

پیش بینی اکسایش پیریت در انباشتگاه باطله های زغال سنگ البرز مرکزی

فرود حدادی^۱، بهشاد جدیری شکری^{۲*}، مسعود زارع نقدهی^۲، فرامرز دولتی ارده جانی^۳، مجید شاه حسینی^۴

^۱ کارشناس ارشد مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان

^۲ استادیار گروه مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی همدان، b.jodeiri@hut.ac.ir

^۳ استاد دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشکده مهندسی معدن دانشگاه تهران، fdoulati@ut.ac.ir

^۴ دانشجوی دکترای مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشکده مهندسی معدن دانشگاه تهران، m.shahhosseini@ut.ac.ir

(دریافت: ۱۲ فروردین ۱۳۹۸ - پذیرش: ۱۱ تیر ۱۳۹۸)

چکیده

در طول ۲۲ سال گذشته، بیش از ۲۱ مگا تن باطله زغال در کارخانه زغالشویی انجیر تنگه واقع در شمال ایران، تولید شده است. باطله های زغال، بدون در نظر گرفتن هرگونه ملاحظات زیست محیطی در طبیعت بکر محیط رها شده اند. از طرفی، بررسی های پیشین، حاکی از تولید زهاب اسیدی معدن در این باطله ها است. از این رو، بررسی ریسک احتمالاتی ناشی از تولید زهاب اسیدی معدن، امری ضروری است. برای این منظور در این مقاله، از روش پیش بینی احتمالاتی برای تخمین فرآیند اکسایش پیریت در محل انباشت باطله های زغال البرز مرکزی، استفاده شده است که ابتدا پارامترهای عمق، فرکشن اکسیژن و غلظت کربنات به عنوان ورودی و میزان pH و پیریت باقیمانده به عنوان پارامترهای خروجی انتخاب شدند. سپس، توابع توزیع احتمالاتی بر روی پارامترهای ورودی برازش شدند. در ادامه پس از پیدا کردن بهترین روابط آماری خطی بین هر یک از پارامترهای هدف و پارامترهای ورودی و جایگذاری توابع توزیع احتمالاتی، به کمک شبیه سازی مونت کارلو میزان پیریت باقیمانده و pH تخمین زده شد. نتایج حاکی از آن است که به احتمال ۵ درصد میزان pH و پیریت باقیمانده در محل انباشت باطله ها به ترتیب کمتر از ۴/۶ و ۰/۸۹۴ بوده است.

کلمات کلیدی

شبیه سازی مونت کارلو، میزان پیریت باقیمانده، پتانسیل آلودگی، پیش بینی احتمالاتی.

۱- مقدمه

کلی زهاب اسیدی سنگ^۲ و همچنین فرآیندهای حل و ته نشین شدن فلزات و مواد معدنی، هدف اصلی پژوهش‌های زیادی بوده است، از این رو درک پارامترهای کنترل کننده تشکیل زهاب اسیدی معدن و نیز بررسی روش‌های پیشگیری ناشی از آن، اهمیت زیادی دارد [۷].

در حالت کلی دو روش زیر در پیش‌بینی و پایش زهاب اسیدی معدن توسط پژوهشگران مختلف، ارایه شده است:

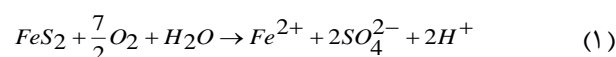
- حل عددی در مدل‌های ژئوشیمیایی
- روش‌های ژئوفیزیک زیست‌محیطی

نخستین بار سینگر و استام روابط شیمیایی اکسایش پیریت و تولید زهاب اسیدی معدن را در سال ۱۹۷۰ ارایه کردند [۸] و پس از آن لونشپیل در سال ۱۹۷۲ برای نخستین بار مدل مغزه انقباضی را ارایه کرد که به عنوان معادله ریاضی حاکم بر اکسایش پیریت مورد استفاده قرار می‌گیرد. کاربرد روش‌های ژئوفیزیکی نیز از دهه ۹۰ میلادی در شناسایی محل تشکیل زهاب و پهنه‌بندی گسترش آن در طول زمان‌های مختلف، بیش از پیش شده است.

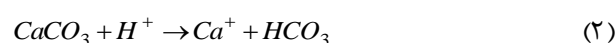
جدیری شکری و همکاران (۱۳۹۵)، میزان پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله‌های فرآوری زغال را با استفاده از روش آماری رگرسیون چند متغیره پیش‌بینی کردند. آن‌ها، در این تحقیق، برای تعیین میزان پیریت باقیمانده پس از انجام نمونه‌برداری‌های لازم و آماده‌سازی نمونه‌ها، از روش جذب اتمی برای اندازه‌گیری میزان آن در سولفور پیریتی استفاده کردند. نتایج مطالعات آزمایشگاهی نشان داد که میزان پیریت باقیمانده با افزایش عمق باطله‌ها روند افزایشی داشته است، در حالی که اکسیژن در باطله‌ها تا عمق دو متری از انباشتگاه نفوذ کرده است. سپس، با استفاده از روابط خطی پیشنهادی و به کمک روش رگرسیون چند متغیره بر اساس الگوریتم افرومیسون (به روش گام به گام، بهترین مدل (رابطه) پیشنهادی برای پیش‌بینی میزان پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله زغال ارایه شد [۹].

خاندلوال^۳ و سینگ^۴ (۲۰۰۵) کیفیت آب معدن به وسیله پارامترهای فیزیکی را با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی پس‌انتشار^۵ پیش‌بینی و با رگرسیون خطی چندگانه^۶ مقایسه کردند. پارامترهای ورودی در بررسی آن‌ها pH، دما و سختی و

عملیات معدنکاری محیط اطراف خود را دچار یکسری تغییرات می‌کند که در نوع خود آلودگی محسوب می‌شود. جابه‌جایی افقی لایه بالایی خاک و یا انباشت باطله‌ها در کنار رودخانه‌ها، دریاچه‌ها و پدیده نشست زمین، از انواع مختلف مشکلات زیست‌محیطی‌اند. خروج زهاب‌های معدنی و راه‌یابی آن‌ها به آب‌های جاری، چشمه‌ها و سفره‌های آب زیرزمینی و خاک‌های منطقه، سبب آلودگی منابع آبی و خاکی پیرامون خواهد شد. زهاب اسیدی معدن^۱، یکی از مهم‌ترین و مخرب‌ترین مشکلات زیست‌محیطی عملیات معدنی است. این زهاب‌ها، در نتیجه فرآیند اکسایش کانی‌های سولفیدی موجود به ویژه پیریت همراه کانسار و یا باطله‌های استخراجی و یا فرآوری که در معرض هوازدگی و مجاورت آب قرار می‌گیرند، ایجاد می‌شود. شدت و مدت زمان تشکیل زهاب اسیدی بستگی به عواملی همچون نفوذپذیری، نوع و میزان کانی سولفوری، درجه حرارت، غلظت و بخش اکسیژن نفوذی در باطله‌ها، وجود و فعالیت باکتری‌ها و کانی‌های خنثی‌کننده اسید دارد [۱]. در صورت نبود یک مدیریت درست، این زهاب‌ها می‌توانند سبب تخریب محیط پیرامون خود در دراز مدت شوند که ممکن است چندین دهه پایدار باشد [۲، ۳]. به عنوان نمونه، در آمریکا بیشتر از ۴۸۰۰۰ منطقه معدنی فعال با قابلیت تولید زهاب اسیدی وجود دارد. در برخی از مناطق معدنی این مشکل پس از بسته شدن معدن به شدیدترین حالت خود می‌رسد. در نمونه‌ای دیگر، در انگلستان میراثی از آلودگی‌های ناشی از زهاب‌های معادن زغال‌سنگ متروک وجود دارد که قابلیت بالایی در آلودگی آب‌های زیرزمینی دارند [۴]. مهم‌ترین واکنش اکسایش پیریت و تولید زهاب اسیدی معدن به صورت رابطه ۱ است [۵، ۶]:



که در این رابطه، پیریت در مجاورت آب و اکسیژن، اکسید شده و آهن دو ظرفیتی، سولفات و اسید تولید می‌شود. از طرفی، وجود کانی‌های خنثی‌کننده اسید مانند کلسیت، سبب کاهش میزان اسید تولید شده از زهاب خواهد شد (رابطه ۲) [۵، ۶]:



در طول ۵۰ سال گذشته، مشکل اکسایش این کانی‌های سولفیدی و نیز ارتباط آن با زهاب اسیدی معدن، یا به طور

²- Acid rock drainage (ARD)

³- Khandelwal

⁴- Singh

⁵- Back-Propagation (BP)

⁶- Multiple linear regression (MLR)

¹- Acid mine drainage (AMD)

نیز انتشار آلودگی آن‌ها را در باطله‌های فرآوری معدن مس سرچشمه، مدل‌سازی کردند. در این مدل، نفوذ مولکولی به عنوان پدیده غالب برای تامین اکسیژن در فضای خالی باطله‌ها، در نظر گرفته شد. در مدل ارائه شده، همچنین نقش باکتری‌های تیوباسیلوس فروکسیدان در فرآیندهای اکسایش و لیچینگ سولفیدها لحاظ شده است [۱۵].

