

تحلیل پایداری تونل‌ها با در نظر گرفتن نیروی وزن و سختی پوشش

محمد رضا زارعی فرد^{۱*}

۱- استادیار گروه مهندسی عمران، مرکز آموزش عالی استهبان، استهبان، ایران zareefard@aut.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۶ - تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۲۹)

چکیده

در ترسیم منحنی‌های روش همگرایی-همجواری برای تونل‌ها همگرایی دیواره جانبی، سقف و کف ممکن است متفاوت باشد. دلیل آن وزن توده‌سنگ ناحیه پلاستیک یا گسیخته شده پیرامون تونل است. در این مقاله یک روش نیمه تحلیلی برای استخراج منحنی‌های پاسخ زمین و مشخصه پوشش برای یک تونل دایره‌ای حفاری شده در توده‌سنگ الاستوپلاستیک با رفتار کرنش نرم‌شونده ارائه می‌شود. در روش ارائه شده از معیار تسلیم و تابع پتانسیل پلاستیک مورکولمب برای توده‌سنگ استفاده می‌شود. شرایط متقارن محوری فرض می‌شود تا تأثیر وزن ناحیه پلاستیک بررسی شود. وزن توده‌سنگ پلاستیک به شکل یک نیروی گسترده شعاعی در نظر گرفته می‌شود. این نیرو در امتدادهای مختلف مقدار متفاوتی دارد. دو دیدگاه متفاوت پوشش انعطاف‌پذیر و پوشش انعطاف‌ناپذیر برای مدل‌سازی پوشش بتنی و اعمال سختی آن ارائه می‌شود. در دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر تأثیر پوشش به صورت یک فشار یکنواخت داخلی در نظر گرفته می‌شود که به سطح داخلی توده‌سنگ وارد می‌شود و در دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر پوشش به شکل یک استوانه جدار ضخیم الاستیک در نظر گرفته می‌شود. با ترکیب این دو دیدگاه می‌توان اثر سختی پوشش را اعمال کرد. معادلات حاکم را نمی‌توان به صورت تحلیلی حل کرد، بنابراین از روش تفاضل محدود برای حل آن‌ها استفاده می‌شود. از چندین مثال مشروح برای نشان دادن کارایی روش ارائه شده و بررسی بار گرانشی استفاده می‌شود. نتایج روش ارائه شده نشان می‌دهد که بار گرانشی بر پایداری تونل بسیار مؤثر است به خصوص در شرایطی که ناحیه پلاستیک بزرگی پیرامون تونل شکل بگیرد.

کلمات کلیدی

تونل، روش همگرایی همجواری، تحلیل الاستوپلاستیک، معیار گسیختگی مور-کولمب، رفتار کرنش نرم‌شونده، سختی پوشش، نیروی گرانش

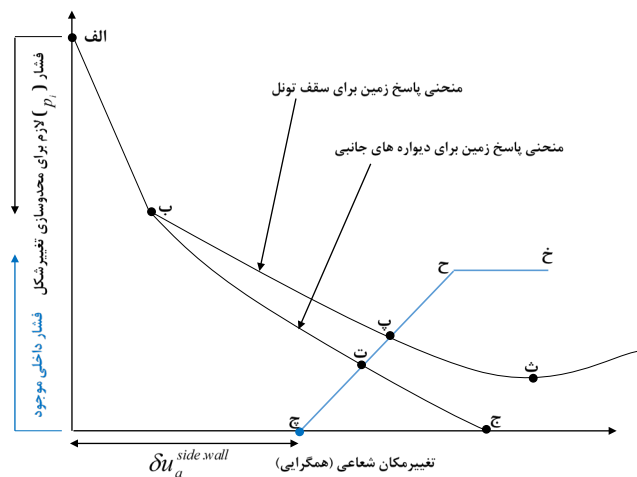
۱-مقدمه

در منحنی پاسخ زمین یک فشار ظاهری p_i برای اعمال تأثیر جبهه کار و سیستم نگهدار در نظر گرفته می‌شود. این منحنی را می‌توان از تحلیل الاستوپلاستیک تونل تحت فشار داخلی p_i به دست آورد. منحنی "الف-ب-ت-ج" در شکل ۱ منحنی پاسخ زمین برای دیواره جانبی را نشان می‌دهد. این منحنی از نقطه "الف" (با فشار داخلی برابر با تنش برجای اولیه $p_{i.max}^{side.wall} = \sigma_0$) شروع می‌شود و به نقطه "ج" (با فشار داخلی صفر $p_{i.min}^{side.wall} = 0$) خاتمه می‌یابد. در نقطه "ج" تونل بدون سیستم نگهدار است و فشار داخلی کمترین مقدار ممکن است ($p_{i.min} = 0$) و همگرایی بیشترین مقدار ممکن است. نقطه "ب" مشخص‌کننده فشار بحرانی $p_i = p_{cr}$ است که به ازای فشار بیشتر از آن رفتار الاستیک می‌ماند. در فشار داخلی کمتر از آن یک ناحیه پلاستیک با شعاع R_p در اطراف تونل ایجاد می‌شود. در یک تونل بدون سیستم نگهدار با حذف محصورشدگی ناشی از جبهه کار، سیستم در نقطه "ت" به تعادل نهایی می‌رسد (یعنی در محل برخورد منحنی پاسخ زمین و منحنی مشخصه پوشش). فشار در نقطه "ت" بیان‌کننده فشار داخلی یا بار طرح است که بین سیستم نگهدار و توده سنگ منتقل می‌شود.

در تعیین منحنی پاسخ زمین لازم است که بین همگرایی دیواره جانبی، سقف و کف تونل تفاوت قائل شد. دلیل آن اینست که بار ثقلی در امتدادهای مختلف یکسان نیست. در این ارتباط انتظار می‌رود که همگرایی سقف از دیواره جانبی بیشتر باشد. دلیل آن وزن توده سنگ پلاستیک یا گسیخته شده در امتداد سقف است [۱].

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود بخش الاستیک منحنی پاسخ زمین برای دیواره جانبی و سقف یکسان است (یعنی بخش "الف-ب") ولی بخش پلاستیک سقف بالاتر از دیواره جانبی است. برای سقف تونل یک نقطه حداقل در نقطه "ت" با فشار نهایی $p_i = p_{ult}$ ممکن است وجود داشته باشد. در این نقطه ظرفیت تحمل بار توده سنگ از بین می‌رود و وزن توده سنگ گسیخته شده باید تماماً به وسیله سیستم نگهدار تحمل شود. در این حالت حداقل فشار داخلی صفر نیست و برابر با فشار نهایی است ($p_{i.min} = p_{ult}$). بنابراین استفاده از سیستم نگهدار لازم است. مقادیر تجربی برای تخمین این حالت نهایی به وسیله محققین مختلف ارائه شده است [۲-۴]. در این حالت منحنی پاسخ زمین برای سقف شامل شاخه‌های نزولی و صعودیست. در اینجا باید به این نکته اشاره شود که یک اصل کلیدی در تونل‌زنی این است که باید

طراحی تونل‌ها با استفاده از روش‌های تجربی و نظری انجام می‌شود. روش‌های طراحی نظری عمدتاً بر اساس روش همگرایی-همجواری (CCM) و با کمک مدل‌های عددی یا تحلیلی انجام می‌شوند. استفاده از روش‌های نظری مستلزم شناخت کامل از رفتار توده سنگ است. در واقع یک مسأله کاملاً سه‌بعدی در تحلیل تونل وجود دارد. دلیل آن تأثیر جبهه کار در مجاورت محل نصب سیستم نگهدار تونل است. روش همگرایی-همجواری یک روش ساده دویبعدی برای تحلیل تونل‌ها است. روش همگرایی-همجواری از سه جزء اصلی تشکیل شده است: نیمرخ تغییرشکل طولی که تغییرشکل تونل بدون سیستم نگهدار در مجاورت جبهه کار را نشان می‌دهد، منحنی مشخصه سیستم نگهدار که رابطه فشار-همگرایی سیستم نگهدار را بیان می‌کند، و منحنی پاسخ زمین که افزایش همگرایی تونل با کاهش فشار سیستم نگهدار را بیان می‌کند. با استفاده همزمان این سه منحنی مجزا می‌توان شرایط پیچیده سه‌بعدی مجاور جبهه کار را به صورت مؤثر و ساده دویبعدی بررسی کرد. مفهوم منحنی پاسخ زمین و منحنی مشخصه پوشش در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱- مفاهیم منحنی پاسخ زمین (برای دیواره جانبی و سقف تونل) و منحنی مشخصه سیستم نگهدار تونل [۱]

منحنی پاسخ زمین و منحنی مشخصه پوشش مهمترین اجزاء روش همگرایی-همجواری و موضوع اصلی این مقاله اند.

در شکل ۱ خط "ج-ت-پ-ح-خ" مشخص‌کننده سیستم نگهداری است که بعد از یک همگرایی اولیه δu_a نصب شده است. با افزایش همگرایی فشار سیستم نگهدار افزایش می‌یابد تا اینکه سیستم نگهدار در نقطه "ح" تسلیم می‌شود.

روش بسیار تقریبی است و مبنای علمی و نظری اثبات شده‌ای ندارد. در این روش برای محاسبه منحنی همگرایی دیواره جانبی و شعاع پلاستیک R_p می‌توان از هر یک از روش‌های تحلیلی موجود [۵-۱۴] استفاده کرد.

روش‌های نظری بسیار محدودی وجود دارند که اثر وزن ناحیه پلاستیک پیرامون تونل را در نظر می‌گیرند [۳۱-۳۵]. قربانی و حسن زاده شوئیلی [۳۱] و هدایت و ویمز [۳۲] مدل‌هایی نیمه تحلیلی برای تحلیل تونل‌ها (به ترتیب در توده سنگ با معیارهای گسیختگی متحد و معیار گسیختگی هوک و براون) ارائه کردند. آن‌ها علاوه بر اثر وزن ناحیه پلاستیک، توده سنگ آسیب‌دیده ناشی از حفاری بدون کیفیت را نیز در تحلیل خود در نظر گرفتند. محمدی و همکاران [۳۳] یک روش حل بسته برای محاسبات تونل در توده سنگ مور-کولمب با در نظر گرفتن وزن ناحیه پلاستیک پیرامون تونل ارائه کردند. آن‌ها همچنین دو مفهوم "حداقل فشار نگهداری لازم" و "حداکثر کرنش مجاز" را مطرح کردند. طبق نتایج مشخص شد که با کاهش زاویه اتساع، حداکثر کرنش مجاز کاهش یافته و بایستی سیستم نگهداری سریع‌تر نصب شود. حیدری و فهیمی‌فر [۳۴] یک روش نیمه‌تحلیلی برای محاسبات تونل در توده سنگ هوک و براون با در نظر گرفتن وزن ناحیه پلاستیک پیرامون تونل ارائه کردند. آنها همچنین میزان اهمیت هر یک از پارامترهای هوک و براون را بررسی کردند. زارعی فرد و فهیمی‌فر [۳۵] روشی نیمه‌تحلیلی برای محاسبه تونل‌ها در توده سنگ با معیارهای گسیختگی هوک و براون برای امتدادهای مختلف ارائه کردند. نتایج این روش‌ها نشان‌دهنده اهمیت وزن ناحیه پلاستیک است.

