (که از رابطه ۱۳ استخراج می‌شود)، در رابطه (۹)، می توان زاویه شروع شکست را محاسبه نمود. سپس با جاگذاری زاویه شروع شکست (θ_0) و فاصله بحرانی (r_c) در رابطه (۸)، می توان شرایط شروع شکست قطعات در حالت بارگذاری مود ترکیبی را تخمین زد.

با توجه به اینکه معیار مذکور (رابطه ۸) بر پایه‌ی مفاهیم مربوط به معیار بیشینه تنش محیطی استوار است، می توان معیار ارائه شده را معیار بیشینه تنش محیطی اصلاح شده (MMTS) نام نهاد. در بخش بعدی نتایج حاصل از شکست قطعات CCCD از جنس سنگ مرمریت قرهه با استفاده از معیار MMTS ارزیابی می‌گردد.

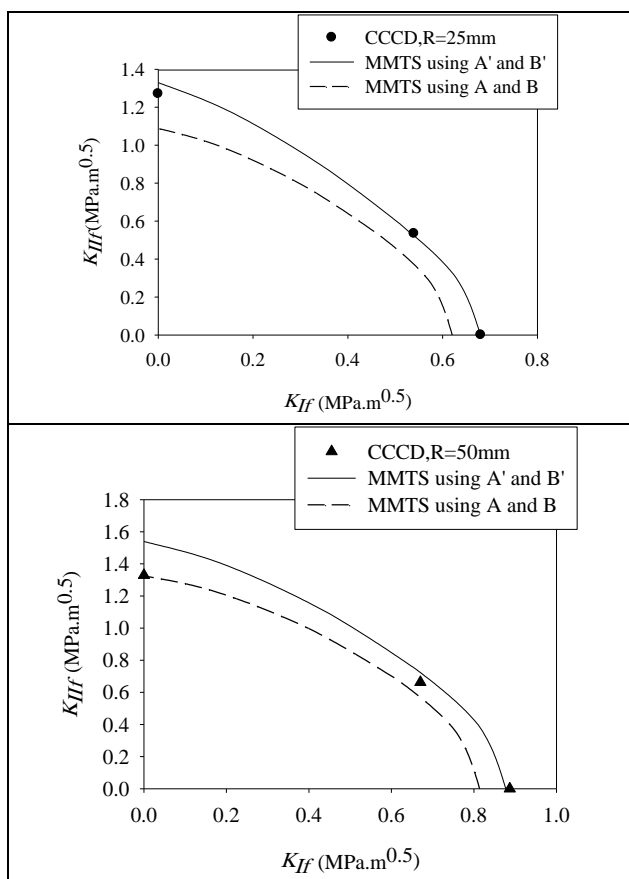
۴. ارزیابی نتایج شکست سنگ مرمریت با استفاده از معیار MMTS

به منظور ارزیابی نتایج آزمایشگاهی حاصل از قطعات CCCD با استفاده از معیار MMTS، در ابتدا باید پارامترهای بی‌بعد A_1^* ، A_2^* ، A_3^* ، B_1^* و B_3^* برای نمونه‌های CCCD محاسبه شود. در این تحقیق، برای محاسبه این کمیت‌های بی‌بعد، از حل عددی و روش FEOD [۴۴] استفاده شده است. در روش FEOD ابتدا حوزه جابجایی اطراف ترک با استفاده از روش المان محدود محاسبه می‌شود و سپس با استفاده از رابطه حوزه جابجایی که توسط ویلیامز [۳۵] محاسبه شده است، ضرایب بسط سری ویلیامز محاسبه می‌گردد. سپس با استفاده از روابط (۴) و (۵) کمیت‌های بی‌بعد A_1^* ، A_2^* ، A_3^* و B_1^* و B_3^* به دست می‌آیند. در نمودار شکل ۶ این کمیت‌های بی‌بعد برای نمونه CCCD با نسبت $a/R=0.5$ بر حسب زاویه‌ی α نشان داده شده است. لازم به ذکر است که مقادیر جدول (۲) را می توان از این شکل استخراج نمود.



شکل ۸: نمودار تغییرات چقرمگی شکست ظاهری با شعاع قطعه.