دولتی‌ارده‌جانی و همکاران (۲۰۱۴)، مدلی عددی یک بعدی برای شبیه‌سازی اکسایش پیریت و انتقال حاصل از اکسایش آهن غنی از کربنات، در باطله‌های زغال‌سنگ البرز مرکزی ارائه دادند. مدل پیشنهادی آن‌ها برای بررسی اکسایش پیریت، کاهش سطح پیریت، انتشار اکسیژن، و انتقال محصولات اکسایش از طریق باطله بود. معادلات مدل مربوط با نرم افزار PHONICS حل شد. این نتایج برای توسعه یک طرح بازسازی مناسب مفید است [۱۶].

شفایی و همکاران (۲۰۱۵)، در یک مطالعه ژئوفیزیک زیست‌محیطی، آلودگی ناشی از کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی با استفاده از روش آرایه‌های زمانی^۵ مقاومت ویژه الکتریکی را مورد بررسی قرار دادند [۱۹].

پارباکر^۶ و لوترموزر^۷ (۲۰۱۵)، روش‌های پیش‌بینی زهاب اسیدی را مورد نقد و بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که بهترین پیش‌بینی زهاب اسیدی باید با بهبود تعریف مدل‌های محیطی و واحدهای باطله شروع شود و بهترین زمان برای آن را از هنگام توسعه معدن دانستند [۱۸].

آریافر و همکاران (۲۰۱۹)، با استفاده از روش ترکیبی محاسبات نرم و رگرسیون غیرخطی، مدل‌های مختلف جاذب در تصفیه رواناب‌های صنعتی را مورد بررسی قرار دادند [۱۹].

بررسی پیشینه تحقیقات نشان می‌دهد که با وجود انجام پژوهش‌های با ارزش، تاکنون کاری در زمینه پیش‌بینی احتمالاتی فرآیند اکسایش پیریت و تولید زهاب اسیدی در محل انباشت باطله‌ها، در جهان انجام نشده است. در حقیقت، در تمامی مدل‌های ریاضی فرض بر این بوده است که پارامترهای اثرگذار بر تولید زهاب اسیدی، قطعی بوده است، در حالی که این پارامترها غیرقطعی بوده‌اند. برخی از این عدم قطعیت‌ها به [۲۰] شرح زیر است:

- عدم قطعیت ساختار مدل: عدم قطعیت مفهومی است که

پارامترهای خروجی آن سولفات، کلرید و اکسیژن بودند [۱۰].
مولسن^۱ و همکاران (۲۰۰۵)، شبیه‌سازی عددی اکسایش پیریت و زهاب اسیدی معدن در باطله‌های معدنی غیراشباع را ارائه کردند. علاوه، شبیه‌سازی عددی، برای نشان دادن اثر فرآیندهای ناشی از زهاب اسیدی معدن توسط آن‌ها ارائه شد و نشان دادند که در توده باطله با لایه‌های افقی، مقدار اسید بیشتری از طریق کانال‌های جریان عمودی، تخلیه می‌شود [۱۱].

دولتی‌ارده‌جانی و همکاران (۲۰۰۸) با استفاده از مدل ترکیبی ژئوالکتریک-ریاضی به پیش‌بینی اکسایش پیریت در انباشتگاه باطله زغالی در ایران پرداختند. برای شبیه‌سازی اکسایش پیریت و میزان آلودگی ناشی از معدن زغال البرز شرقی، آن‌ها از مدل عددی حجم‌های محدود با استفاده از نرم‌افزار PHONICS استفاده کردند [۱۲]. در محل انباشت همان باطله‌ها، صادقی امیرشهیدی و همکاران (۲۰۱۳)، با استفاده از روش پردازش تصویر^۲ به مدل‌سازی اکسایش پیریت در یک انباشتگاه باطله زغال‌سنگ پرداختند. برای تعیین مقدار پیریت باقیمانده، تصاویری از نمونه پودری باطله‌های زغال‌سنگ در اعماق مختلف تهیه شد. نتایج به دست آمده از روش پردازش تصویر به نتایج حاصل از اندازه‌گیری با روش ASTM بسیار نزدیک بود [۱۳]. جدیری شکری و همکاران (۲۰۱۴)، با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی^۳ و سیستم استنتاج عصبی-فازی^۴ به پیش‌بینی میزان اکسایش پیریت در کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی پرداختند. در روش شبکه‌های عصبی، عمق، پیریت باقیمانده اولیه، کسر مولی اکسیژن و میزان بارش سالیانه به عنوان پارامترهای ورودی و بخش پیریت باقیمانده به عنوان پارامتر خروجی در نظر گرفته شد. در روش سیستم عصبی-فازی، آن‌ها از توابع عضویت زنگوله‌ای شکل و سیستم استنتاج فازی تاکاگی-سوگنو با همان پارامترهای ورودی و خروجی استفاده کردند. مقایسه ضرایب همبستگی نشان داد که هر دو مدل با موفقیت بخش پیریت باقیمانده را پیش‌بینی می‌کنند. هر چند روش ANFIS قابل اطمینان‌تر و دقیق‌تر از روش شبکه‌های عصبی خواهد بود [۱۴].

در تحقیقی دیگر، جان‌نثار ملکوتی و همکاران در سال (۲۰۱۳)، فرآیندهای اکسایش کانی‌های پیریت، کالکوپیریت و

¹- Molson

²- Image processing

³- Artificial neural networks (ANN)

⁴- Adaptive neuro-fuzzy inference systems (ANFIS)

⁵- Time Laps

⁶- Parbhakar

⁷- Lottermoser

پارامترهای اثرگذار در فرآیند اکسایش پیریت در باطله‌های زغال‌سنگ البرز مرکزی شناسایی شده، سپس پیش‌بینی احتمالاتی هر یک از این پارامترها مورد بررسی دقیق‌تری قرار گیرد.