در این روش‌ها غالباً وزن ناحیه پلاستیک به صورت یک نیروی گسترده حجمی شعاعی در نظر گرفته می‌شود. در این روش‌ها اثر سختی پوشش بر همگرایی در امتدادهای مختلف لحاظ نشده است. یعنی در این روش‌ها فشار پوشش در سطح داخلی تونل یکنواخت فرض می‌شود. به هر حال در واقعیت به دلیل سختی پوشش، فشار غیریکنواختی در سطح داخلی تونل ایجاد می‌شود. علاوه بر این همگرایی اولیه قبل از نصب پوشش نیز در امتدادهای مختلف متفاوت است. یعنی فشار داخلی p_i و همگرایی اولیه δu_a در امتداد سقف و دیواره‌های جانبی با هم برابر نیستند. علاوه بر این در روش‌های نظری موجود فشار نهایی p_{ult} نیز به دست نمی‌آید.

بنابراین در این تحقیق یک مدل نیمه‌تحلیلی برای تحلیل تونل در توده سنگ مورکولمب با در نظر گرفتن وزن ناحیه

بخش عمده‌ای از تحمل بار لازم تونل به وسیله مقاومت توده سنگ تأمین شود. یعنی ظرفیت تحمل بار توده سنگ حفظ شود. نقش اصلی سیستم نگهدار بسیج مقاومت توده سنگ است. بنابراین باید تا قبل از نقطه "ث" آنرا نصب کرد. بهترین حالت این است که سیستم نگهدار تا حد امکان نزدیک به نقطه "ث" نصب شود تا بتوان از مقاومت موجود توده سنگ استفاده کرد و سهم بار سیستم نگهدار را به حداقل رساند (اگر همگرایی قابل قبول باشد).

منحنی پاسخ زمین از تحلیل الاستوپلاستیک تونل دایره‌ای تحت فشار برجای هیدروستاتیک و فشار داخلی یکنواخت به دست می‌آید. در سال‌های اخیر مطالعات زیادی در مورد تحلیل تونل‌ها در توده سنگ الاستوپلاستیک انجام شده است [۱۴-۵]. محققین در استخراج منحنی پاسخ زمین مدل‌های رفتاری مختلفی را برای توده سنگ در نظر گرفته‌اند. این مدل‌ها شامل مدل الاستوپلاستیک ترد، مدل الاستوپلاستیک کامل و مدل‌های الاستوپلاستیک کرنش نرم‌شونده است. از مدل‌های الاستوپلاستیک ترد و کامل در روش‌های تحلیلی [۵-۱۰] و از مدل‌های الاستوپلاستیک کرنش نرم‌شونده در روش‌های نیمه تحلیلی [۵، ۱۱-۱۴] استفاده شده است. در این روش‌ها از معیارهای گسیختگی مور-کولمب یا هوک و براون [۱۵] استفاده شده است. برای بهبود این روش‌ها، در تحقیقات جدید آثار عوامل دیگری لحاظ شدند که در مدل‌های اولیه پیش‌بینی نشده بودند. این عوامل جدید شامل اثر تراوش [۱۶-۲۱]، تنش خارج از صفحه [۲۱-۲۲]، تغییر شکل‌های بزرگ [۲۶-۲۳]، ناحیه آسیب دیده در اثر آتشیاری [۲۷-۳۲]، و نیروی گرانش [۳۵-۳۱] است.

لازم است که تحلیل تونل تا حد امکان با شرایط واقعی مسأله همخوانی داشته باشد. همان‌طور که بحث شد یکی از مهم‌ترین موضوعات در پایداری تونل و منحنی همگرایی تأثیر نیروی ثقلی در امتدادهای مختلف است.

یک روش بسیار تقریبی در تخمین منحنی همگرایی سقف و کف تونل با داشتن منحنی همگرایی دیواره جانبی روش هوک و براون [۱] است. این روش بیشتر یک ترفند محاسباتی در برآورد منحنی سقف و کف تونل است تا یک روش تحلیل نظری با پشتوانه علمی. در این روش منحنی‌های همگرایی سقف و کف تونل برای یک فشار داخلی مشخص به ترتیب با اضافه و کم نمودن مقدار $\gamma(R_p - r_i)$ به همگرایی دیواره جانبی به دست می‌آیند. در این رابطه γ وزن مخصوص توده سنگ، r_i شعاع تونل و R_p شعاع ناحیه پلاستیک است. این

و θ زاویه نسبت به امتداد افقی است. معادله تعادل (۱) در مسأله کلی با تمام پیچیدگی های آن (شامل تونل غیردایره ای حفاری شده در عمق کم در توده سنگ ناهمسان و تحت تنش-های برجای ناهمسانگرد) حاکم است. ولی به هر حال یافتن حل تحلیلی برای آن بدون ساده سازی امکان پذیر نیست.

در صورت در نظر گرفتن نیروی گرانش با مؤلفه های شعاعی و مماسی، برای معادله دیفرانسیل (۱) نمی توان حل تحلیلی به دست آورد. اما همان طور که در تحقیقات قبلی [۳۱-۳۵] نشان داده شده است می توان شرایط را متقارن محوری فرض کرد (یعنی می توان از مؤلفه مماسی نیروی گرانش صرف نظر کرد).

بر مبنای فرض بالا مسأله مورد بررسی در شکل ۳ نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۳ مشاهده می شود، توده سنگ تحت تأثیر دو بار مهم قرار دارد: تنش برجای هیدروستاتیک مرزی (در بی نهایت) و نیروهای حجمی داخلی گرانش. باید به این نکته اشاره کرد که در اثر این بارگذاری بعد از حفاری بازتوزیع تنش و تغییر شکل رخ می دهد (صرف نظر از تغییر شکلهای الاستیک اولیه قبل از حفاری).

با در نظر گرفتن شرایط متقارن محوری (شکل ۳) حالت تنش در فاصله شعاعی r با تنش شعاعی σ_r و تنش مماسی σ_θ مشخص می شود. این تنشها به ترتیب تنش اصلی کوچکتر σ_3 و تنش اصلی بزرگتر σ_1 هستند. تغییرمکان نیز با تغییرمکان شعاعی u_r بیان می شود. باید به این نکته توجه داشت که در شرایط کرنش صفحه ای موجود، تنش در امتداد طولی تنش اصلی میانی σ_2 است.

بنابراین معادله فوق به صورت زیر در می آید [۳۷]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} + F_r = 0 \quad (2)$$

در رابطه فوق $F_r = \gamma \sin \theta$ به زاویه امتداد موردنظر نسبت به صفحه افقی بستگی دارد.

در این شرایط متقارن محوری روابط کرنش-تغییرمکان به صورت زیر در می آید [۳۷]:

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \quad (3)$$

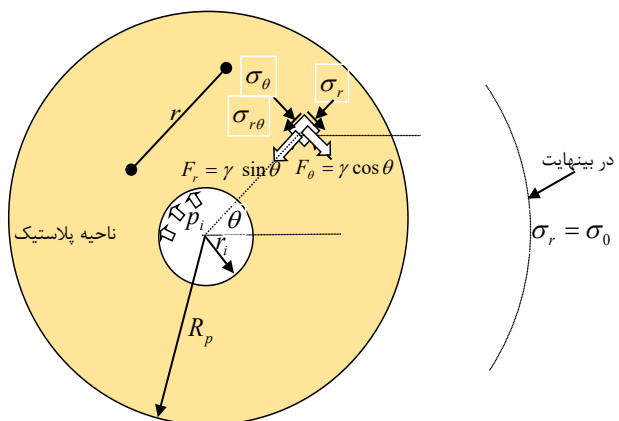
که در آن u_r تغییر مکان شعاعی است، و ε_θ و ε_r به ترتیب کرنش های مماسی و شعاعی اند.

پلاستیک و سختی پوشش ارائه می شود. مزیت مهم روش ارائه شده نسبت به روش های قبلی در این است که اثر سختی پوشش و غیر یکنواختی فشار داخلی لحاظ می شود و با استفاده از آن می توان فشار نهایی p_{ult} را نیز مشخص کرد.

در روش ارائه شده مدل رفتاری توده سنگ الاستوپلاستیک کرنش نرم شونده در نظر گرفته می شود. استفاده از این مدل رفتاری در توده های سنگی با کیفیت متوسط توصیه می شود [۳۶]. به هر حال این مدل رفتاری در حالت خاص قابل تبدیل به مدل های الاستوپلاستیک ترد و الاستوپلاستیک کامل (یعنی تمامی سنگ ها) است.

۲- تعریف مسأله و فرضیات مدل

در شکل ۲ حالت کلی یک تونل دایره ای حفاری شده در توده سنگ الاستوپلاستیک تحت فشار هیدروستاتیک σ_0 نشان داده شده است.



شکل ۲- حالت کلی مسأله تونل دایره ای حفاری شده در توده سنگ الاستوپلاستیک تحت فشار هیدروستاتیک و بار وزن

در این حالت شعاع پلاستیک ایجاد شده پیرامون تونل متغیر است و به جهت مورد نظر بستگی دارد. در مختصات قطبی (r, θ) ، میدان تنش در پیرامون تونل (شکل ۲) باید در معادله دیفرانسیل تعادل زیر صدق کند [۳۷]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} - \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} + F_r = 0 \quad (1)$$

که در آن σ_θ و σ_r به ترتیب تنش های شعاعی و مماسی در شعاع r اند، $\sigma_{\theta r}$ تنش برشی در این شعاع است، $F_\theta = \gamma \cos \theta$ و $F_r = \gamma \sin \theta$ نیروهای حجمی گرانش در امتداد شعاعی و مماسی اند، γ وزن مخصوص زمین است،

به صورت خطی در ناحیه پلاستیک از مقدار پیک به مقدار ماندگار تغییر می‌کنند. تغییرات تدریجی معیار گسیختگی و تابع پتانسیل پلاستیک از حالت پیک به مقاومت ماندگار با کمک یک پارامتر کرنش نرم‌شونده کنترل می‌شود. در تحقیق حاضر کرنش انحرافی پلاستیک $\gamma^p = \varepsilon_\theta^p - \varepsilon_r^p$ به عنوان پارامتر نرم‌شوندگی در نظر گرفته می‌شود (که در آن ε_θ^p و ε_r^p به ترتیب کرنش‌های پلاستیک مماسی و شعاعی اند). اگرچه یک روش کلی برای تعیین پارامتر کرنش نرم‌شونده وجود ندارد، آلونسو و همکاران [۱۲] نشان دادند که کرنش پلاستیک انحرافی گزینه بسیار مناسبی است. در این مدل رفتاری یک کرنش انحرافی پلاستیک بحرانی γ^{p*} تعریف می‌شود که از آن کرنش انحرافی پلاستیک رفتار ماندگار شروع می‌شود. رفتار الاستیک وقتی برقرار است که پارامتر کرنش نرم‌شونده γ^p صفر باشد، رفتار کرنش نرم‌شونده وقتی برقرار است که $0 < \gamma^p < \gamma^{p*}$ و حالت ماندگار وقتی برقرار است که $\gamma^p \geq \gamma^{p*}$. بنابراین ناحیه پلاستیک به دو بخش کرنش نرم‌شونده و مقاومت ماندگار تقسیم می‌شود. مرز این دو ناحیه شعاع ماندگار R_s نامیده می‌شود. بعد از گسیختگی توده سنگ بسته به مقدار پارامتر γ^p رفتار کرنش نرم‌شونده یا ماندگار دارد.