حال با قرار دادن $L=R$ در رابطه (۹) و مقدار r_c متناسب با ابعاد قطعه (به عبارت دیگر r_c به صورت $r_c=A/(1+B/R)$ و یا $r'_c=A/(1+B'/R)$ وارد معادله شود) می‌توان زاویه شروع شکست را محاسبه نمود. سپس با قرار دادن این مقدار زاویه و سایر پارامترهای مورد نیاز در رابطه (۸)، می‌توان نمودار شکست قطعات در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II را ترسیم نمود. لازم به ذکر است که در روند محاسباتی معیار MMTS، کمیت‌های بی‌بعد A_1^* ، A_2^* ، A_3^* ، B_1^* و B_3^* از شکل ۶ استخراج شده‌اند. در شکل ۹ نمودار شکست برای قطعات CCCD به طور جداگانه برای هر اندازه رسم شده است.

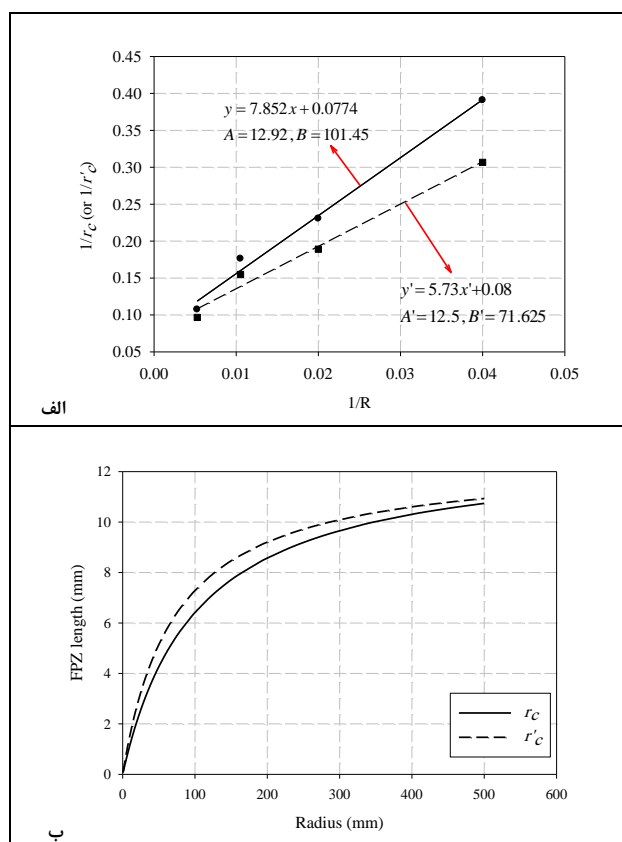


رابطه (۱۲) استفاده گردد، پارامترهای A' و B' حاصل می‌شوند.

پس از محاسبه نحوه تغییرات r_c با ابعاد قطعه و جاگذاری آن در رابطه (۱۰)، می‌توان نحوه تغییرات چقرمگی شکست ظاهری (K_c) با ابعاد قطعه را به دست آورد. به عبارت دیگر، با در نظر گرفتن رابطه (۱۳) و قرار دادن $L=R$ ، رابطه (۱۰) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد که بیانگر تغییرات چقرمگی شکست با ابعاد قطعه می‌باشد:

$$K_c = \frac{f_t \sqrt{2\pi \frac{A}{B} \left(1 + \frac{R}{B}\right)}}{\left(1 + 3 \frac{A_3^*}{A_1^*} \frac{A}{R+B}\right)} \quad (15)$$

نمودار شکل ۸ نشان دهنده نحوه تغییرات مقدار چقرمگی شکست ماده با شعاع قطعه CCCD می‌باشد. با توجه به این نمودار می‌توان گفت که چنانچه از ضرایب A' و B' در رابطه (۱۵) استفاده شود، معیار MMTS نتایج را بهتر تخمین می‌زند. به عبارت دیگر، اگر از رابطه (۱۲) برای محاسبه فاصله بحرانی استفاده گردد، تخمین معیار MMTS به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌شود.



شکل ۱۰: الف) عبور دادن خط برای محاسبه ضرایب A و B ، ب) منحنی r_c بر حسب شعاع قطعه.