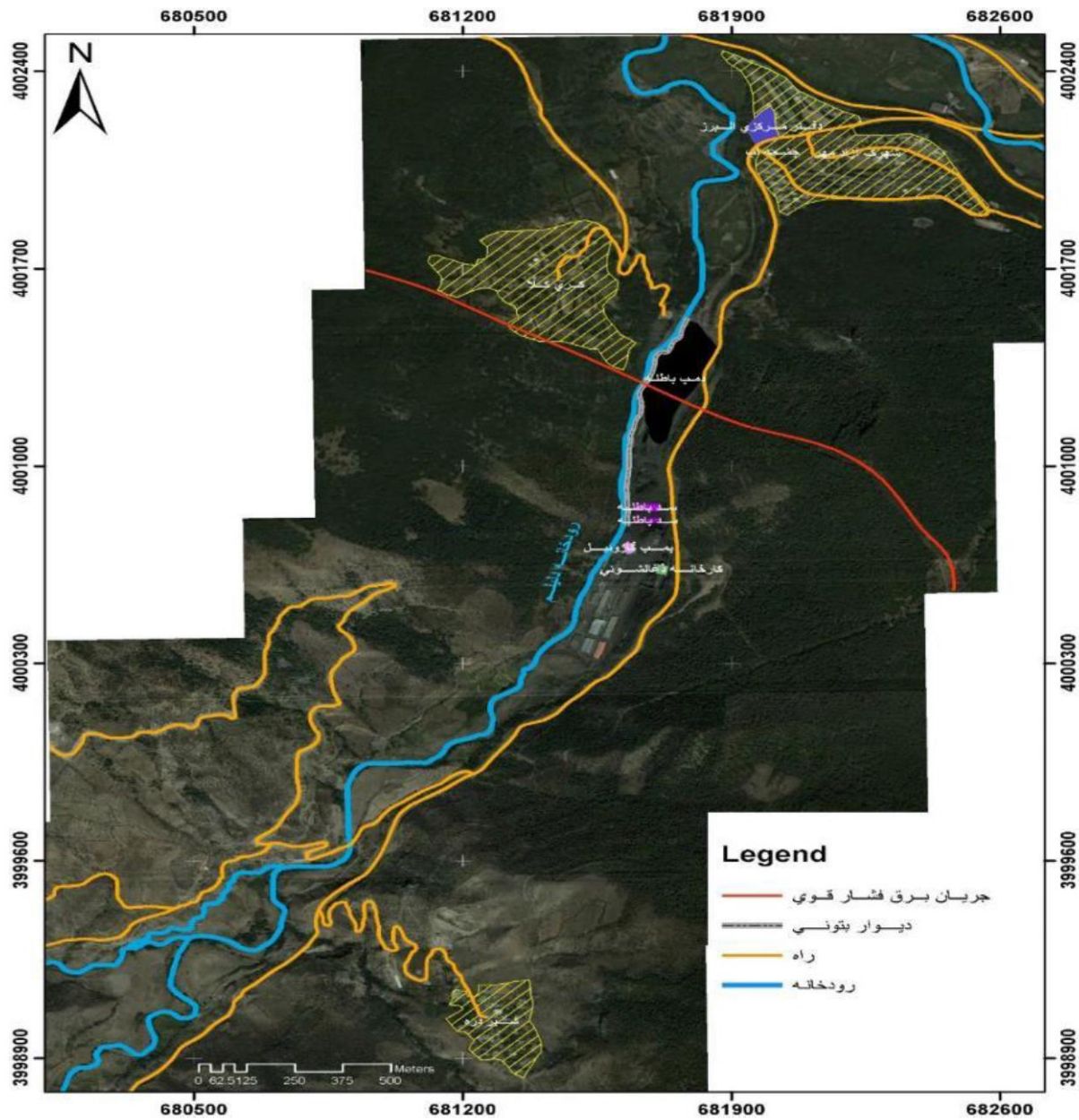
۱-۲- معرفی محل انباشت باطله‌های کارخانه زغال‌شویی البرز مرکزی

کارخانه زغال‌شویی انجیر تنگه در سال ۱۳۶۷ در شهر زیرآب در ۴۵ کیلومتری جنوب شهرستان قائم‌شهر و ۱۸۵ کیلومتری تهران و در محل انجیرتنگه در فاصله ۳ کیلومتری غرب جاده آسفالته قائم‌شهر- تهران (جاده فیروزکوه)، قرار دارد. این کارخانه زیر نظر شرکت زغال‌سنگ البرز مرکزی اداره می‌شود و با هدف شستشو و تغلیظ (کاهش خاکستر) زغال‌سنگ‌های استخراج شده از معادن کارمزد و کارسنگ، کیاسر و برخی معادن متفرقه محلی و برای تولید زغال‌سنگ با پارامترهای مطلوب برای مصرف در کارخانه ذوب آهن اصفهان توسط کارشناسان روسی طراحی شده است و هنوز هم به کار خود ادامه می‌دهد. در حال حاضر این کارخانه، با ظرفیت سالانه ۱۲۰۰۰۰ تن در سال کار می‌کند و میزان بازیابی زغال در آن حدود ۶۰ درصد است و بقیه خوراک به باطله تبدیل می‌شود که در حدود ۱٫۵ میلیون تن برآورد شده است [۱۵]. فرآوری زغال‌سنگ در این واحد زغال‌شویی شامل سه روش عمده سنگ‌جوری، ثقلی (جیگ) و فلوتاسیون است. به نظر می‌رسد که در صورت عدم رعایت الزامات زیست‌محیطی دپو کردن باطله‌های زغال‌شویی علاوه بر از بین بردن زیبایی و پوشش گیاهی منطقه ممکن است، سبب آلودگی هوا و آلودگی آب‌های زیرزمینی شود و آب رودخانه دلیل را نیز متاثر سازد. آب و هوای منطقه کوهستانی و معتدل است که میزان بارش سالیانه و میانگین دمایی آن بر پایه آمار رسمی به ترتیب در حدود ۴۸۰ میلی‌متر و ۱۷ درجه سانتی‌گراد در سال برآورد شده است [۱۵]. شکل ۱، تصویر ماهواره‌ای منطقه است که در آن محدوده مورد مطالعه، آبراهه‌های اصلی، کارخانه زغال‌شویی، رودخانه دلیل و دپوی باطله نشان داده شده است. شکل ۲، نمایی از انباشتگاه باطله را در محل کارخانه زغال‌شویی نشان می‌دهد. بازدیدها و مشاهدات انجام شده در بخش‌های مختلف پایین‌دست انباشتگاه باطله، علایمی مبنی بر فرآیند اکسایش پیریت، تولید آلودگی احتمالی و شستشوی آلاینده‌ها به داخل زمین و رودخانه دلیل دیده می‌شود (شکل ۳).

با توجه به عدم درک درست و نیز ساده‌سازی‌های فرآیندهای مدل در مقایسه با واقعیت، ناشی می‌شود. به طور نمونه جریان آب و هوا در انباشتگاه‌های باطله مسیری منحنی‌وار را طی می‌کند، در حالی که در مدل‌های عددی این مسیر، به شکل خط راست فرض می‌شود.

- عدم قطعیت پارامترهای ورودی: پارامترهای ورودی مدل شامل میزان غلظت عناصر آلاینده در انباشتگاه باطله‌ها، میزان اندازه ذرات باطله، میزان غلظت اکسیژن در فضاهای خالی بین ذرات باطله و مواردی از این قبیل است.
- عدم قطعیت پارامترها: این نوع از عدم قطعیت مربوط به پایگاه داده‌ها و روش‌هایی است که برای اعتبارسنجی مدل‌های مربوطه، استفاده می‌شود. به عنوان نمونه می‌توان میزان واکنش پیریت در مدل‌های ژئوشیمیایی و اکسایش آن در ذرات باطله را نام برد. این ضریب و ضرایب مشابه آن، اغلب با استفاده از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌شوند ولی باید در نظر داشت این مقادیر نیز به سبب وجود خطا در اندازه‌گیری‌ها، غیرقطعی‌اند.

باید توجه داشت که در روش‌های احتمالاتی با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های ذاتی در انباشتگاه‌های باطله، می‌توان ریسک تولید آلودگی و اکسایش پیریت را در آن‌ها بسیار بهتر از یک روش عددی، محاسبه کرد. از طرفی، بیان این موضوع ضروری است که این روش‌ها به داده‌ها و اطلاعات ورودی بسیار زیادی برای استفاده در توزیع‌های احتمال پارامترها نیازمندند. برخلاف روش‌های عددی، در روش‌های احتمالاتی، توزیع‌های آماری پارامترهای ورودی در نظر گرفته می‌شود. توابع توزیع، مجموعه‌ای از احتمالات ممکن از یک رخداد غیرقطعی است که برای بررسی تغییرات پارامترهای غیرقطعی و پیش‌بینی رفتار این پارامترها در مدل‌سازی و شبیه‌سازی سیستم‌های دارای عدم قطعیت به کار گرفته می‌شود. هر تابع توزیع، ویژگی‌های آماری و احتمالی را که مستقیماً وابسته به پارامترهای متغیر است، اندازه‌گیری می‌کند. در مرحله بعد بر اساس روابط موجود میان توزیع‌های آماری پارامترهای ورودی و میزان احتمال اکسایش پیریت و محصولات ناشی از آن، این احتمال محاسبه خواهد شد. از این‌رو، با توجه به مطالب عنوان شده، در این مقاله سعی شده است تا برای نخستین بار ابتدا پس از ساخت و گردآوری مجموعه داده‌ها، مهم‌ترین



شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه که در آن جاده دسترسی، کارخانه زغال‌سویی، سد باطله، دیوی زغال و آبراهه اصلی مشخص شده است.



