

## تفکیک چندمتغیره و مدلسازی ژئومتالورژیکی بخش‌های اکسید و سولفید در کانسار سرب

### و روی مهدی آباد یزد

راضیه محلوچی<sup>۱</sup>؛ امید اصغری<sup>۲\*</sup>

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد اکتشاف معدن؛ دانشگاه تهران [rmahlooji@ut.ac.ir](mailto:rmahlooji@ut.ac.ir)

۲- دانشیار دانشکده مهندسی معدن؛ دانشگاه تهران [o.asghari@ut.ac.ir](mailto:o.asghari@ut.ac.ir)

(دریافت ۵ اردیبهشت ۱۳۹۵، پذیرش ۱۴ شهریور ۱۳۹۶)

#### چکیده

امروزه اهمیت مدلسازی ژئومتالورژیکی به عنوان رابط بین اکتشاف و فرآوری برکسی پوشیده نیست. چرا که موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه-ها شده و چه بسا می‌تواند معدن را از حالت غیراقتصادی خارج کرده و به مرحله سوددهی برساند. بررسی نحوه کاربرد ژئومتالورژی در حال حاضر در صنعت معدن نشان می‌دهد که می‌توان ارتباطی بین اطلاعات زمین‌شناسی و پاسخ متالورژی متکی بر تعداد کمی از نمونه‌های آزمایش شده در آزمایشگاه به دست آورد. از این رو بررسی ژئومتالورژیکی روی کانسار مهدی‌آباد یزد که به سه بخش اکسیدی، سولفیدی و مرکب تقسیم‌بندی شده است، انجام شد. هدف از انجام این بررسی، تفکیک بخش مرکب به دو بخش اکسیدی و سولفیدی بوده است. در این کانسار به علت همبستگی زیاد بین داده‌ها روش آمار تک متغیره برای تفکیک بخش‌ها کارایی ندارد در نتیجه از یکی از روش‌های آمار چندمتغیره به نام آنالیز تفکیکی به منظور تفکیک بخش مرکب استفاده شده است. آنالیز تفکیکی یک روش آماری چند متغیره است که هر مشاهده را در یک گروه خاص از متغیرهای پیش‌بینی شده و براساس گروه‌های تعریف شده طبقه‌بندی می‌کند. این روش هم‌زمان به تمام ویژگی‌های نمونه توجه کرده و با استفاده از میانگین عیار نمونه‌ها، برای هر نمونه ضریبی منحصر به فرد ( $\lambda$ ) تعیین می‌شود که این ضریب در نهایت منجر به تفکیک بخش مرکب به دو بخش اکسیدی و سولفیدی در معدن مهدی‌آباد یزد شده است.

#### کلمات کلیدی

ژئومتالورژی، معدن مهدی‌آباد یزد، آمار چندمتغیره، آنالیز تفکیکی

## ۱- مقدمه

آنالیز تفکیکی روشی مؤثر برای استخراج ویژگی‌هایی است که منجر به تفکیک پذیری کلاس‌های طبقه‌بندی می‌شود. این روش به‌طور گسترده‌ای در پردازش اطلاعات استفاده می‌شود [۱]. آنالیز تفکیکی یک روش آماری چند متغیره است که هر مشاهده را در یک گروه خاص از متغیرهای پیش‌بینی شده و براساس گروه‌های تعریف شده طبقه‌بندی می‌کند. یکی از کاربردهای آنالیز تفکیکی تشخیص آنومالی-های ژئوشیمیایی برای توصیف هدف مورد نظر است که در این زمینه روشی و همکاران برای بررسی آنومالی کانی‌سازی مس پرفیری کوه پنج از این آنالیز استفاده کرده‌اند [۲]. کاربرد دیگر آن طبقه‌بندی داده‌ها است با این فرض که داده‌ها در هر کلاس به‌طور نرمال طبقه‌بندی شده-اند. [۳] پژوهش‌های مختلفی برای تفکیک زون آلتراسیون فیلیک و پتاسیک معدن مس پرفیری سونگون از این روش استفاده کرده‌اند انجام شده است [۴،۵،۶].

معدن مهدی‌آباد یزد شامل کانسارهای اکسیدی و سولفیدی سرب و روی است و شامل ۷ بخش اکسیدی، سولفیدی و مرکب است. در بخش مرکب امکان تفکیک کامل بخش‌های اکسیدی و سولفیدی وجود ندارد که این امر استخراج ماده معدنی را تیز با مشکل روبرو می‌کند. آنالیز تفکیکی یک روش آماری چندمتغیره است که می‌تواند در تفکیک بخش مرکب به دو بخش اکسیدی و سولفیدی مفید واقع شود. کانسار روی مهدی‌آباد یزد با عیار متوسط ۰.۷٪ دوامین ذخیره بزرگ غیرسولفیدی دنیا محسوب می‌شود. این معدن از دیرباز به‌صورت شدادی و معدن‌کاری دستی مورد بهره-برداری قرار گرفته است. بیشتر استخراج مواد به علت عیار بالای روی (بین ۲۰ تا ۵۰ درصد) از بخش اکسیدی بوده است. در سال ۱۳۲۹ معدن در اختیار شرکت مهشهر (پرژام) قرارگرفت و پس از عملیات اکتشافی، آماده‌سازی و استخراج کانی در سال ۱۳۳۵ آغاز شد. در سال‌های بعد، ۱۹۹۴ متر گمانه و تعداد زیادی تونل و ترانشه در بخش اکسیدی و سولفیدی حفر شد و با تهیه نقشه زمین‌شناسی و انجام مطالعات ژئوفیزیکی ذخیره معدن حدود ۳۲ میلیون تن با عیار مجموع ۷/۵ درصد سرب و روی اعلام شد (شرکت