۳- تحلیل توده سنگ

۳-۱- استخراج معادلات حاکم

در ناحیه الاستیک ($r \geq R_p$) تنش‌ها و کرنش‌ها را می‌توان از روابط زیر به دست آورد [۳۷]:

$$\sigma_{r(r)} = \sigma_0 - \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) [\sigma_0 - \sigma_{r(R_p)}] \quad (۴)$$

$$\sigma_{\theta(r)} = \sigma_0 + \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) [\sigma_0 - \sigma_{r(R_p)}]$$

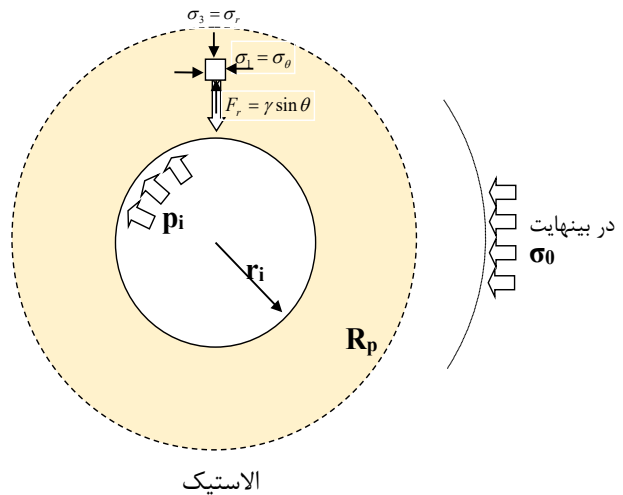
$$\varepsilon_{r(r)} = -\frac{1+\nu}{E_0} [\sigma_0 - \sigma_{r(R_p)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right) \quad (۵)$$

$$\varepsilon_{\theta(r)} = \frac{1+\nu}{E_0} [\sigma_0 - \sigma_{r(r)}] \left(\frac{R_p^2}{r^2} \right)$$

رابطه بین کرنش‌های الاستیک ε_r^e و ε_θ^e و تنش‌های σ_r و

σ_θ بر اساس قانون هوک نوشته می‌شود [۳۷]:

$$\varepsilon_r^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_r - \sigma_0) - \nu(\sigma_\theta - \sigma_0)] \quad (۶)$$



شکل ۳- مسأله متقارن محوری تونل دایره‌ای حفاری شده در توده سنگ الاستوپلاستیک تحت فشار هیدروستاتیک و بار وزن

تونل دایره‌ای با شعاع r_i در محیط نامحدود (عمق زیاد) و همسان‌حفری می‌شود. در این عمق فشار هیدروستاتیک σ_0 قبل از حفاری وجود دارد. توده سنگ قبل از حفاری الاستیک است. پارامترهای الاستیک توده سنگ شامل مدول یانگ E و ضریب پواسون ν است. همان‌طور که گفته شد فرض تقارن محوری برای هندسه و بارگذاری در نظر گرفته می‌شود.

یک فشار $p_i = \sigma_{r(r_i)}$ در سطح داخلی تونل در اثر نصب پوشش و محصورشدگی حاصل از جبهه کار وارد می‌شود. این فشار در جهت‌های مختلف متغیر است.

یک پوشش بتنی الاستیک (با مدول یانگ E_c و ضریب پواسون ν_c) با شعاع داخلی r_{lining} و شعاع خارجی r_i بعد از یک همگرایی اولیه δu_a (که در امتدادهای مختلف متفاوت است) در سطح داخلی تونل نصب می‌شود. با کاهش p_i در اثر پیشروی تونل و کم شدن محصورشدگی جبهه کار تغییر مکان شعاعی u_r رخ می‌دهد و در صورتی که p_i از تنش تسلیم کمتر شود یک ناحیه پلاستیک پیرامون تونل ایجاد می‌شود. انتظار می‌رود که شعاع ناحیه پلاستیک و همگرایی توده سنگ در امتداد قائم (سقف) بیشتر از دیواره‌های جانبی باشد.

رفتار الاستوپلاستیک کرنش نرم‌شونده برای توده سنگ در نظر گرفته می‌شود. این مدل رفتاری در حالت‌های خاص قابل تبدیل به مدل‌های رفتاری الاستوپلاستیک کامل و الاستوپلاستیک ترد است.

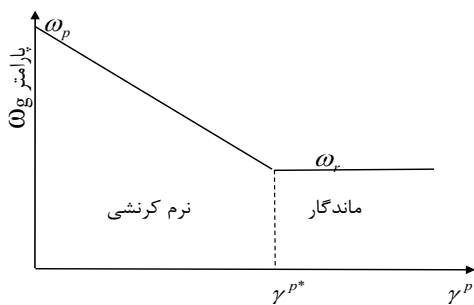
در این مدل رفتاری توابع معیار گسیختگی و پتانسیل پلاستیک به صورت توابع دو خطی تغییر می‌کنند. این دو تابع

در رابطه بالا Ψ_g زاویه اتساع نامیده می‌شود و به‌عنوان تابعی از γ^p تغییر می‌کند. باید به این نکته توجه داشت که در قانون جریان هم بسته $\Psi_g = \phi_g$ و در قانون جریان غیرهم بسته $\Psi_g \neq \phi_g$.

در روش ارائه شده در ناحیه پلاستیک پارامترهای معیار گسیختگی و تابع پتانسیل پلاستیک به‌عنوان تابعی دو خطی از پارامتر کرنش نرم‌شونده γ^p در نظر گرفته می‌شوند (با توجه به شکل ۴):

$$\omega_g = \begin{cases} \omega_p - (\omega_p - \omega_r) \frac{\gamma^p}{\gamma^{p*}} & 0 < \gamma^p < \gamma^{p*} \\ \omega_r & \gamma^p \geq \gamma^{p*} \end{cases} \quad (15)$$

که در آن ω_g یکی از پارامترهای C_g ، ϕ_g ، و Ψ_g است، و پیش‌نویس‌های 'p' و 'r' مشخص‌کننده مقادیر پیک و ماندگار اند.



شکل ۴- تغییرات پارامترهای معیار گسیختگی و تابع پتانسیل پلاستیک در ناحیه پلاستیک [۳۶]

اگر $\gamma^{p*} = \infty$ ، مدل رفتاری الاستوپلاستیک کامل حاصل می‌شود (مناسب برای توده‌های سنگی با کیفیت پایین [۳۶])، در حالی که اگر $\gamma^{p*} = 0$ مدل رفتاری الاستوپلاستیک ترد به‌دست می‌آید (مناسب برای توده‌های سنگی با کیفیت بالا [۳۶]):

در روش ارائه شده از γ^{p*} مقدار یکسانی برای پارامترهای C_g ، ϕ_g ، و Ψ_g استفاده می‌شود. در ناحیه پلاستیک کرنش کل برابر است با مجموع کرنش‌های الاستیک و پلاستیک:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p \quad (16)$$

$$\varepsilon_\theta^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_\theta - \sigma_0) + \nu(\sigma_r - \sigma_0)] \quad (7)$$

فرض می‌شود که توده‌سنگ از معیار گسیختگی مور-کولمب پیروی می‌کند:

$$\sigma_1 = \frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi} + \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_3 \quad (8)$$

که در آن σ_1 تنش اصلی بزرگ‌تر، و σ_3 تنش اصلی کوچک‌تر، C چسبندگی و ϕ زاویه اصطکاک داخلی است. همان‌طور که گفته شد، در بارگذاری موردنظر $\sigma_1 = \sigma_\theta$ و $\sigma_3 = \sigma_r$ است که در آن σ_θ و σ_r تنش‌های مماسی و شعاعی اند. بنابراین رابطه (۸) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_\theta = \sigma_c + k_\phi \sigma_r \quad (9)$$

که در آن:

$$k_\phi = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad \sigma_c = \frac{2C \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (10)$$

در ناحیه پلاستیک رابطه بالا به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\sigma_\theta = \sigma_{cg} + k_{\phi g} \sigma_r \quad (11)$$

که در آن:

$$k_{\phi g} = \frac{1 + \sin \phi_g}{1 - \sin \phi_g}, \quad \sigma_{cg} = \frac{2C_g \cos \phi_g}{1 - \sin \phi_g} \quad (12)$$

C_g و ϕ_g ثوابت مور-کولمب در ناحیه پلاستیک‌اند و به‌عنوان تابعی از پارامتر نرم‌شوندگی γ^p تغییر می‌کنند. در اینجا از تابع پتانسیل پلاستیک مورکولمب استفاده می‌شود:

$$P = \sigma_\theta - K_\Psi \sigma_r \quad (13)$$

که در آن ضریب اتساع است و از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$K_\Psi = \frac{1 + \sin \Psi_g}{1 - \sin \Psi_g} \quad (14)$$

۳-۳- تنش‌ها در ناحیه پلاستیک

معادله (۲) را می‌توان بر حسب شعاع بی‌بعد بیان کرد و با معیار گسیختگی (رابطه (۱۱)) ترکیب نمود:

$$\frac{d\sigma_r}{d\rho} + F_r R_p = -\frac{(1 - k_{\phi g})\sigma_r - \sigma_{cg}}{\rho} \quad (19)$$

از روش تفاضل محدود (FDM) می‌توان برای حل معادله بالا و به‌دست آوردن تنش شعاعی در شعاع زام استفاده کرد:

$$\sigma_{r(j)} = \frac{\left(2\sigma_{r(j-1)}\rho_{j-1} + \sigma_{r(j-1)}\bar{k}_{\phi g(j)}(\rho_j - \rho_{j-1}) + 2\bar{\sigma}_{cg(j)}(\rho_j - \rho_{j-1}) - W(\rho_j^2 - \rho_{j-1}^2) \right)}{2\rho_j - \bar{k}_{\phi g(j)}(\rho_j - \rho_{j-1})} \quad (20)$$