شکل ۲- نمایی از محل انباشت باطله‌های زغال‌شویی در کارخانه زغال‌شویی انجیر تنگه، البرز مرکزی.



شکل ۳- شواهدی مبنی بر اکسایش پیریت و تولید زهاب در پایین دست باطله‌های حاصل از فرآیند شستشوی زغال در کارخانه زغال‌شویی انجیر تنگه.

۲- اصول و تئوری انجام کار

پیش‌بینی میزان پتانسیل تولید با استفاده از روش غیرقطعی احتمالاتی و با به کارگیری روش شبیه‌سازی مونت کارلو و با کمک نرم‌افزار @Risk نسخه ۷، انجام شده است.

برای این منظور ابتدا با توجه به داده‌های در دسترس، پارامترهای اثرگذار ورودی و هدف در اکسایش پیریت انتخاب شدند. پارامترهای ورودی، عمق قرارگیری ذرات باطله، بخش یا میزان اکسیژن نفوذی در بین ذرات باطله، غلظت بی‌کربنات به عنوان محصول حاصل از خنثی‌شدگی زهاب اسیدی، انتخاب

جدول ۱- پایگاه داده‌های انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی [۱۵].

ردیف	عمق (متر)	بخش اکسیژن (درصد)	غلظت بی‌کربنات (میلی‌گرم بر کیلوگرم)	بخش پیریت باقیمانده (درصد)	pH
۱	۰	۰/۲۱	۱/۲	۰/۹۲	۴/۶
۲	۰/۳	۰/۱۵	۱/۲	۰/۹۴	۳/۲
۳	۰/۸	۰/۰۶	۱/۲	۰/۹۸	۶/۳
۴	۱/۳	۰	۱/۲	۰/۹۳	۷/۵
۵	۱/۸	۰	۱/۲	۱/۰۳	۷/۱
۶	۲/۳	۰	۱/۲	۰/۹۷	۷/۱
۷	۲/۸	۰	۱/۲	۱/۰۵	۷/۳
۸	۳/۳	۰	۱/۲	۱/۰۶	۷/۲
۹	۳/۸	۰	۱/۳	۱/۰۸	۶/۶
۱۰	۰	۰/۲۱	۱/۱	۱/۰۱	۵
۱۱	۰/۵	۰/۱۲	۱/۲	۱/۰۳	۶
۱۲	۱	۰/۰۵	۱/۲	۱/۱۱	۷/۳
۱۳	۱/۵	۰	۱/۲	۱/۱۴	۶/۷
۱۴	۲	۰	۲/۵	۱/۱۵	۶/۶
۱۵	۲/۵	۰	۲	۱/۱۵	۷
۱۶	۳	۰	۲	۱/۱۹	۶/۷
۱۷	۳/۵	۰	۲	۱/۲۲	۷/۵
۱۸	۴	۰	۲	۱/۲۲	۷
۱۹	۰	۰/۲۱	۱/۲	۰/۹۰	۳/۴
۲۰	۰/۵	۰/۱۴	۱/۲	۰/۹۹	۵/۲
۲۱	۱	۰/۰۶	۱/۲	۱/۲۳	۶/۸
۲۲	۱/۵	۰	۱/۲	۱/۲۷	۵/۵
۲۳	۲	۰	۲/۵	۱/۲۶	۷/۲
۲۴	۲/۵	۰	۲/۵	۱/۳۰	۷/۴
۲۵	۳	۰	۱/۲	۱/۳۱	۷/۴

۳- بحث و بررسی

۳-۱- برازش توابع توزیع احتمال بر داده‌ها

به کمک نرم‌افزار یاد شده برای هر یک از پارامترهای ورودی تابع توزیع احتمال تعریف شد. در شکل ۴ و جدول ۲، بهترین برازش روی توابع توزیع به دست آمده برای پارامترهای ورودی شامل عمق، بخش اکسیژن و غلظت بی‌کربنات بر اساس χ^2 -Square آرایه شده است.

شدند و پارامترهای هدف نیز شامل بخش یا میزان پیریت باقیمانده پس از فرآیند اکسایش پیریت و میزان pH تولیدی به وسیله زهاب اسیدی معدن بودند.

با توجه به این که پارامترهای اثرگذار در تولید زهاب اسیدی غیرقطعی و نامعلوم‌اند باید ابتدا طبیعت مقادیر نامعلوم مدل تشریح شود. این کار با استفاده از توابع توزیع انجام شده است. این توابع مجموعه‌ای از مقادیر که متغیرها می‌توانند در آن محدوده قرار گیرند را در اختیار قرار می‌دهند. در این مرحله بهترین توابع توزیع احتمال^۱ انتخاب شدند. در حقیقت، توابع توزیع می‌توانند به عنوان رابطه‌هایی تلقی شوند که مقدار متغیر به کمک آن‌ها پیش‌بینی می‌شود. پس از مشخص شدن تابع توزیع یک متغیر، اگر از طریق نمونه‌گیری تصادفی از این تابع توزیع یک مقدار انتخاب شود، در واقع یک مقدار تصادفی تولید شده است. روش جستجوی تصادفی، یکی از روش‌هایی است که در آن با انتخاب نمونه‌های تصادفی از فضای جستجو، تغییرات احتمالی پارامترهای نامعلوم را می‌توان پیش‌بینی کرد. بنابراین با جاگذاری مقادیر تصادفی در مدل و ارزیابی آن، تغییرات خروجی سیستم قابل پیش‌بینی است. در انتها، این پارامترها به همراه توزیع‌شان به عنوان ورودی وارد نرم‌افزار می‌شوند.

در انتها، با استفاده از نرم‌افزار @Risk نسخه ۷، با به کارگیری روش شبیه‌سازی مانند مونت کارلو^۲ و با تولید اعداد تصادفی، مدل را بارها اجرا کرده و پارامترهای اثرگذار در تولید زهاب اسیدی تحلیل شد و در نهایت مقادیر خروجی‌های مدل مشخص شده و توزیع احتمال آن‌ها آرایه شد. با بررسی مقادیر خروجی، می‌توان میزان ریسک عددی پتانسیل تولید زهاب اسیدی معدن در اثر اکسایش پیریت در ذرات باطله زغال‌سنگ را با توجه به انتظارات مورد نظر به دست آورد.

۳-۲- پایگاه داده‌ها

برای ساخت پایگاه داده‌های مورد استفاده در این مطالعه از ۲۵ سری داده استفاده شد که از سه ترانسه مختلف در محل انباشت باطله‌های زغال‌سنگ توسط شاه‌حسینی و همکاران [۱۵] برداشت شده بود. در این پایگاه داده از پارامترهای اندازه‌گیری شده قبلی شامل عمق (متر)، بخش اکسیژن (درصد)، غلظت بی‌کربنات (میلی‌گرم بر کیلوگرم)، بخش پیریت باقیمانده (درصد) و pH استفاده شد. جدول ۱ این داده‌های انباشتگاه‌های باطله‌های زغالی البرز مرکزی را نشان می‌دهد.