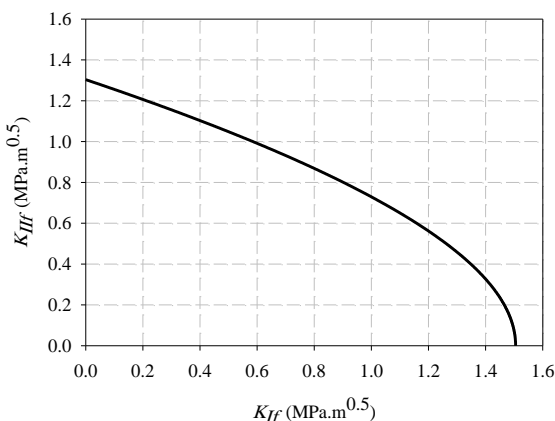
A (ویا A') می‌گردد. از آنجا که مقدار A' نتایج بهتری را نسبت به مقدار A پیش‌بینی می‌کند، بنابراین برای محاسبه r_{∞} از A' (که برابر با ۱۲/۵ م.م. است) استفاده می‌شود. با جاگذاری $r_{\infty}=12.5 \text{ mm}$ و $f_i=5.4 \text{ MPa}$ در رابطه (۱۶)، مقدار K_{Ic} برابر با $1.5 \text{ MPa.m}^{0.5}$ محاسبه می‌شود.

در حالت بارگذاری مود ترکیبی نیز، با در نظر گرفتن $L \rightarrow \infty$ در رابطه (۸)، می‌توان شرایط شکست را تخمین زد. در این حالت، برخی از جملات رابطه (۸) صفر شده و فقط رابطه زیر باقی می‌ماند:

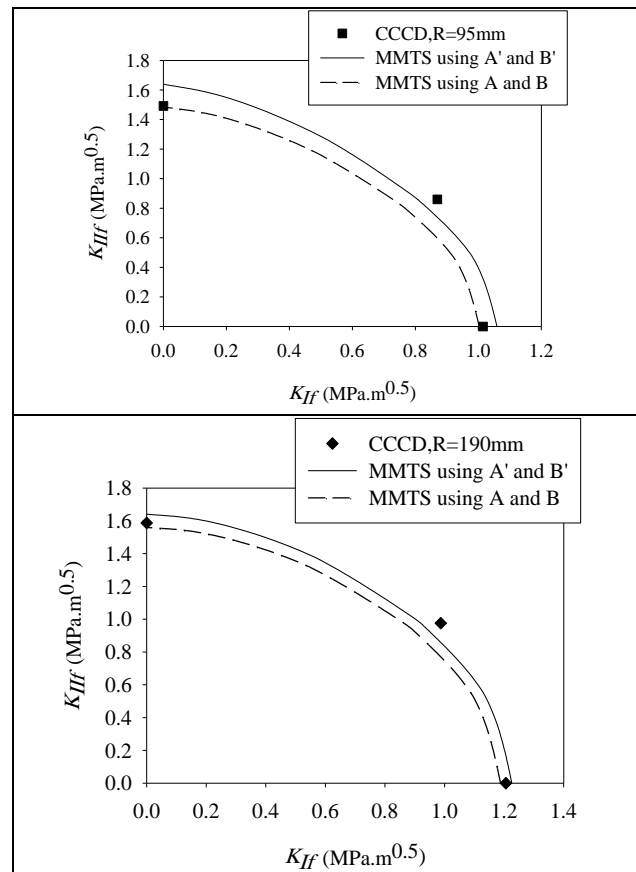
$$\sigma_{\theta\theta} = f_i = \frac{K_{IIf}}{\sqrt{2\pi r_{\infty}}} \left\{ \frac{3}{4} \left(\cos \frac{\theta_0}{2} + \frac{1}{3} \cos \frac{3\theta_0}{2} \right) \right\} - \frac{K_{IIIf}}{\sqrt{2\pi r_{\infty}}} \left\{ -\frac{3}{4} \left(\sin \frac{\theta_0}{2} + \sin \frac{3\theta_0}{2} \right) \right\} \quad (17)$$

رابطه (۱۷) همان معیار متداول MTS [۳۴] می‌باشد که در آن مقدار بحرانی $\sigma_{\theta\theta}$ برابر با استحکام کششی در نظر گرفته شده است.

حال با جاگذاری مقادیر مربوطه در رابطه (۱۷) می‌توان شرایط شکست قطعات سنگی بزرگ از جنس مرمریت قروه را در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II تخمین زد. در شکل ۱۰ نمودار شرایط شکست برای قطعات بزرگ سنگی نشان داده شده است. با استفاده از این نمودار می‌توان بار شکست توده‌های سنگی در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II را محاسبه نمود و از آن جهت طراحی قیود مناسب برای جلوگیری از شکست توده‌های سنگی و یا شکست آسان‌تر آن‌ها استفاده نمود. پر واضح است که در حالت مود I بارگذاری، مقدار K_{Ic} با مقدار $K_{Ic}=1.5 \text{ MPa.m}^{0.5}$ برابر است.