که در آن:

$$W = \gamma R_p \sin \theta \quad (21)$$

$$k_{\phi g(j)} = \frac{1 + \sin \phi_{g(j)}}{1 - \sin \phi_{g(j)}}, \sigma_{cg(j)} = \frac{2C_{g(j)} \cos \phi_{g(j)}}{1 - \sin \phi_{g(j)}} \quad (22)$$

$$\bar{k}_{\phi g(j)} = \frac{k_{\phi g(j)} + k_{\phi g(j-1)}}{2}, \bar{\sigma}_{cg(j)} = \frac{\sigma_{cg(j)} + \sigma_{cg(j-1)}}{2} \quad (23)$$

تنش مماسی $\sigma_{\theta(j)}$ متناظر $\sigma_{r(j)}$ با نیز را می‌توان از معیار گسیختگی (رابطه (۱۱)) به‌دست آورد:

۳-۴- کرنشها در ناحیه پلاستیک

با حذف u_r از معادلات (۳) و در نظر گرفتن رابطه سازگاری زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_r = \rho \varepsilon'_\theta + \varepsilon_\theta \quad (24)$$

که در آن:

$$\varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{d\rho} \quad (25)$$

با ترکیب روابط (۱۷) و (۱۸) رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon'_r + K_\psi \varepsilon'_\theta = \varepsilon_r'^e + K_\psi \varepsilon_\theta'^e \quad (26)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۲۴) نسبت به ρ ، معادله زیر به‌دست می‌آید:

که در آن ε_r و ε_θ به‌ترتیب کرنش شعاعی و مماسی اند و پیش‌نویسهای e و p مشخص‌کننده مؤلفه‌های الاستیک و پلاستیک کرنش اند.

بنابراین نموهای کرنش $d\varepsilon_r$ و $d\varepsilon_\theta$ را نیز می‌توان بر حسب مؤلفه‌های الاستیک و پلاستیک بیان کرد:

$$d\varepsilon_r = d\varepsilon_r^e + d\varepsilon_r^p, \quad d\varepsilon_\theta = d\varepsilon_\theta^e + d\varepsilon_\theta^p \quad (17)$$

در تابع پتانسیل پلاستیک مور-کولمب (یعنی رابطه (۱۳)) با حذف ضریب پلاستیک از قانون جریان رابطه بین نمو کرنش‌های پلاستیک شعاعی و مماسی به‌دست می‌آید:

$$d\varepsilon_r^p + K_\psi d\varepsilon_\theta^p = 0 \quad (18)$$

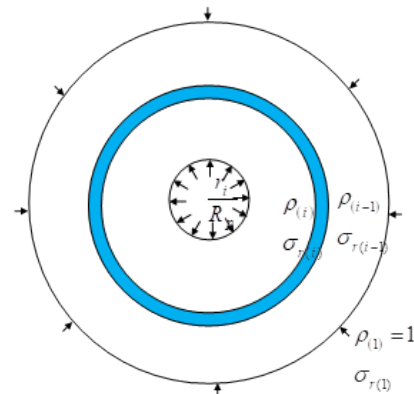
۳-۲- المان بندی ناحیه پلاستیک

یک ناحیه پلاستیک با شعاع داخلی r_i و شعاع خارجی R_p در نظر گرفته می‌شود. از شعاع پلاستیک المان‌گیری می‌شود (شکل ۵). همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، فرض می‌شود که ناحیه پلاستیک از تعداد کافی حلقه هم‌ضخامت (با ضخامت بی‌بعد بسیار کوچک $\Delta\rho = \rho_{(i)} - \rho_{(i-1)}$) تشکیل شده است. در واقع مرز خارجی

و داخلی این حلقه‌ها به ترتیب دوایری با شعاع $\rho_{(i)} = \frac{r_i}{R_p}$

$$\rho_{(i-1)} = \frac{r_{(i-1)}}{R_p} \text{ است.}$$

در مرز خارجی ناحیه پلاستیک ($\rho_{(i=1)} = 1$) تنش‌ها و تغییرشکل‌ها معین‌اند (در قسمت‌های بعدی به‌دست می‌آیند).



شکل ۵- ناحیه پلاستیک با المان‌های حلقوی

$$\varepsilon_{r(j)}^e = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-\nu)(\sigma_{r(j)} - \sigma_0) + \nu(\sigma_{\theta(j)} - \sigma_0) \right] \quad (36)$$

$$\varepsilon_{\theta(j)}^e = \frac{1+\nu}{E} \left[(1-\nu)(\sigma_{\theta(j)} - \sigma_0) + \nu(\sigma_{r(j)} - \sigma_0) \right] \quad (37)$$

$$\varepsilon_{\theta(j)}^p = \varepsilon_{\theta(j)} - \varepsilon_{\theta(j)}^e \quad (38)$$

$$\varepsilon_{\theta(j)}^{\prime p} = \varepsilon'_{\theta(j)} - \varepsilon_{\theta(j)}^{\prime e} \quad (39)$$

$$\varepsilon_{r(j)}^{\prime p} = K_{\Psi(j)} \varepsilon_{\theta(j)}^{\prime p} \quad (40)$$

$$\varepsilon_{r(j)}^p = \varepsilon_{r(j)}^{\prime p} (\rho_{(j)} - \rho_{(j-1)}) + \varepsilon_{r(j)}^p \quad (41)$$

$$\varepsilon_{r(j)} = \varepsilon_{r(j)}^p + \varepsilon_{r(j)}^e \quad (42)$$

$$\gamma_{(j)}^p = \varepsilon_{\theta(j)}^p - \varepsilon_{r(j)}^p \quad (43)$$

۳-۵- شرایط مرزی در شعاع پلاستیک

گسیختگی توده سنگ از شعاع پلاستیک شروع می‌شود. بنابراین از ترکیب روابط (۴) و معیار گسیختگی مور-کولمب (رابطه (۱۱) با پارامترهای پیک) روابط زیر برای مرز الاستیک-پلاستیک به دست می‌آید:

$$\sigma_{r(R_p)} = \frac{2\sigma_0 - \sigma_{cp}}{k_{\phi p} + 1}, \quad \sigma_{\theta(R_p)} = \frac{2k_{\phi p} \sigma_0 + \sigma_{cp}}{k_{\phi p} + 1} \quad (44)$$

که در آن:

$$k_{\phi p} = \frac{1 + \sin \phi_p}{1 - \sin \phi_p}, \quad \sigma_{ci} = \frac{2C_p \cos \phi_p}{1 - \sin \phi_p} \quad (45)$$

$\sigma_{r(R_p)}$ به شعاع پلاستیک بستگی ندارد. مشخص است که ناحیه پلاستیک تنها در صورتی ایجاد می‌شود که فشار داخلی p_i از مقدار بحرانی $p_{cr} = \sigma_{r(R_p)}$ کمتر شود. از سوی دیگر با ترکیب روابط (۳) و (۵) تغییر مکان شعاعی در شعاع پلاستیک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varepsilon_r' = 2\varepsilon_{\theta}' + \rho \frac{d\varepsilon_{\theta}'}{d\rho} \quad (27)$$

با جایگزینی ε_r' به دست آمده از رابطه (۲۷) در رابطه (۲۶) معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید:

$$(2 + K_{\Psi}) \varepsilon_{\theta}' + \rho \frac{d\varepsilon_{\theta}'}{d\rho} = \varepsilon_r^{\prime e} + K_{\Psi} \varepsilon_{\theta}^{\prime e} \quad (28)$$

از روش تفاضل محدود (FDM) می‌توان برای حل معادله بالا و به دست آوردن $\varepsilon'_{\theta(i)}$ در شعاع z ام استفاده کرد:

$$\varepsilon'_{\theta(\rho_i)} = \frac{\left[\left(2\bar{\Omega}_{(j)} - \varepsilon'_{\theta(j-1)} (3 + \bar{K}_{\Psi(j)}) \right) \rho_{(j-1)} + \varepsilon'_{\theta(j-1)} \rho_j (1 + \bar{K}_{\Psi(j)}) - 2\bar{\Omega}_{(j)} \rho_{(j)} \right]}{(1 + \bar{K}_{\Psi(j)}) \rho_{(j-1)} - (3 + \bar{K}_{\Psi(j)}) \rho_{(j)}} \quad (29)$$

که در آن:

$$\varepsilon_{r(j)}^{\prime e} = \frac{\varepsilon_{r(j)}^e - \varepsilon_{r(j-1)}^e}{\rho_{(j)} - \rho_{(j-1)}} \quad (30)$$

$$\varepsilon_{\theta(\rho_i)}^{\prime e} = \frac{\varepsilon_{\theta(j)}^e - \varepsilon_{\theta(j-1)}^e}{\rho_{(j)} - \rho_{(j-1)}} \quad (31)$$

$$\bar{K}_{\Psi(j)} = \frac{K_{\Psi(j)} + K_{\Psi(j-1)}}{2} \quad (32)$$

$$\Omega_{(j)} = \varepsilon_{r(j)}^{\prime e} + K_{\Psi(j)} \varepsilon_{\theta(j)}^{\prime e} \quad (33)$$

$$\Omega_{(j)} = \varepsilon_{r(j)}^{\prime e} + K_{\Psi(j)} \varepsilon_{\theta(j)}^{\prime e} \quad (34)$$

$$\varepsilon_{\theta(j)} = \varepsilon_{\theta(j)}^{\prime p} (\rho_{(j)} - \rho_{(j-1)}) + \varepsilon_{\theta(j-1)} \quad (35)$$

علاوه بر این مقادیر متناظر $\gamma_{(j)}^p$ و $\varepsilon_{r(j)}$ ، $\varepsilon_{r(j)}^p$ ، $\varepsilon_{r(j)}^{\prime p}$ ، $\varepsilon_{\theta(j)}^p$ ، $\varepsilon_{\theta(j)}^{\prime p}$ ، $\varepsilon_{\theta(j)}^e$ ، $\varepsilon_{\theta(j)}^{\prime e}$ ، $\varepsilon_{r(j)}^e$ با استفاده از روابط زیر به دست می‌آیند:

باید توجه داشت که در p_i کوچک‌تر از فشار نهایی p_{ult} تحلیل به همگرایی نمی‌رسد. براین اساس فشار نهایی p_{ult} به-عنوان حداقل فشار داخلی در نظر گرفته می‌شود که تحلیل به همگرایی می‌رسد.

۴- تحلیل پوشش

انتظار می‌رود که تغییر مکان شعاعی در امتدادهای مختلف متفاوت باشد (بیشترین همگرایی در سقف وجود دارد). به هر حال تأثیر سختی پوشش می‌تواند زیاد باشد. بنابراین فشار داخلی تونل نیز در امتدادهای مختلف متغیر است. در اینجا برای در نظر گرفتن این آثار دو دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر و پوشش انعطاف‌ناپذیر ارائه می‌شود.