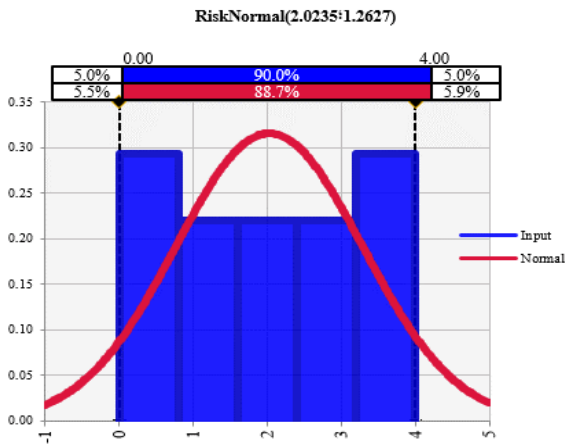
^۱ - Probability distribution function

^۲ - Monte Carlo

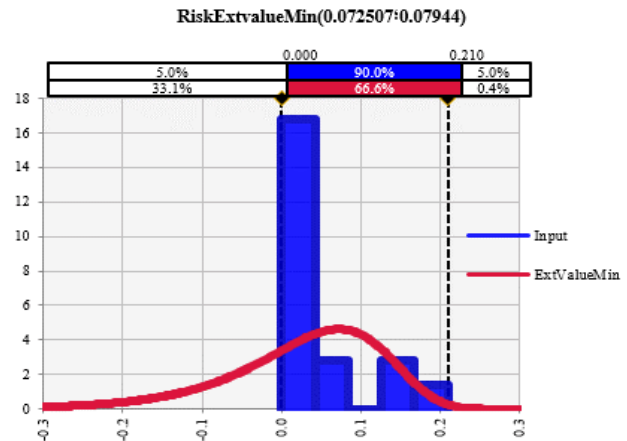
^۳ - Chi-Squared statistic

جدول ۲- بهترین تابع توزیع احتمالاتی از نظر معیارها در انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی.

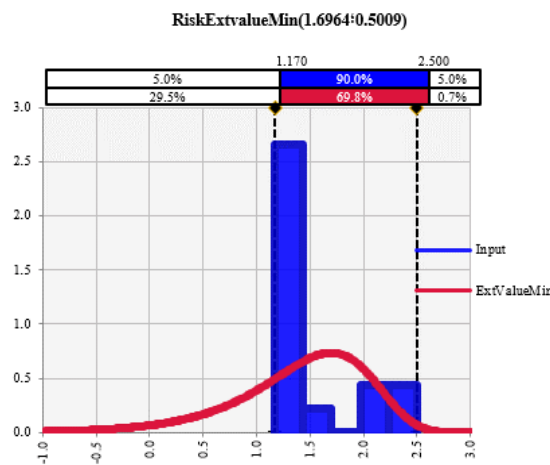
معیار	پارامتر		
	عمق	بخش اکسیژن	غلظت بی کربنات
Chi-Sq	RiskNormal (2.0235;1.262)	RiskExtreme value Min (0.072507;0.07944)	RiskExtreme value Min (1.6964;0.5009)



الف



ب



پ

شکل ۴- بهترین برازش روی توابع توزیع به دست آمده برای پارامترهای ورودی در انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی الف- عمق، ب- بخش اکسیژن و پ- غلظت بی کربنات.

لیتر) و پارامترهای خروجی شامل بخش پیریت باقیمانده (درصد) و pH مورد بررسی قرار گرفت.

۳-۲-۱- بررسی ارتباط بین مقادیر عمق و پیریت باقی مانده برای پیدا کردن بهترین روابط ممکن بین دو پارامتر عمق و بخش پیریت باقیمانده، روابط آماری مختلفی بین آن‌ها برازش

۳-۲- بررسی و تحلیل روابط آماری انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی

در این بخش، با استفاده از پایگاه داده‌های منطقه البرز مرکزی (جدول ۱)، ارتباط بین پارامترهای ورودی شامل عمق (متر)، بخش اکسیژن (درصد) و غلظت بی کربنات (میلی گرم بر

۳-۲-۳- بررسی رابطه بین مقادیر بی‌کربنات و پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله البرز مرکزی

برای پیدا کردن بهترین رابطه میان میزان پیریت باقی‌مانده و بی‌کربنات، روابط مختلفی مانند لگاریتمی، نمایی، چندجمله‌ای درجه دوم و خطی، بر روی داده‌ها برازش شدن (جدول ۵) که به توجه به میزان ضریب تعیین، تابع چندجمله‌ای درجه دوم که به صورت رابطه ۵، ارایه شده است، بهترین برازش بود.

$$y = -0.3045x^2 + 1.2491x - 0.0309 \quad (5)$$

که در آن:

y میزان بخش پیریت باقی‌مانده (درصد)

x میزان غلظت بی‌کربنات در ذرات باطله (میلی‌گرم بر کیلوگرم)

همان‌طور که نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقدار بی‌کربنات، مقدار پیریت کمتری اکسید می‌شود، در نتیجه با افزایش بی‌کربنات میزان آلودگی محیط کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که میزان بالای بی‌کربنات، به نظر می‌رسد که ناشی از نوع زغالی است که در منطقه مورد نظر برای تغلیظ به کارخانه زغال‌شویی البرز شرقی فرستاده شده است.

جدول ۵- ضریب تعیین بین پارامترهای بی‌کربنات و پیریت باقی‌مانده.

چندجمله‌ای درجه ۲	لگاریتمی	خطی	نمایی	نوع تابع
۰٫۶۰۰۴	۰٫۵۳۰۴	۰٫۴۹۶۳	۰٫۴۸۳۵	ضریب تعیین (R^2)

۳-۳- تخمین میزان پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی

برای تخمین میزان پیریت باقیمانده، مقادیر به دست آمده از شبیه‌سازی توابع توزیع پارامترها، نیاز است تا ابتدا بهترین رابطه آماری رگرسیونی بین میزان پیریت باقیمانده به عنوان متغیر هدف و پارامترهای ورودی محاسبه شود (رابطه ۶).

$$A = 0.016B - 0.356C + 0.15D + 0.849 \quad (6)$$

که در آن:

A بخش پیریت باقی‌مانده (درصد)

B عمق (متر)

C بخش اکسیژن (درصد)

D غلظت بی‌کربنات (میلی‌گرم بر لیتر)

میزان بهترین ضریب تعیین اصلاح شده^۱ ۶۰ درصد بوده

شد. بر اساس ضریب تعیین جدول ۳ که رابطه بین عمق و پیریت باقیمانده را نشان می‌دهد، رابطه چندجمله‌ای درجه دوم، بهترین رابطه برازش داده شده بین دو پارامتر است. با توجه به جدول ۳، ارتباط بسیار ضعیفی بین عمق و میزان بخش پیریت باقی‌مانده وجود دارد. رابطه ۳، بیانگر این موضوع است که با افزایش عمق، فراکشن پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله نیز افزایش می‌یابد زیرا با افزایش عمق میزان فضاهای خالی بین ذرات باطله با توجه به وزن بخش‌های بالایی به شدت کاهش یافته است. در نتیجه، میزان نفوذ اکسیژن به درون باطله‌ها کاهش یافته و در نهایت، پیریت کمتری اکسید شده است.

$$y = -0.152x^2 + 0.1144x + 0.9418 \quad (3)$$

که در آن:

y میزان بخش پیریت باقی‌مانده (درصد)

x میزان عمق قرارگیری ذرات باطله (متر)

جدول ۳- ضریب تعیین بین پارامترهای عمق و بخش پیریت باقیمانده.

چندجمله‌ای درجه ۲	خطی	نمایی	نوع تابع
۰٫۳۵۱۳	۰٫۳۲	۰٫۳۳۰۸	ضریب تعیین (R^2)

۳-۲-۳- بررسی رابطه بین مقادیر بخش اکسیژن و پیریت باقی‌مانده در انباشتگاه باطله البرز مرکزی

میزان برازش رابطه‌های مختلف بر اساس ضریب تعیین بین پارامترهای فراکشن اکسیژن و فراکشن پیریت باقی‌مانده در جدول ۴ ارایه شده است. رابطه نمایی، بهترین رابطه برازش داده شده بین این دو پارامتر است. هر چند تعیین بقدری کم است که نمی‌توان ارتباط خوبی بین فراکشن اکسیژن و فراکشن پیریت باقی‌مانده در انباشتگاه باطله البرز مرکزی برقرار کرد.

$$y = 1.118e^{-0.893x} \quad (4)$$

که در آن:

y میزان بخش پیریت باقی‌مانده (درصد)

x میزان بخش اکسیژن نفوذی در ذرات باطله‌ها (درصد)

جدول ۴- ضریب تعیین بین پارامترهای فراکشن اکسیژن و فراکشن پیریت باقی‌مانده.