شکل ۱۰: تخمین شرایط شکست برای توده‌های بزرگ سنگی در حالت بارگذاری مود ترکیبی با استفاده از معیار MMTS.



شکل ۹: تخمین شرایط شکست قطعات با ابعاد مختلف در حالت بارگذاری مود ترکیبی با استفاده از معیار MMTS.

همانطور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، معیار MMTS قادر است تا شکست قطعات CCCD با ابعاد مختلف و حالت بارگذاری مختلف را به صورت مناسبی پیش‌بینی کند. شایان ذکر است که در روند محاسبات معیار MMTS فقط مقادیر بار شکست مربوط به حالت مود I بارگذاری (در محاسبه نحوه تغییرات اندازه ناحیه آسیب) نیاز است. به عبارت دیگر، فقط با داشتن بار شکست قطعات در حالت مود I بارگذاری می‌توان شکست در ابعاد مختلف و حالت‌های گوناگون بارگذاری را تخمین زد. این نکته از مزایای مهم معیار MMTS می‌باشد.

در حالت واقعی، توده‌های سنگی اغلب در ابعاد بسیار بزرگ قرار دارند و برای محاسبه بار شکست آن‌ها، باید شرایط شکست برای قطعات بسیار بزرگ را پیش‌بینی نمود. برای این منظور، در ابتدا لازم است تا مقدار چقرمگی شکست ذاتی ماده (K_{Ic}) که به ابعاد قطعه وابستگی ندارد، را به دست آورد. با استفاده از رابطه (۱۵) می‌توان مقدار K_{Ic} را با در نظر گرفتن $R \rightarrow \infty$ به صورت زیر محاسبه نمود:

$$K_{Ic} = f_i \sqrt{2\pi r_{\infty}} \quad (16)$$

در این رابطه r_{∞} اندازه ناحیه آسیب برای قطعه بسیار بزرگ می‌باشد که می‌تواند از رابطه (۱۳) و یا نمودار شکل ۷-ب استخراج شود. با توجه به رابطه (۱۳)، مقدار r_{∞} برابر با ضریب

۵. نتیجه گیری

در این تحقیق شکست قطعات دیسکی شکل با ابعاد مختلف از جنس سنگ مرمریت قروه به صورت آزمایشگاهی بررسی گردید. نتایج آزمایشگاهی نشان دادند که مقادیر چقرمگی شکست قطعات در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II به ابعاد قطعه وابسته است و با بزرگ شدن ابعاد قطعه، مقادیر چقرمگی شکست نیز افزایش می‌یابد. بنا بر نتایج آزمایشگاهی می‌توان نتیجه گرفت که برای بررسی شکست توده‌های بزرگ سنگی، باید ارتباط بین مقادیر چقرمگی شکست و ابعاد قطعه را دانست. برای این منظور، معیاری بر اساس معیار بیشینه تنش محیطی ارائه گردید. در معیار جدید که به معیار بیشینه تنش محیطی اصلاح شده (MMTS) موسوم گشته، برای محاسبه تنش اطراف ترک از جملات مرتبه بالاتر بسط سری ویلیامز استفاده شده است. یکی از پارامترهای مهمی که در به کارگیری از معیار MMTS باید محاسبه شود، اندازه ناحیه آسیب می‌باشد که در این مقاله، دو رابطه برای محاسبه اندازه ناحیه آسیب مورد بررسی قرار گرفت. نتایج ارزیابی‌ها نشان داد که چنانچه جملات مرتبه بالاتر بسط سری ویلیامز در محاسبه اندازه ناحیه آسیب وارد شوند، تخمین شرایط شکست قطعات در حالت بارگذاری مود ترکیبی I/II از دقت بهتری برخوردار می‌گردد. همچنین در معیار MMTS، اندازه ناحیه آسیب وابسته به ابعاد قطعه در نظر گرفته شد و برای بیان این وابستگی، رابطه‌ای مورد توجه قرار گرفت که ضرایب مربوط به این رابطه با استفاده از برازش خطی بر روی نتایج آزمایشگاهی مود I به دست آمدند. در پایان نشان داده شد که معیار MMTS قابلیت بررسی شکست قطعات سنگی با ابعاد مختلف تحت شرایط بارگذاری مود ترکیبی I/II را دارد و برای توده‌های بزرگ سنگ مرمریت قروه، منحنی شکست مود ترکیبی استخراج شد.