۴-۱- دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر

از این دیدگاه می‌توان در تونلهای بدون پوشش و و تونل‌های دارای پوشش قیل از نصب پوشش استفاده کرد. در این حالت فشار داخلی پوشش در امتدادهای مختلف برابر است. بنابراین شرایط مرزی در شعاع تونل به صورت زیر است:

$$p_i^{lining} = \sigma_{r(r_j)}^{rock} \quad (50)$$

۴-۱- دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر

در این حالت سختی پوشش بتنی داخلی در نظر گرفته می‌شود. پوشش به‌عنوان یک استوانه جدار ضخیم تحت فشار خارجی p_i در نظر گرفته می‌شود. معادله تعادل (۲) و روابط کرنش- تغییر مکان (۳) در پوشش نیز برقرار هستند. در شرایط کرنش صفحه رابطه هوک بین کرنش‌های ϵ_r و ϵ_θ و تنش-های σ_r و σ_θ را می‌توان به صورت زیر نوشت [۳۷]:

$$\sigma_r = \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} [(1-\nu_c)\epsilon_r + \nu_c\epsilon_\theta] \quad (51)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E_c}{(1+\nu_c)(1-2\nu_c)} [(1-\nu_c)\epsilon_\theta + \nu_c\epsilon_r] \quad (52)$$

که در آن E_c و ν_c به ترتیب مدول یانگ و ضریب پواسون پوشش هست. با جایگزینی روابط (۵۱) و (۵۲) در معادله (۲) و در نظر گرفتن روابط (۳) معادله دیفرانسیل زیر برای تغییر مکان شعاعی در پوشش الاستیک به دست می‌آید:

$$\frac{u_r}{r^2} - \frac{1}{r} \frac{du_r}{dr} - \frac{d^2u_r}{dr^2} = 0 \quad (53)$$

$$u_{r(R_p)} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{r(R_p)}) R_p \quad (46)$$

علاوه بر این شرایط مرزی زیر نیز در مرز پلاستیک برقراراند (یعنی در $\rho = \rho_{j=1} = 1$):

$$\epsilon_{r(j=1)} = \epsilon_{r(j=1)}^e, \quad \epsilon_{r(j=1)}^p = 0 \quad (47)$$

$$\epsilon_{\theta(j=1)} = \epsilon_{\theta(j=1)}^e, \quad \epsilon_{\theta(j=1)}^p = 0 \quad (48)$$

$$\epsilon'_{\theta(i=1)} = \epsilon_{r(i=1)} - \epsilon_{\theta(i=1)} \quad (49)$$

با تعیین تنش‌ها و کرنش‌ها در مرز خارجی ناحیه پلاستیک (در $\rho_{j=1}$) مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها در ρ_j های متوالی (از روابط ارائه شده در بخش‌های ۳-۳ و ۴-۳) به دست می‌آیند. این کار تا زمانی ادامه می‌یابد که $\sigma_{r(j=n)}$ (در یک مشخص $\rho_{(j=n)}$) به p_i برسد.

۳-۶- فرایند محاسبات

همان‌طور که گفته شد در ناحیه پلاستیک از روش تفاضل محدود (FDM) بر حسب شعاع بی بعد $\rho = \frac{r}{R_p}$ استفاده می‌شود. ابتدا تنش‌ها و کرنش‌های مرزی در شعاع پلاستیک (در $\rho_1 = 1$) از روابط ارائه شده در بخش ۳-۵ به دست می‌آیند. سپس مقادیر تنش‌ها و کرنش‌ها به صورت متوالی در ناحیه پلاستیک به دست می‌آیند (به ترتیب از روابط ارائه شده در بخش‌های ۳-۳ و ۴-۳). محاسبه تنش‌های $\sigma_{r(j)}$ و $\sigma_{\theta(j)}$ و کرنش‌های $\epsilon_{r(j)}$ و $\epsilon_{\theta(j)}$ تا زمانی ادامه می‌یابد که شرایط مرزی در شعاع تونل برقرار شود. بنابراین برای یک مقدار خاص ρ_n (که در آن شرایط مرزی در شعاع تونل برقرار می‌شوند) محاسبات متوقف می‌شود. سپس مقدار جدید شعاع پلاستیک با تقسیم r_i بر مقدار نهایی ρ_n به دست می‌آید ($R_p = r_i / \rho_n$). چون مقدار شعاع R_p پلاستیک از ابتدا معین نیست (مورد استفاد در رابطه ۲۱)، محاسبات باید با تکرار انجام شود. یعنی ابتدا یک مقدار R_p فرض می‌شود و سپس R_p محاسبه شده در هر مرحله در مرحله بعدی اصلاح می‌شود، تا جایی که همگرایی لازم حاصل شود.

دست می‌آیند. در این ارتباط تغییر مکان مرزی شعاعی در پوشش بتنی در شعاع r_i از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$u_{r(r_i)} = \frac{p_i (1 + \nu_c) \left[\frac{2r_{\text{lining}}^2 (1 - \nu_c) + (1 - 2\nu_c)(r_i^2 - r_{\text{lining}}^2)}{r_i^2 - r_{\text{lining}}^2} \right]}{E_c} \quad (61)$$

به‌علاوه تنش ماکزیمم مماسی (در سطح داخلی) پوشش از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\sigma_{\max} = \left\{ p_i \frac{2r_i^2}{r_i^2 - r_{\text{lining}}^2} \right\} \quad (62)$$

۵- شرایط مرزی در محل تماس پوشش-توده سنگ

در تونل‌های بدون پوشش از دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر باید استفاده کرد. از سوی دیگر در تونل‌های دارای پوشش سختی پوشش را باید در نظر گرفت. در این حالت در مرز بین پوشش و توده‌سنگ معادله تعادل زیر بین تنش‌های شعاعی مرزی برقرار است:

$$\sigma_{r(r_i)}^{\text{rock mass}} = \sigma_{r(r_i)}^{\text{lining}} = p_i \quad (63)$$

که در آن p_i فشار داخلی پوشش است.

علاوه بر آن معادله سازگاری زیر نیز برقرار است:

$$u_{r,\text{lining}}(r_i) + \delta u_a = u_{r,\text{rock}}(r_i) \quad (64)$$

که در آن $u_{r,\text{lining}}(r_i)$ تغییر مکان شعاعی در پوشش بتنی در شعاع r_i است، $u_{r,\text{rock}}(r_i)$ تغییر مکان شعاعی در توده سنگ در شعاع r_i است، و δu_a تغییر مکان شعاعی اولیه توده سنگ قبل از نصب پوشش است.

در واقع طراح δu_a را به این منظور در نظر می‌گیرد که تنش در پوشش و همگرایی نهایی توده‌سنگ را به مقادیر مجاز آنها محدود کند. انتظار می‌رود که δu_a در امتدادهای مختلف متفاوت باشد و در امتداد تاج حدکثر مقدار خود را داشته باشد. به هر حال قبل از نصب پوشش امتدادهای مختلف با فشار داخلی ظاهری یکسانی همگرا می‌شوند. دلیل آن اینست که جبهه‌کار اثر محصورکنندگی یکسانی برای امتدادهای مختلف دارد. بنابراین قبل از نصب پوشش می‌توان از دیدگاه پوشش

با حل تحلیلی معادله دیفرانسیل فوق تغییرمکان شعاعی $u_{r(r)}$ در فاصله r به‌دست می‌آید:

$$u_{r(r)} = -\frac{r}{6}C_1 + \frac{1}{r}C_2 \quad (54)$$

کرنش شعاعی $\varepsilon_{r(r)}$ و کرنش مماسی $\varepsilon_{\theta(r)}$ نیز با جایگزین کردن رابطه (54) در روابط (3) به‌دست می‌آیند:

$$\varepsilon_{r(r)} = -\frac{1}{6}C_1 - \frac{1}{r^2}C_2 \quad (55)$$

$$\varepsilon_{\theta(r)} = -\frac{1}{6}C_1 + \frac{1}{r^2}C_2 \quad (56)$$

که در آن C_1 و C_2 ثوابت انتگرال‌گیری اند و از شرایط مرزی زیر به‌دست می‌آیند:

$$\sigma_{r(r_i)} = p_i \quad (57)$$

$$\sigma_{r(r_{\text{lining}})} = 0 \quad (58)$$

با جایگزینی $\varepsilon_{\theta(r)}$ و $\varepsilon_{r(r)}$ به‌دست آمده از روابط (55) و (56) در روابط (51) و (52)، تنش شعاعی $\sigma_{r(r)}$ و تنش مماسی $\sigma_{\theta(r)}$ بر حسب ثوابت C_1 و C_2 به‌دست می‌آیند. سپس با اعمال شرایط مرزی (57) و (58) ثوابت C_1 و C_2 به‌دست می‌آیند.

$$C_1 = -\frac{6r_o^2 p_i (1 - \nu_c - 2\nu_c^2)}{E_c (r_i^2 - r_{\text{lining}}^2)} \quad (59)$$

$$C_2 = \frac{3p_i (2\nu_c^2 + \nu_c - 1)}{3E_c (2\nu_c - 1)(r_i^2 - r_{\text{lining}}^2)} \quad (60)$$

با محاسبه ثوابت C_1 و C_2 (از روابط (59) و (60)) مقادیر $u_{r(r)}$ ، $\varepsilon_{r(r)}$ ، $\varepsilon_{\theta(r)}$ و $\sigma_{r(r)}$ به‌ترتیب از روابط (54)، (55)، (56) و (52) به-

۶-مثال کاربردی

برنامه‌هایی به زبان برنامه‌نویسی فرترن بر اساس روش ارائه شده در این مقاله نوشته شد. این برنامه‌ها برای تحلیل چند نمونه تونل و بررسی اثر وزن ناحیه پلاستیک استفاده شدند.

۶-۱- کنترل همگرایی نتایج

در صورتی که از دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر استفاده شود نیروی وزن در امتداد افقی بی‌تأثیر است. در در اینجا روش عددی ارائه شده صحت‌سنجی می‌شود. برای این منظور، تأثیر ضخامت المان‌های حلقوی $(\rho_i - \rho_{i-1})$ (یا تعداد المان‌های n) بر نتایج روش ارائه شده بررسی می‌شود. نتایج روش ارائه شده و روش دقیق و بسته پارک و کیم [۹] (برای تونل در توده سنگ الاستوپلاستیک ترد در امتداد افقی و بدون اثر وزن) مقایسه می‌شود.