چندجمله‌ای درجه ۲	خطی	نمایی	نوع تابع
۰٫۲۸۲۳	۰٫۲۸۲۲	۰٫۲۹۱۱	ضریب تعیین (R^2)

^۱ - R-Squared adjusted

جدول ۶- نتایج بخش پیریت باقیمانده به دست آمده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو در قالب درصد‌های با اهمیت احتمال رخداد در انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی.

درصد‌های با اهمیت	بخش پیریت باقیمانده حاصل از شبیه‌سازی (درصد)
۵	۰٫۸۹۴
۵۰	۱٫۰۹۵
۹۵	۱٫۲۲۹
۹۹	۱٫۲۸۲

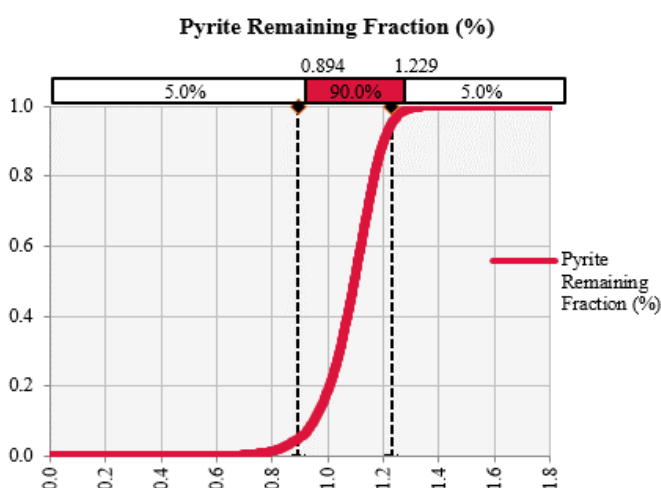
جدول ۷- ویژگی‌های آماری ساده مربوط به داده‌های اندازه‌گیری شده بخش پیریت باقیمانده در انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی.

ویژگی آماری	بخش پیریت باقیمانده (درصد)
میانگین	۱٫۰۹۷
میانه	۱٫۰۸
مد	۱٫۰۳
ماکزیمم	۱٫۳۱
مینیمم	۰٫۹

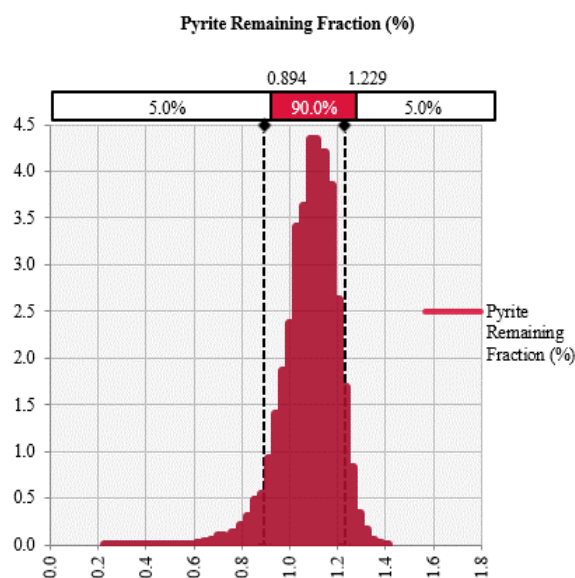
شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب نمودار توزیع فراوانی و نمودار تجمعی حاصل از شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

است. همانطور رابطه نشان می‌دهد، بیش‌ترین اثرگذاری با بخش اکسیژن نفوذی و کم‌ترین اثر را میزان عمق قرارگیری باطله‌ها دارد. علامت منفی در میزان بخش اکسیژن بدن معناست که میزان بخش اکسیژن تاثیر معکوس بر میزان بخش پیریت باقی‌مانده داشته است. این بدن معناست که در بخش‌های فوقانی از انباشتگاه باطله، پیریت بیشتری اکسید شده است در حالی که در قسمت‌های زیرین انباشتگاه، جایی که ذرات باطله بیشتر بهم نزدیک شده‌اند و تمامی اکسیژن نفوذی نیز در قسمت‌های فوقانی انباشتگاه مصرف شده، میزان بیشتری از پیریت، باقی مانده است.

در ادامه، برای تعیین پیریت باقی‌مانده نیاز است تا توابع احتمالاتی پارامترهای ورودی در رابطه ۶ قرار گیرند. نتایج پیش‌بینی بخش پیریت باقی‌مانده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو در قالب درصد‌های با اهمیت احتمال رخداد با استفاده از شکل‌های ۵ و ۶ به دست آمد و نتایج حاصل از آن، در جدول ۶، نشان داده شده است. ویژگی‌های آماری ساده برای داده‌های اندازه‌گیری شده بخش پیریت باقی‌مانده در جدول ۷ نشان داده شده است. با مقایسه مقادیر احتمال رخداد ۵ و ۹۹ درصد در جدول ۶ و مقادیر مینیمم و ماکزیمم داده‌های واقعی در جدول ۷، مشاهده می‌شود که نتایج حاصل توافق بسیار بالایی دارند.



شکل ۶- نمودار تجمعی بخش پیریت باقی‌مانده انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.



شکل ۵- نمودار توزیع فراوانی بخش پیریت باقی‌مانده انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.

بیشترین اثرگذاری را بین پارامترهای دیگر داشته است. در حقیقت، میزان بیشتر اکسیژن نفوذی در بین ذرات باطله سبب اکسایش بیشتر پیریت و در نهایت کاهش میزان pH شده است.

مانند تخمین پیریت باقیمانده، ابتدا مقادیر به دست آمده شبیه‌سازی شده از توزیع پارامترها در رابطه ۷ قرار گرفته و مقدار pH به عنوان پارامتر خروجی محاسبه شده است. جدول‌های ۸ و ۹، به ترتیب نتایج pH به دست آمده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو در قالب درصد‌های با اهمیت احتمال رخداد و ویژگی‌های آماری ساده مربوط به داده‌های واقعی انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی را نشان می‌دهد. با مقایسه مقدار حاصل از ۵۰ درصد احتمال رخداد با مقادیر میانگین داده‌های واقعی، مشاهده می‌شود که پیش‌بینی‌های انجام شده توافق خوبی را با داده‌های اندازه‌گیری شده، نشان می‌دهد. همچنین، در درصد‌های بالاتر احتمال مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از شبیه‌سازی، کمتر به مقادیر داده‌های اندازه‌گیری شده نزدیک‌اند.

جدول ۸- نتایج مقدار pH به دست آمده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو در قالب درصد‌های با اهمیت احتمال رخداد در انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی.

میزان pH حاصل از شبیه‌سازی	درصد‌های با اهمیت
۴٫۶۰	۵
۶٫۴۲	۵۰
۹٫۶۵	۹۵
۱۱٫۷	۹۹

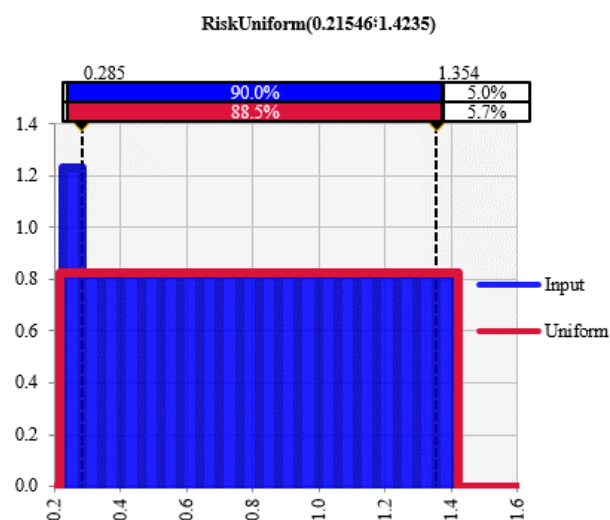
جدول ۹- ویژگی‌های آماری ساده مربوط به داده‌های اندازه‌گیری شده pH انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی.

ویژگی آماری	میزان pH
میانگین	۶٫۳۸۴
میانه	۶٫۸
مد	۷٫۵
ماکزیمم	۷٫۵
مینیمم	۳٫۲

در شکل‌های ۸ و ۹ به ترتیب نمودار توزیع فراوانی و نمودار تجمعی حاصل از شبیه‌سازی نشان داده شده است.