مراجع

- [3] Wang QZ, Jia XM, Wu LZ. (2004) *Wide-range stress intensity factors for the ISRM suggested method using CCNBD specimens for rock fracture toughness tests*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences;41:709
- [4] Rocco C, Guinea G, Planas J, Elices M. (1999) *Size effect and boundary conditions in the Brazilian test: Experimental verification*. Materials and Structures; 32:210-7.
- [5] Fowell RJ. (1995) *Suggested method for determining mode I fracture toughness using Cracked Chevron Notched Brazilian Disc (CCNBD) specimens*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science & Geomechanics Abstracts;32:57-64.
- [6] Ouchterlony F. (1988) *ISRM Suggested methods for determining fracture toughness of rocks*. Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr;25:71-96.
- [7] Aliha MRM, Ayatollahi MR, Smith DJ, Pavier MJ. (2010) *Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading*. Engineering Fracture Mechanics;77:2200-12.
- [8] Bazant ZP, Gettu R, Kazemi MT. (1991) *Identification of nonlinear fracture properties from size effect tests and structural analysis based on geometry-dependent R-curves*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and;28:43-51.
- [9] Khan K, Al-Shayea NA. (2000) *Effect of specimen geometry and testing method on mixed Mode I-II fracture toughness of a limestone rock from Saudi Arabia*. Rock Mechanics and Rock Engineering; 33:179-206.
- [10] Matsuki K, Hasibuan SS, Takahashi H. (1991) *Specimen size requirements for determining the inherent fracture toughness of rocks according to the ISRM suggested methods*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and;28:365-74.
- [11] Weibull W. (1939) *Phenomenon of rupture in solids*. Ingenioersvetenskaps Akad Handl;1:153-55.
- [12] Leicester RH. (1969) *The size effect of notches. Proceedings of the Second Australasian Conference on Mechanics of Materials and Structures*. Melbourne. p. 1-20.
- [13] Bazant ZP. (1984) *Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal*. Journal of Engineering Mechanics;110:518-35.
- [14] Carpinteri A. (1989) *Decrease of apparent tensile and bending strength with specimen size: Two different explanations based on fracture mechanics*. International Journal of Solids and Structures;25:407-29.
- [1] Wang QZ, Feng F, Ni M, Gou XP. (2011) *Measurement of mode I and mode II rock dynamic fracture toughness with cracked straight through flattened Brazilian disc impacted by split Hopkinson pressure bar*. Engineering Fracture Mechanics; 78:2455-69.
- [2] Wang QZ, Jia XM, Kou SQ, Zhang ZX, Lindqvist PA. (2004) *The flattened Brazilian disc specimen used for testing elastic modulus, tensile strength and fracture toughness of brittle rocks: analytical and numerical results*. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences;41:245-53.