از داده‌های زیر استفاده می‌شود:

$$r_i = 1m, \sigma_0 = 1 MPa, p_i = 0 MPa, \phi_i = 35^\circ, \phi_r = 30^\circ$$

$$C_i = 0.276 MPa, C_r = 0.055 MPa, \gamma^{p*} = 0.0,$$

$$E = 5000 MPa, \nu = 0.2$$

از دو مقدار زاویه اتساع $\Psi = 0^\circ$ و $\Psi = 30^\circ$ برای بررسی میزان تأثیر تغییرات حجم پلاستیک استفاده می‌شود. در شکل ۷ درصد خطا در محاسبه توزیع تغییرمکان شعاعی بی‌بعد ناحیه پلاستیک تونل

$$\left(\text{percentage error} = 100 \left(u_r^{\text{proposed}} - u_r^{\text{closed-form}} \right) / u_r^{\text{closed-form}} \right)$$

برای مقادیر مختلف تعداد المان حلقوی n نشان داده شده است.

برای هر دو مقدار زاویه اتساع، شعاع بی‌بعد ناحیه پلاستیک

$$\frac{R_p}{r_o} = 1.7615$$

به‌دست می‌آید. همگرایی نهایی برای حالت

$\Psi = 0^\circ$ برابر است با ۷۱/۹۴ میلی‌متر و برای حالت $\Psi = 30^\circ$ برابر است با ۲/۴۶ میلی‌متر.

بنابراین زاویه اتساع بر شعاع ناحیه پلاستیک بی‌تأثیر است. اما تغییرمکان شعاعی با افزایش زاویه اتساع افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود با افزایش مقدار n نتایج روش ارائه شده به نتایج روش دقیق همگرا می‌شوند و بنابراین دقت نتایج افزایش می‌یابد.

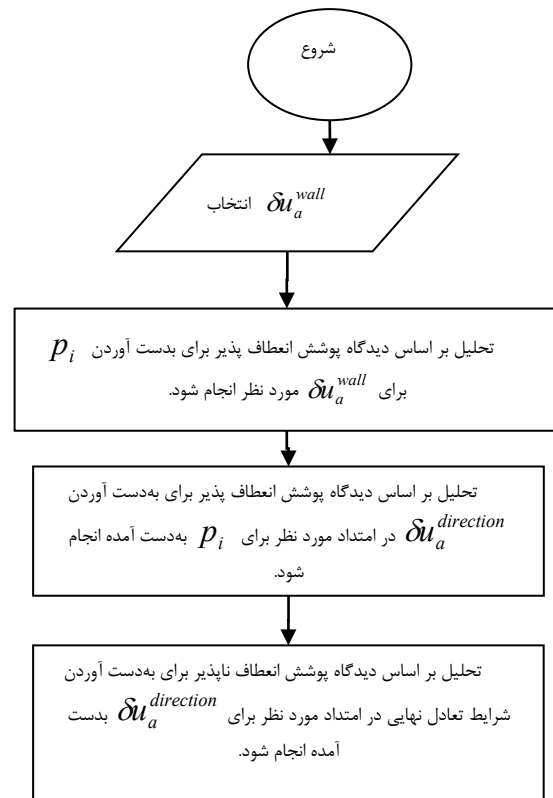
انعطاف‌پذیر برای محاسبه δu_a در امتدادهای مختلف استفاده کرد.

یعنی اگر δu_a^{wall} تغییرمکان شعاعی در امتداد جدار جانبی باشد می‌توان از مراحل گام به گام زیر برای به‌دست آوردن شرایط نهایی در امتدادهای دیگر استفاده کرد. فلوجارت این الگوریتم در شکل ۶ نیز نمایش داده شده است.

۱- با تحلیل تونل بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر در امتداد افقی، فشار داخلی ظاهری p_i (به‌دلیل محصور شدگی جبهه کار) برای δu_a^{wall} مورد نظر به‌دست می‌آید.

۲- با تحلیل تونل برای امتدادهای دیگر بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر (برای مثال در امتداد سقف تونل) همگرایی اولیه برای امتداد مورد نظر $\delta u_a^{\text{direction}}$ به‌دست می‌آید (برای مثال δu_a^{roof}).

۳- سرانجام با تحلیل تونل برای امتداد مورد نظر بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر با استفاده از $\delta u_a^{\text{direction}}$ حالت تعادل نهایی برای آن امتداد مشخص می‌شود.



شکل ۶- فلوجارت محاسبات در روش ارائه شده

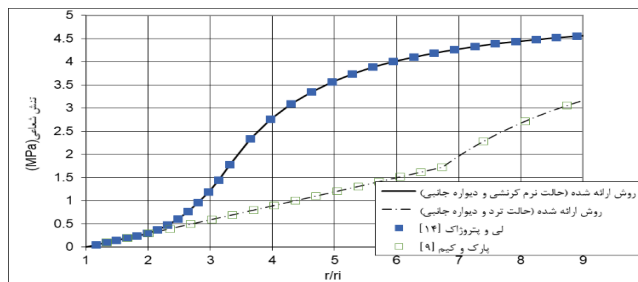
دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر با نتایج روش‌های مذکور مقایسه می‌شود. برای این منظور از داده‌های زیر استفاده می‌شود:

$$r_i = 1m, \sigma_0 = 5 MPa, p_i = 0 MPa, \phi_i = 35^\circ, \phi_r = 20^\circ$$

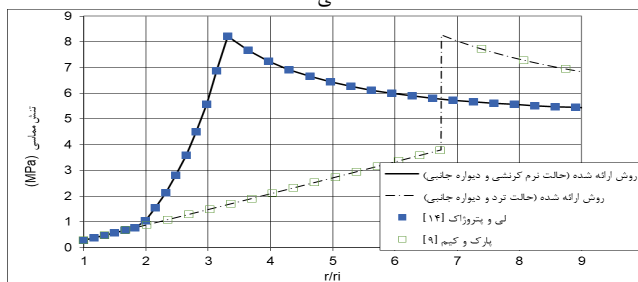
$$C_i = 0.5 MPa, C_r = 0.1 MPa, \gamma^{P*} = 0.02,$$

$$E = 5000 MPa, \nu = 0.2, \Psi_i = 30^\circ, \Psi_r = 10^\circ$$

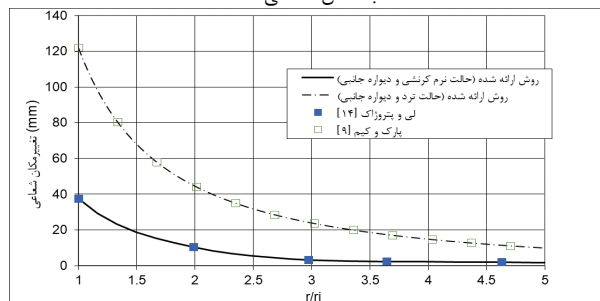
در شکل ۸ توزیع تنش‌ها و تغییرمکان شعاعی در امتداد افقی به‌دست آمده از روش‌های مختلف نشان داده شده است. در نمودارهای شکل ۸ مشاهده می‌شود که به‌دلیل گستردگی ناحیه پلاستیک شعاع تأثیر تونل به‌خصوص در حالت ترد بسیار بزرگ است. با توجه به شکل ۸، نتایج روش ارائه شده برای توده‌های سنگ الاستوپلاستیک کرنش نرم‌شونده و ترد به‌ترتیب با روش‌های لی و پیتروژاک [۱۴] و پارک و لی [۹] نزدیک‌اند.



الف. تنش شعاعی

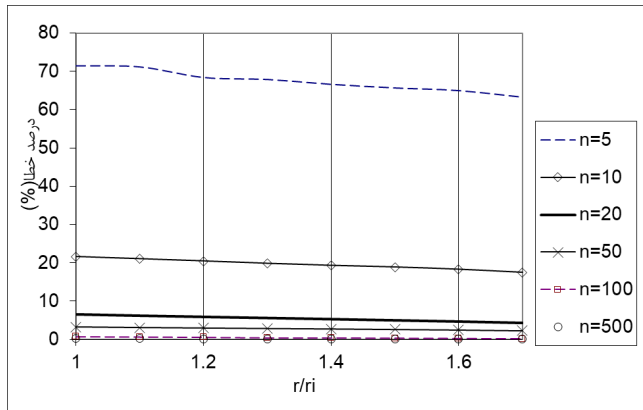


ب. تنش مماسی

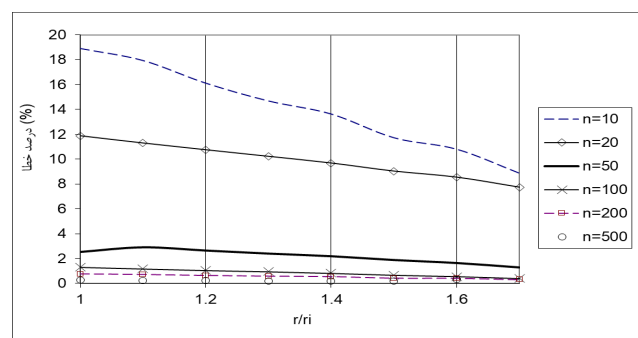


پ. تغییرمکان شعاعی

شکل ۸- توزیع تنش‌های شعاعی و مماسی و تغییرمکان شعاعی در امتداد افقی به‌دست آمده از روش‌های مختلف



الف. $\Psi = 0^\circ$



ب. $\Psi = 30^\circ$

شکل ۷- درصد خطا در محاسبه تغییرمکان شعاعی بی‌بعد

در توده‌سنگ بدون اتساع ($\Psi = 0^\circ$) در n برابر با ۱۰۰ خطا در شعاع تونل تنها ۰/۷۸۵ درصد است. این در حالیست که خطا برای $\Psi = 30^\circ$ تا ۱/۳۰۷ درصد افزایش می‌یابد. به هر حال هر دو مقدار ناچیز اند. البته خطا برای مقادیر بزرگتر n به صفر میل می‌کند.

۶-۲- مقایسه با مدل‌های کرنش نرم‌شونده دیگر

در اینجا لازم است که به این نکته اشاره شود که بر اساس مطالعه انجام شده به وسیله زارعی فرد [۳۸] استفاده از معیار گسیختگی مورکولمب در مقایسه با معیار گسیختگی هوک و براون [۱۵] در تحلیل تونل‌ها همگرایی تونل و شعاع پلاستیک کوچک‌تری را در توده‌های سنگی مختلف (با کیفیت مختلف) نتیجه می‌دهد.

در روش‌های تحلیل تونل‌ها در توده‌سنگ مورکولمب (از جمله روش لی و پیتروژاک [۱۴] (برای توده‌سنگ الاستوپلاستیک کرنش نرم‌شونده) و روش پارک و کیم [۹] (برای توده سنگ الاستوپلاستیک ترد) اثر وزن ناحیه پلاستیک در نظر گرفته نشده است. در این قسمت نتایج روش ارائه شده برای یک تونل بدون پوشش در امتداد افقی با در نظر گرفتن

۳-۶- اثر وزن و سختی پوشش

در این مثال اثر وزن و اندرکنش پوشش و توده سنگ در یک تونل دارای پوشش بررسی می‌شود.