در ناحیه زغالی البرز مرکزی با تحلیل نتایج حاصل از شبیه‌سازی و نمودار توزیع مقدار پیریت باقی‌مانده در شکل ۷، مشاهده می‌شود که در سطح اطمینان ۹۰ درصد مقدار آن بین ۰٫۸۹۴ و ۱٫۲۲۹ قرار می‌گیرد. همچنین، با احتمال ۵ درصد مقدار بخش پیریت باقیمانده کمتر از ۰٫۸۹۴ است.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از روش مونت‌کارلو برای مقادیر پیریت باقیمانده، به صورت تابع توزیع در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷- بهترین برازش تابع توزیع بخش پیریت باقی‌مانده انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.

۳-۴- تخمین میزان pH در انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی

برای تخمین میزان pH، مقادیر به دست آمده از شبیه‌سازی توابع توزیع پارامترها، نیاز است تا ابتدا بهترین رابطه آماری رگرسیونی بین میزان pH به عنوان متغیر هدف و پارامترهای ورودی محاسبه شود (رابطه ۷).

$$A = -0.019B - 15.62C + 0.022D + 7.107 \quad (7)$$

که در آن:

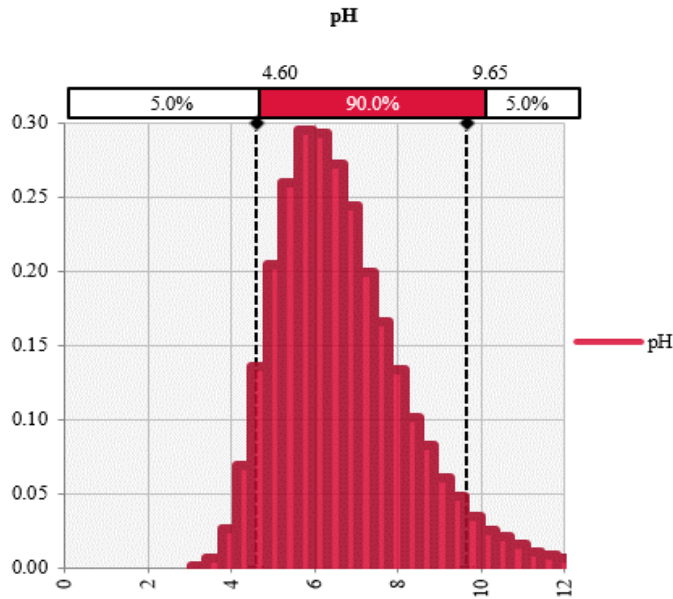
A pH

B عمق (متر)

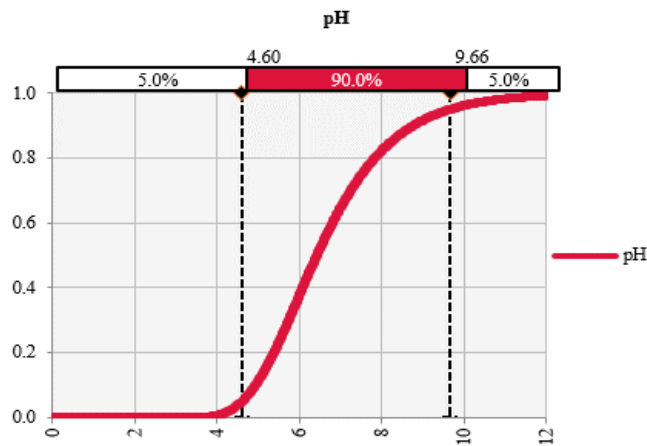
C بخش اکسیژن (درصد)

D غلظت بی‌کربنات (میلی‌گرم بر لیتر)

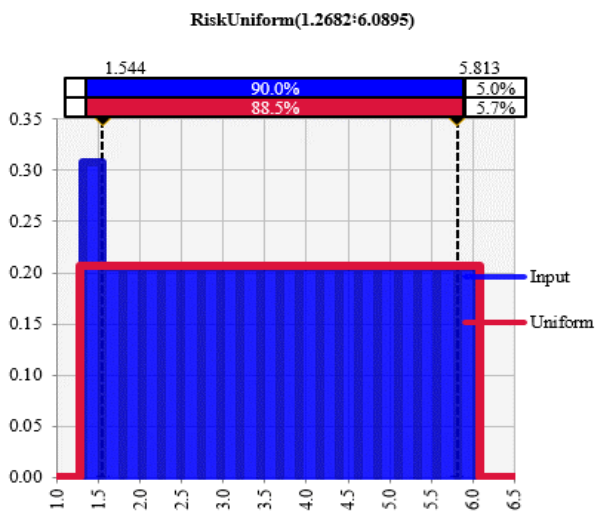
با نگاهی به این رابطه، می‌توان دریافت که اکسیژن



شکل ۸- نمودار توزیع فراوانی pH انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.



شکل ۹- نمودار تجمعی pH انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.

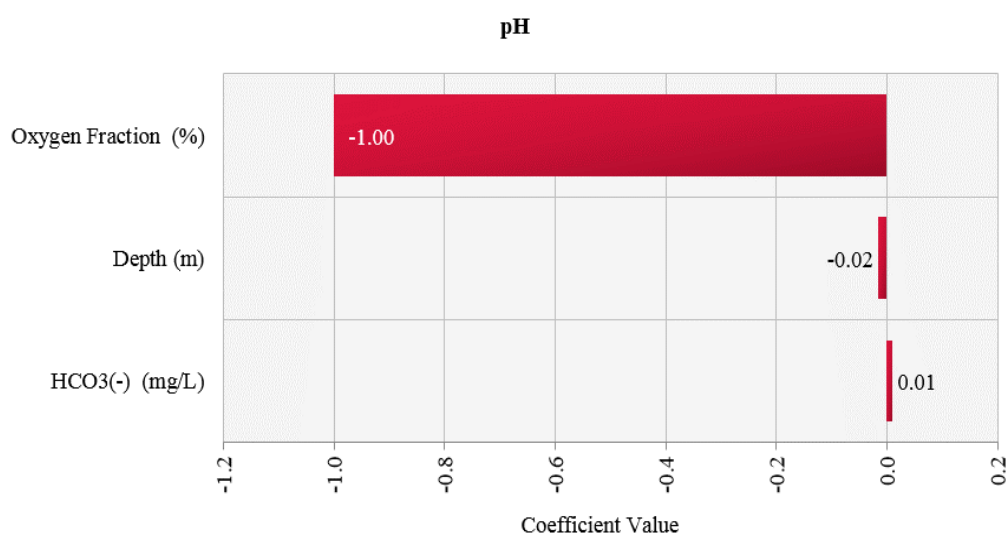


شکل ۱۰- بهترین برازش تابع توزیع pH انباشتگاه باطله‌های زغالی البرز مرکزی حاصل از شبیه‌سازی.

بر اساس نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی و همچنین هیستوگرام توزیع مقدار pH در شکل ۸ ملاحظه می‌شود که در سطح اطمینان ۹۰ درصد مقدار آن بین ۴/۶ و ۹/۶۵ قرار می‌گیرد. همچنین، استنباط می‌شود که در شرایط عادی محل‌های فوق تقریباً خنثی بوده و مشکل حادی را به وجود نمی‌آورند اما به دلیل وجود پیریت در این باطله‌ها و امکان هوازدگی آن در مرور زمان و در نتیجه خاصیت اسیدزایی در مجاورت آب، در امر مدیریت باطله‌ها باید این مسایل را نیز در نظر گرفت. در شکل ۱۰، مقادیر به دست آمده شبیه‌سازی شده با استفاده از روش مونت کارلو برای پارامتر خروجی مقدار pH به صورت تابع توزیع نشان داده شده است.

نفوذی در بین ذرات باطله، بوده است. این بدان معناست که در قسمت‌های بالایی انباشتگاه باطله که اکسیژن بیشتری وجود دارد، میزان فرآیند اکسایش شتاب بیشتری داشته و در نهایت سبب کاهش میزان pH، به شکل قابل توجه خواهد شد که در نتیجه سبب آلودگی بیشتری در محیط پیرامون انباشتگاه خواهد شد.