- [29] Biolzi L. (1990) *Mixed mode fracture in concrete beams*. *Engineering Fracture Mechanics*;35:187-93.
- [30] Carpinteri A. (1988) *Interaction between tensile strength failure and mixed mode crack propagation in concrete*. *Materials and Structures*;21:403-409.
- [31] Wu Z, Dong W, Yi F, Yang S. (2007) *Experimental investigation on initial cracking criterion and size effect for I-II mixed mode fracture in concrete*. *Key Engineering Materials*;348-349:961-4.
- [32] Schmidt RA. (1980) *A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing*. *Proc 21st US Symp On Rock Mech*:581-90.
- [33] Ayatollahi MR, Aliha MRM. (2007) *Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading*. *Computational Materials Science*;38:660-70.
- [34] Erdogan F, Sih GC. (1963) *On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear*. *Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME*;85:519-25.
- [35] Williams ML. (1957) *On the stress distribution at the base of a stationary crack*. *Journal of Applied Mechanics*;24:109-14.
- [36] Ayatollahi MR, Aliha MRM, Hassani MM. (2006) *Mixed mode brittle fracture in PMMA - An experimental study using SCB specimens*. *Materials Science and Engineering A*;417:348-56.
- [37] Smith DJ, Ayatollahi MR, Pavier MJ. *The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading*. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 2001;24:137-50.
- [38] Smith DJ, Ayatollahi MR, Pavier MJ. *On the consequences of T-stress in elastic brittle fracture*. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2006;462:2415-37.
- [39] Hillerborg A, Modéer M, Petersson PE. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. *Cement and Concrete Research*. 1976;6:773-81.
- [40] Ayatollahi MR, Aliha MRM. *Fracture Analysis of Some Ceramics Under Mixed Mode Loading*. *Journal of the American Ceramic Society*. 2011;94:561-9.
- [41] Bazant ZP, Planas J. *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*. CRC Press in LLC; 1998.
- [42] Karihaloo BL. *Tension Softening Diagrams and Longitudinally Reinforced Beams*. In: Karihaloo
- [15] Hu X, Duan K. (2005) *Size effect on fracture of MEMS materials*. *Journal of Materials Science and Technology*;21:47-50.
- [16] Karihaloo BL. (1999) *Size effect in shallow and deep notched quasi-brittle structures*. *International Journal of Fracture*;95:379-90.
- [17] Cornetti P, Pugno N, Carpinteri A, Taylor D. (2006) *Finite fracture mechanics: A coupled stress and energy failure criterion*. *Engineering Fracture Mechanics*;73:2021-33.
- [18] Jenq YS, Shah SP. (1985) *A two parameter fracture model for concrete*. *Journal of Engineering Mechanics*;111:1227-1241.
- [19] Gutiérrez MA, De Borst R. (1999) *Deterministic and stochastic analysis of size effects and damage evolution in quasi-brittle materials*. *Archive of Applied Mechanics*;69:655-76.
- [20] Arslan A, Ince R. (1996) *The neural network approximation to the size effect in fracture of cementitious materials*. *Engineering Fracture Mechanics*;54:249-61.
- [21] Van Vliet MRA, Van Mier JGM. (2000) *Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension*. *Engineering Fracture Mechanics*;65:165-88.
- [22] Li J, Zhang XB. (2005) *A criterion study for non-singular stress concentrations with size effect*. *Strength, Fracture and Complexity*;3:205-15.
- [23] Saouma V, Natekar D, Hansen E. (2003) *Cohesive stresses and size effects in elasto-plastic and quasi-brittle materials*. *International Journal of Fracture*; 119:287-98.
- [24] Aliha MRM, Ashtari R, Ayatollahi MR. (2006) *Mode I and mode II fracture toughness testing for marble*. *J Appl Mech Mater*;5-6:181-8.
- [25] Al-Shayea NA. (2005) *Crack propagation trajectories for rocks under mixed mode I-II fracture*. *Engineering Geology*;81:84-97.
- [26] Ayatollahi MR, Aliha MRM. (2008) *On the use of Brazilian disc specimen for calculating mixed mode I-II fracture toughness of rock materials*. *Engineering Fracture Mechanics*. 2008;75:4631-41.
- [27] Bazant ZP, Kazemi MT. (1991) *Size effect on diagonal shear failure of beams without stirrups*. *ACI Structural Journal*;88:268-76.
- [28] Bazant ZP, Pfeiffer PA. (1986) *Shear fracture tests of concrete*. *Materials and Structures*;19:111-121.

GBaBL, editor. Fracture of brittle disordered materials: concrete, rock and ceramic 1995; 35-50.

[43] Bazant ZP, Kazemi MT. *Size effect in fracture of ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length*. Journal of the American Ceramic Society. 1990;73:1841-53.

[44] Ayatollahi MR, Nejati M. *An over-deterministic method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis*. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 2011;34:159-76.

-
- 1 - core
 - 2 - Weibull
 - 3 - Leicester
 - 4 - Bazant
 - 5 - Carpinteri
 - 6 - Xiaozhi Hu and Kia Duan
 - 7 - Karihaloo
 - 8 - Cornetti
 - 9 - Jenq and Shah
 - 10 - M. A. GutieÁrrez, R. De Borst
 - 11 - Arslan and Ince
 - 12 - Van Mier and Van Vliet
 - 13 - Li and Zhang
 - 14 - Saouma
 - 15 - Luigi Biolzi
 - 16 - center cracked circular disk
 - 17 - Modified maximum tangential stress
 - 18 - Maximum tangential stress
 - 19 - Fracture process zone