برای این منظور از مجموعه داده‌های زیر استفاده می‌شود:

$$r_i = 4 \text{ m}, r_{\text{lining}} = 3.7 \text{ m}, \gamma = 28 \frac{\text{KN}}{\text{m}^3},$$

$$\sigma_0 = 10 \text{ MPa}, p_i = 0 \text{ MPa}, \phi_i = 35^\circ, \phi_r = 20^\circ$$

$$C_i = 0.5 \text{ MPa}, C_r = 0.1 \text{ MPa}, \gamma^{P^*} = 0.02,$$

$$E = 5000 \text{ MPa}, \nu = 0.2, \Psi_i = 30^\circ, \Psi_r = 10^\circ$$

$$E_c = 25000 \text{ MPa}, \nu_c = 0.25$$

$$\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm} \text{ و } \delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm}$$

دو حالت $\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm}$ و $\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm}$ بررسی می‌شود. تحلیل بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر برای امتدادهای مختلف انجام می‌شود.

در شکل ۹ منحنی‌های پاسخ زمین (به شکل بی‌بعد) برای امتدادهای افقی و قائم بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که به دلیل اثر وزن ناحیه پلاستیک همگرایی در امتدادهای مختلف یکسان نیست. در این ارتباط همگرایی از سقف به کف تونل کاهش می‌یابد. در اینجا لازم است به این نکته اشاره شود که با کاهش فشار داخلی و افزایش تغییرشکلها شعاع پلاستیک بزرگ‌تر شده و اثر وزن آن ناحیه پلاستیک قابل ملاحظه می‌شود. بر این اساس در سطح تغییر شکل‌های پایین، شعاع ناحیه پلاستیک کوچک بوده و اثر وزن آن بر تحلیل ناچیز خواهد بود.

در این شکل منحنی پاسخ زمین به‌دست آمده بر اساس روش ساده هوک و براون [۱] نیز نمایش داده شده است. باید توجه داشت که در روش ارائه شده به وسیله هوک و براون می‌توان از هر معیار گسیختگی استفاده کرد (نه لزوماً معیار گسیختگی هوک و براون). در مورد شکل ۹ نیز این توضیح لازم است که نمودارهای همگرایی سقف و کف تونل در روش هوک و براون با کمک روش تحلیل ارائه شده (بر اساس مقادیر نمودار همگرایی در امتداد دیواره جانبی و شعاع پلاستیک به‌دست آمده از روش ارائه شده) استخراج شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود استفاده از روش هوک و براون منجر به تخمین بالاتر و محافظه‌کارانه تغییرشکل‌ها برای سقف تونل و تخمین پایین‌تر تغییرشکل‌ها برای کف تونل می‌شود.

یکی از مزایای روش ارائه شده اینست که برای سقف تونل مقدار فشار داخلی نهایی $p_{ult} = 0.17 \text{ MPa}$ را نیز می‌توان به‌دست آورد.

بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر برای امتداد افقی، فشار ظاهری پوشش به‌دست می‌آید (با توجه به شکل ۹):

$$\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm} \text{ برای } p_i = 1.075 \text{ MPa} \text{ و}$$

$$\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm} \text{ برای } p_i = 0.746 \text{ MPa}$$

در این مرحله، تحلیل در امتدادهای سقف و کف بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر برای فشارهای داخلی $p_i = 1.075 \text{ MPa}$ و $p_i = 0.746 \text{ MPa}$ (به ترتیب برای $\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm}$ و $\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm}$) انجام می‌شود.

بر این اساس مقادیر همگرایی اولیه قبل از نصب پوشش در امتداد سقف برای $p_i = 1.075 \text{ MPa}$ و

$$\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm} \text{ (برای } p_i = 0.746 \text{ MPa}$$

$$\text{ و } \delta u_a^{\text{roof}} = 121.4 \text{ mm} \text{ به ترتیب } \delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm}$$

$$\text{ و } \delta u_a^{\text{roof}} = 282.4 \text{ mm} \text{ به‌دست می‌آید. از سوی دیگر مقادیر}$$

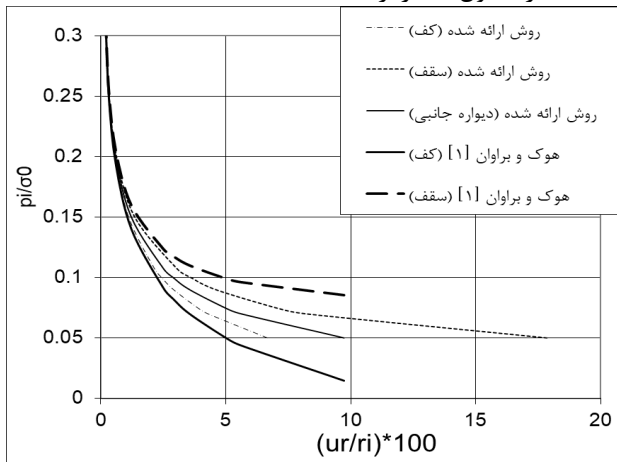
همگرایی اولیه قبل از نصب پوشش در امتداد کف برای $p_i = 1.075 \text{ MPa}$ و $p_i = 0.746 \text{ MPa}$ (برای

$$\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm} \text{ و } \delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm} \text{ به ترتیب}$$

$$\delta u_a^{\text{floor}} = 85.5 \text{ mm} \text{ و } \delta u_a^{\text{floor}} = 155.9 \text{ mm} \text{ به‌دست}$$

می‌آید. سرانجام تحلیل در امتدادهای مختلف بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر (با استفاده از همگرایی اولیه به‌دست آمده برای امتداد مورد نظر) برای به‌دست آوردن حالت تعادل نهایی انجام می‌شود.

منحنی‌های پاسخ زمین و منحنی‌های مشخصه پوشش تا حالت تعادل نهایی در شکل ۱۰ ترسیم شده‌اند (برای مقادیر $\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm}$ و $\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm}$). نتایج برای دو مقدار $\delta u_a^{\text{wall}} = 100 \text{ mm}$ و $\delta u_a^{\text{wall}} = 200 \text{ mm}$ به‌صورت خلاصه در جدول ۱ نیز ارائه شده است.



شکل ۹- منحنی پاسخ زمین بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر

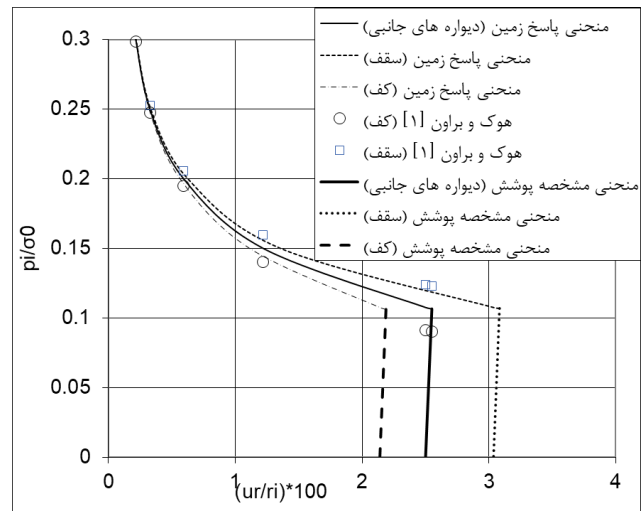
امتدادهای مختلف تفاوت چندانی ندارند. ولی (با توجه به ستون سوم و چهارم جدول و منحنی مشخصه پوشش در شکل ۱۰) مهمترین فاکتورهای طراحی پوشش همگرایی‌های اولیه و نهایی آن هستند که به شدت به امتداد مورد نظر بستگی دارند.

۷- نتیجه گیری

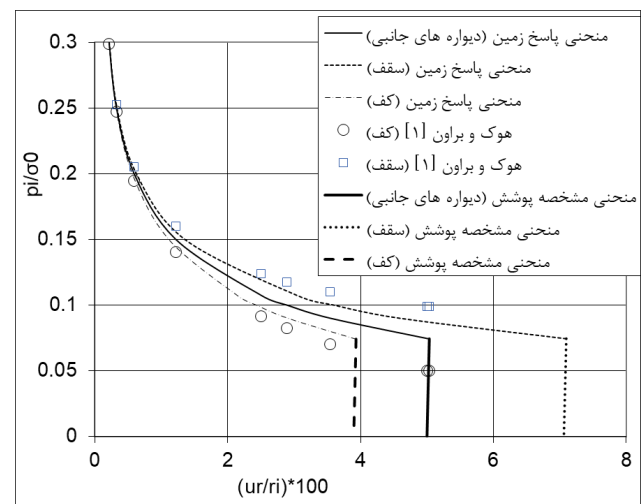
در این مقاله اثر وزن ناحیه پلاستیک شکل گرفته در پیرامون تونل‌ها (دارای پوشش و بدون پوشش) بر پایداری آن‌ها بررسی شد. برای این منظور یک روش تحلیل نظری ارائه شد. در روش ارائه شده رفتار توده سنگ الاستوپلاستیک کرنش نرم-شونده با معیار گسیختگی مورکولمب در نظر گرفته شد. این مدل رفتاری به مدل‌های رفتاری ساده‌تر قابل تعمیم است. روابط تحلیل برای امتدادهای مختلف با در نظر گرفتن اثر وزن ارائه گردید. معادلات حاکم با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حل شدند. برای در نظر گرفتن اثر سختی پوشش دو دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر و پوشش انعطاف ناپذیر ارائه شد.

در تونل‌های بدون پوشش استفاده از دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر در تحلیل توصیه می‌شود. در حالی که در پوشش‌های دارای پوشش قبل از نصب پوشش استفاده از دیدگاه پوشش انعطاف‌پذیر و بعد از نصب آن استفاده از دیدگاه پوشش انعطاف‌ناپذیر توصیه می‌شود. نتایج نشان می‌داد که تنش‌ها و تغییر مکان‌ها در توده-سنگ به میزان زیادی تحت تأثیر اثر وزن اند. ولی به هر حال تنش‌های ایجاد شده در پوشش به وزن بستگی چندانی ندارند. شاید این نتیجه گرفته شود، که در نظر گرفتن نیروی وزن در طراحی پوشش لزومی ندارد. ولی در واقع مهمترین فاکتورهای طراحی پوشش در روش همگرایی-همجواری، همگرایی‌های اولیه و نهایی تونل هستند که به شدت به اثر وزن بستگی دارند.