برای بررسی آنالیز حساسیت پارامترهای میزان عمق قرارگیری باطله‌ها، میزان بخش اکسیژن نفوذی و میزان بی‌کربنات بر میزان pH، از نمودار Tornado، استفاده شد (شکل ۱۱). نتایج حاکی از آن است که pH با غلظت بی‌کربنات نسبت مستقیم و با تغییرات فراکشن اکسیژن و عمق نسبت عکس دارد. از طرفی، حساس‌ترین پارامتر که تغییرات آن تاثیرات قابل ملاحظه‌ای بر روی pH دارد، میزان بخش اکسیژن



شکل ۱۱- نمودار Tornado برای آنالیز حساسیت پارامترهای انباشتگاه باطله‌های البرز مرکزی نسبت به pH.

۴- نتیجه‌گیری

عنوان پارامترهای ورودی در روابط آماری قرار گرفت. با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو و به کمک نرم‌افزار @Risk، متغیرهای خروجی مانند pH و پیریت باقیمانده تخمین زده شد. نتایج به دست آمده بیانگر آن است که میزان پیریت باقیمانده در ذرات باطله در محل انباشت در سطح اطمینان ۹۰ درصد، ۰٫۸۹۴ و ۱٫۲۲۹ بود، در حالی که میزان pH آن‌ها بین ۴٫۶ تا ۹٫۶۵ قرار داشته است. برای آنالیز حساسیت پارامترهای ورودی بر میزان pH، نیز از نمودار Tornado استفاده شد. نتایج حاکی از آن بود که همانند پیریت باقی‌مانده، میزان اکسیژن نفوذی بین ذرات باطله‌ها اثری بیشتر و معکوس داشته است. در حقیقت، هرچه میزان اکسیژن نفوذی بیشتر باشد، میزان اکسایش بیشتر و در نهایت، pH میزان کمتری خواهد شد و سبب اسیدی بودن بیشتر محیط انباشتگاه خواهد شد. هر چند که برای بررسی بهتر پیشنهاد می‌شود که اندازه‌گیری میزان سولفات تولیدی در بین ذرات باطله در تحقیقات آتی، مورد توجه قرار گیرد.

در این مقاله برای نخستین بار، میزان پتانسیل تولید زهاب اسیدی معدن بر اساس روش پیش‌بینی احتمالاتی، تخمین زده شد. برای این منظور، پس از مشخص شدن پارامترهای ورودی و هدف، ابتدا بهترین رابطه آماری بین پارامترهای هدف و ورودی مشخص شد. برای این منظور برازش منحنی برای پیدا کردن بهترین رابطه‌ها انجام شد. در نهایت، مشخص شد که میزان بخش اکسیژن نفوذی بیش‌ترین اثر به صورت معکوس را بر میزان پیریت باقی‌مانده داشته است. به نظر می‌رسد که دلیل این امر آن بوده است که در بخش‌های فوقانی انباشتگاه، اکسایش پیریت سبب مصرف اکسیژن نفوذی بین ذرات باطله شده است. از طرفی باید توجه داشت که بسته شدن فضاهای خالی بین ذرات باطله در اثر فشار لایه‌های بالایی انباشتگاه نیز در این مورد نقش بسزایی داشته است. در مرحله بعد، برازش توابع توزیع احتمالاتی بر روی پارامترهای هدف با استفاده از معیار Chi-Sq انجام شد. پس از آن، توابع توزیع احتمالاتی به

منابع

- Water Quality by Physical Parameters. Journal of Scientific and Industrial Research, 2005: 564-570.
11. Molson JW, et al. Numerical Simulations of Pyrite Oxidation and Acid Mine Drainage in Unsaturated Waste Rock Piles. Journal of Contaminant Hydrology, 2005, 78: 343 – 371
 12. Doulati Ardejani F, et al. A Combined Mathematical Geophysical Model for Prediction of Pyrite Oxidation and Pollutant Leaching Associated with a Coal Washing Waste Dump. Int J Environ. Sci Tech, 2008, 5 (4): 517-526.
 13. Sadeghiamirshahidi M, Eslam Kish T, Doulati Ardejani F. Application of Image Processing for Modelling Pyrite Oxidation in a Coal Washing Waste Pile. Environ Model Assess, 2013, 18: 365–376
 14. Jodeiri Shokri B, et al. Prediction of Pyrite Oxidation in a Coal Washing Waste Pile Applying Artificial Neural Networks (ANNs) and Adaptive Neuro-fuzzy Inference Systems (ANFIS) Mine Water Environ 2014, 33: 146–156
 15. Doulati Ardejani F, et al. A Numerical multi-component reactive model for pyrite oxidation and pollutant transportation in a pyritic, carbonate-rich coal waste pile in northern Iran. Mine Water Environ 2014, 33: 121–132
 16. Jannesar Malakooti et al. Pyrite oxidation in the Sarcheshmeh copper mine tailing dam, Kerman, Iran. IMWA 2011, pp: 59-63
 17. Parbhakar – Fox A, Lottermoser ABG. A Critical Review of Acid Rock Drainage Prediction Methods and Practices. Minerals Engineering 2015, 82: 107–124
 18. Shafaei et al., Detecting the source of contaminant zones down-gradient of the Alborz Sharghi coal washing plant using Geoelectrical Methods, Northeastern Iran. Mine Water and the Environment 2015, 34 (4): 1-8
 19. Aryafar A, et al. Application of non-linear regression and soft computing techniques for modeling process of pollutant adsorption from industrial wastewaters. Journal of Mining and Environment 2019, 10 (2): 327-337
 20. Betrie GD, et al. Predicting copper concentrations in acid mine drainage: a comparative analysis of five machine learning techniques. Environmental Monitoring and Assessments 2013, 185: 4171-4182
 1. Gary NF. Environmental Impact and Remediation of Acid Mine Drainage: a Management Problem. Environmental Geology 1997; (30), p: 62-71.
 2. Kleinmann RLP, Crerar DA, Pacelli RR. Biogeochemistry of Acid Mine Drainage and a Method to Control Acid Formation. Mining Engineering, March 1981, 33(3): 300-305
 3. Doulati Ardejani F, et al. Investigation of Pyrite Oxidation and Acid Mine Drainage Characterization Associated with Razi Active Coal Mine and Coal Washing Waste Dumps in the Azad Shahr-Ramian Region, Northeast Iran, Environ Earth Sci. 2010, 61(8): 1547-1560
 4. Evangelou VP, Zhang YL. A Review, Pyrite Oxidation Mechanisms and Acid Mine Drainage Prevention. Critical Reviews in Environmental Science and Technology 1995; 25(2): 141-199.
 5. Dold B. Basic Concepts in Environmental Geochemistry of Sulfidic Mine-Waste Management. Institute of Applied Economic Geology (GEA), University of Concepcion Chile 2010 March, 173-198
 6. Nordstrom DK. Aqueous Pyrite Oxidation and the Consequent Formation of Secondary Iron Minerals. In: Acid Sulfate Weathering. Soil Science Society of America Special Publication 1979; (10): 37-56.
 7. Blowes DW, Ptacek CJ. Acid - Neutralization Mechanisms in Inactive mine Tailings 1994. In: Jambor JL, Blowes DW (Editors), Short Course Handbook on Environmental Geochemistry of Sulfide Mine-Waste. Mineralogical Association of Canada, Nepean, 27:1-291.
 8. Fala O, et al. Numerical Modelling of Unsaturated Flow in Uniform and Heterogeneous Waste Rock Piles. 6th International Conference on Acid Rock Drainage (ICARD), 2003: 895-902
 9. جدیری شکری ب؛ دولتی ارده‌جانی ف؛ کریم پولی ص؛ پیش‌بینی میزان پیریت باقیمانده در دمپ باطله‌های فرآوری زغال با استفاده از روش آماری رگرسیون چند متغیره. فصلنامه علوم و تکنولوژی محیط‌زیست، دوره ۱۱(۳): ۵۲-۳۷.
 10. Khandelwal M, Singh TN. Prediction of Mine