مدل نیمه‌تحلیلی ارائه شده ابزار مفیدی در اعتبارسنجی مدل‌های عددی، ارزیابی نتایج آزمایشگاهی، پیش‌بینی تنش‌ها و تغییر شکل‌ها در توده‌سنگ پیرامون تونل‌ها است. با استفاده از روش ارائه شده بررسی اثر وزن ناحیه پلاستیک بسیار سریع و آسان می‌شود و بنابراین می‌توان به راحتی مطالعات پارامتری را انجام داد. از روش ارائه شدت می‌توان به سهولت در طراحی تونل‌ها و کنترل پایداری آن‌ها بر اساس روش همگرایی-همجواری استفاده کرد. در این روش در قیاس با روش‌های قبلی، می‌توان همگرایی اولیه (قبل از نصب پوشش) و همگرایی نهایی تونل در امتداد سقف را کنترل کرد. علاوه بر این با کمک



الف. $\delta u_a^{wall} = 100 \text{ mm}$



ب. $\delta u_a^{wall} = 200 \text{ mm}$

شکل ۱۰- منحنی‌های پاسخ زمین و منحنی‌های مشخصه پوشش بر اساس دیدگاه پوشش انعطاف ناپذیر

جدول ۱- خلاصه نتایج تحلیل اندرکنش پوشش-توده سنگ

σ_{max}^{limit} (MPa)	شماره پلاستیک نهایی (m)	فشار تعادل نهایی (MPa)	همگرایی نهایی (mm)	همگرایی اولیه (mm)	امتداد	δu_a^{wall} (mm)
14.7	9.8231	1.065	101.988	100	دیواره جانبی	100
14.7948	10.582	1.068	123.311	121.4	سقف	
14.704	9.2580	1.0615	87.5159	85.5	کف	
10.3	12.7883	0.7436	201.3792	200	دیواره جانبی	200
10.312	14.6989	0.7444	283.839	282.4	سقف	
10.272	11.581	0.7415	157.2706	155.9	کف	

نتایج جدول ۱ (ستون‌های ۵ تا ۷) نشان می‌دهد که تنش‌ها و تغییر مکان‌ها در توده‌سنگ به میزان زیادی به امتداد بستگی دارند. ولی به هر حال تنش‌های ایجاد شده در پوشش در

- [11] Guan, Z., Jiang, Y., Tanabasi, Y., 2007. "Ground reaction analyses in conventional tunneling excavation. Tunnel". Undergr. Space Technol. 22, 230–237.
- [12] Alonso, E., Alejano, L.R., Varas, F., Fdez-Manin, G., Carranza-Torres, C., 2003. "Ground response curves for rock masses exhibiting strain-softening behavior". Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 27, 1153–1185.
- [13] Park, K.H., Tontavanich, B., Lee, J.G., 2008. "A simple procedure for ground response curve of circular tunnel in elastic-strain softening rock masses". Tunnel. Undergr. Space Technol. 23, 151–159.
- [14] Lee, Y.K., Pietruszczak, S., 2008. "A new numerical procedure for elasto-plastic analysis of a circular opening excavated in a strain-softening rock mass". Tunnel Tunneling and underground space technology. 23(5), 588-599
- [15] Hoek, E., Carranza-Torres, C.T., Corkum, B., 2002. "Hoek-Brown failure criterion – 2002 edition". In: Proceedings of the 5th North American Rock Mechanics Symposium and 17th Tunnelling Association of Canada Conference, Toronto, 267–273.
- [16] Fahimifar, A., Zareifard, M.R., 2009. "A theoretical solution for analysis of tunnels below groundwater considering the hydraulic-mechanical coupling". Tunnel. Undergr. Space Technol., 24(26), 634-646
- [17] Bobet, A. 2010. "Characteristic curves for deep circular tunnels in poroplastic rock". Rock Mech. Rock Eng., 43(2), 185–200
- [18] Zareifard, M.R., Fahimifar, A. 2014. "Effect of seepage forces on circular openings excavated in Hoek-Brown rock mass based on a generalised effective stress principle", European Journal of Environmental and Civil Engineering. 18(5).
- [19] Fahimifar, A. and Zareifard, M. R. 2014. A new elasto-plastic solution for analysis of underwater tunnels considering strain dependent permeability. Structure and Infrastructure Engineering: Maintenance, Management, Life-Cycle Design and Performance, 10(11)
- [20] Zareifard, M.R., Fahimifar, A. 2015. "Elastic-Brittle-Plastic Analysis of Circular Deep Underwater Cavities in a Mohr-Coulomb Rock Mass Considering Seepage Forces", International Journal of Geomechanics. 15(5)
- این نوع روش‌های تحلیلی و نیمه تحلیلی، دید بسیار بالایی از شرایط مسأله و متغیرهای حاکم بر آن به دست می‌آید. مزیت مهم دیگر روش ارائه شده نسبت به روش‌های قبلی در این است که اثر سختی پوشش و غیریکنواختی فشار داخلی لحاظ می‌شود و با استفاده از آن می‌توان فشار نهایی P_{ult} را نیز مشخص کرد.
- منابع
- [1] Hoek, E. and E.T. Brown. 1980. "Underground excavations in rock". London: Inst. Min. Metall.
- [2] Hoek, E. 1998, "Tunnel support in weak rock". In Keynote address, Symposium of Sedimentary Rock Engineering, Taipei, Taiwan; Vol. 12.
- [3] Hoek, E. 1999. "Support for very weak rock associated with faults and shear zones". Proc Rock Support & Reinforcement Practice in Mining.
- [4] Hoek, E., Marinos, P. 2000. "Predicting tunnel squeezing problems in weak heterogeneous rock masses". Tunnels and tunnelling international; 32(11), 45-51.
- [5] Brown, E.T., Bray, J.W., , Ladanyi, B., Hoek, E., 1983 "Ground response curves for rock tunnels". Journal of geotechnical Engineering, 109 (1), 15–39.
- [6] Carranza-Torres, C., Fairhurst, C., 1999, "The elasto-plastic response of underground excavations in rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion". Int. J. Rock Mech. Min. Sci, 36, 777–809.
- [7] Sharan, S.K., 2003., "Elastic-brittle-plastic analysis of circular openings in Hoek-Brown media". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 40, 817–824.
- [8] Sharan, S.K., 2005. "Exact and approximate solutions for displacements around circular openings in elastic-brittle-plastic Hoek-Brown rock". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 42, 542–549.
- [9] Park, K.-H., Kim, Y.-J., 2006. "Analytical solution for a circular opening in, an elasto-brittle-plastic rock". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 43, 616–622.
- [10] Carranza-Torres, C., 2004. "Elasto-plastic solution of tunnel problems using the generalized form of the Hoek-Brown failure criterion". Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 41, 480–481.

- [31] Ghorbani, A., Hasanzadehshooiili, H., (2019). A comprehensive solution for the calculation of ground reaction curve in the crown and sidewalls of circular tunnels in the elastic-plastic-EDZ rock mass considering strain softening, Tunnel. Undergr. Space Tech., 84, 413-431.
- [32] Hedayat, A, Weems, J., (2019), The Elasto-Plastic Response of Deep Tunnels with Damaged Zone and Gravity Effects, Rock Mechanics and Rock Engineering, 52(12), 5123-5135
- [۳۳] محمدی حمید، ابراهیمی فرسنگی محمد علی، جلالی فر حسین، احمدی علیرضا؛ ۱۳۹۴؛ «محاسبه منحنی واکنش زمین، حداقل فشار نگهداری و حداکثر کرنش مجاز در تاج تونل»، نشریه علمی پژوهشی مهندسی معدن، دوره ۱۰، شماره ۲۶، صفحه ۵۵-۶۷.
- [۳۴] حیدری رامین، فهیمی فر احمد؛ ۱۳۹۷؛ «تأثیر وزن ناحیه شکسته بر توزیع تنش و جابجایی محیط اطراف تونل»، نشریه علمی پژوهشی مهندسی زیر ساختهای حمل و نقل، سال چهارم، پایب سیزدهم.
- [35] Zareifard, M. R., and Fahimifar, A. 2012. "A new solution for shallow and deep tunnels by considering the gravitational loads." Acta Geotech. Slovenica, 2(4), 37-49.
- [36] Hoek, E., Brown, E.T., 1997. "Practical estimates of rock mass strength". Int. J. Rock Mech. Sci. Geom. Abstr. 34 (8), 1165-1187.
- [37] Timoshenko S. P., and Goodier JN., 1982. "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, New York
- [۳۸] زارعی فرد محمدرضا؛ ۱۳۹۸؛ «بررسی تاثیر نوع معیار گسیختگی توده سنگ هوک و براون و مورکولمب در نتایج تحلیل تونل»، ششمین کنفرانس ملی پژوهشهای کاربردی در مهندسی عمران
- [21] Zou, J., Li, S., Xu, Y. et al. 2016. "Theoretical solutions for a circular opening in an elastic-brittle-plastic rock mass incorporating the out-of-plane stress and seepage force". KSCE J Civ Eng 20, 687-701 doi:10.1007/s12205-015-0789-y
- [22] Lu AZ, Xu GS, Sun F, Sun WQ. 2010. "Elasto-plastic analysis of a circular tunnel including the effects of the axial in situ stress". Int J Rock Mech Min Sci;47:50-9.
- [23] Park KH. 2015 "Large strain similarity solution for a spherical or circular opening excavated in elastic-perfectly plastic media". Int J Numer Anal Met Geomech;39:724-37.
- [24] Zhang Q, Li C, Jiang BS, Yu LY. 2017 "Elastoplastic analysis of circular openings in elastobrittle-plastic rock mass based on logarithmic strain". Math Probl Eng 2017;7503912:1-9.
- [25] Guan K, Zhu WC, Wei J, Liu XG, Niu LL, Wang XR. 2018. "A finite strain numerical procedure for a circular tunnel in strain-softening rock mass with large deformation". Int J Rock Mech Min Sci 2018;112:266-80.
- [26] Zhang Q, Wang, H-Y, Jiang Y-J, Jiang, B-S 2019, "A numerical large strain solution for circular tunnels excavated in strain-softening rock masses", Computers and Geotechnics 114, 103142
- [۲۷] زارعی فرد محمدرضا، ارشدنژاد شبیر؛ ۱۳۹۸؛ «تأثیر میزان آسیب دیدگی توده سنگ بر پایداری تونل های با پوشش بتنی بر اساس معیار مورکولمب»، نشریه علمی پژوهشی مهندسی معدن، دوره ۱۴، شماره ۴۴، صفحه ۳۹-۲۶
- [28] Zareifard, M.R., Fahimifar, A. 2016. "Analytical solutions for the stresses and deformations of deep tunnels in an elastic-brittle-plastic rock mass considering the damaged zone", Tunnelling and Underground Space Technology, 58, 186-196.
- [29] Zareifard, M. R. 2020 "A new semi-numerical method for elastoplastic analysis of a circular tunnel excavated in a Hoek-Brown strain-softening rock mass considering the blast-induced damaged zone"; Computers and Geotechnics.
- [30] González-Cao, J., Alejano, L.R., Alonso E., Bastante F.G. 2018, "Convergence-confinement curve analysis of excavation stress and strain resulting from blast-induced damage", Tunnelling and Underground Space Technology, 73, 162-169.