آماکس امریکا، ۱۳۴۲) حفر ۴۶۷۱ متر گمانه در زون اکسیدی و سولفیدی و انجام مطالعات ژئوفیزیکی، زمین-شناسی و کانه‌آرایی (شرکت مهشهر و شرکت میتسوی ژاپن، ۱۳۵۲) و حفر ۱۱ گمانه در شبکه ۲۰۰×۲۰۰ و ۳۰ گمانه در شبکه ۱۰۰×۱۰۰ به میزان ۱۶۹۵۰ متر، تهیه نقشه‌های زمین‌شناسی با مقیاس ۱:۲۰۰۰ و ۱:۱۵۰۰، نمونه‌گیری و عیار سنجی ۴۷۱۰ نمونه، حفر ۲۰۰ متر تونل اکتشافی در معدن کالامین و ۱۱۰۰ متر حفاری داخل تونل، مطالعات مینرالوژیکی و انجام آزمایش‌های کانه‌آرایی و تخمین ذخیره و مطالعات امکان‌سنجی مقدماتی انجام شده است (شرکت مهشهر و شرکت میتسوی ژاپن، ۱۳۶۶). طرح اکتشاف تفصیلی به‌صورت پراکنده و مقطعی با احداث جاده از کارخانه ذوب روی به معدن به طول ۴۸ کیلومتر، حفر چاه اکتشافی به عمق ۳۱۴ متر به قطر ۴/۵ متر، اجرای پوشش بتنی چاه تا عمق ۲۵۵ متری، ساخت تأسیسات و ساختمان-های رفاهی اولیه، جمع‌بندی اطلاعات و ارزیابی ذخیره نهایی معدن، انجام مطالعات آبشناسی، تهیه طرح استخراج مقدماتی و غیره ادامه یافت (شرکت مهشهر و شرکت B.R.G.M، ۱۳۷۳ تا ۱۳۷۹). در سال ۱۳۷۹ کنسرسیومی متشکل از شرکت استرالیایی یونیون و شرکت ایتوک تاسیس شد و فعالیت خود را بر روی معدن آغاز کردند. در طی سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۰ حفاری‌های مغزه-گیری به روش‌های مختلف به میزان ۱۳۸۳ متر انجام شد [۷]. ژئومتالورژی ترکیبی از اطلاعات زمین‌شناسی و متالورژی به‌منظور ایجاد فضایی مبتنی بر مدل پیش‌بینی برای کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی است. بررسی نحوه کاربرد ژئومتالورژی در حال حاضر در صنعت معدن نشان می‌دهد که می‌توان ارتباطی بین اطلاعات زمین‌شناسی و پاسخ متالورژی متکی بر تعداد کمی از نمونه‌های آزمایش شده در آزمایشگاه به‌دست آورد. برنامه ژئومتالورژی بر روش‌های سنتی برتری دارد زیرا: با کمک این روش از اطلاعات کانسنگ بهتر می‌توان استفاده کرد، کنترل بهتر معدن‌کاری با استفاده از اطلاعات جامع کانی‌شناسی، بهینه‌سازی کارخانه فرآوری (تغییرات در خوراک را بهتر کنترل می‌کند)، ارائه راه‌حل‌های جدید (زیرا مشکلات ناشی از کانسنگ به خوبی از قبل مشخص شده‌اند و برنامه‌های

محیطی، بازاریابی، اقتصادی و شرکت‌های بزرگ است. علاوه بر این، تعدادی از اطلاعات و مفروضات ثابت و متغیر نیز در ارزیابی در نظر گرفته شده‌اند. با این حال، اطلاعات اساسی در ارزیابی درجات و ویژگی‌های چندمتغیره از منابع معدنی و ذخایر کانی‌های معدنی استفاده می‌شود. در واقع، ارزش اقتصادی مورد انتظار در یک دوره زمانی خاص از معدن، ترکیب، انباشت، فرآوری، ذوب، تصفیه و منابع سنگ بازاریابی با درجات و ویژگی‌های چند متغیره برآورد شده با روش‌های زمین‌آماري به دست می‌آید.

اصل اساسی در ارزیابی اقتصادی بیان می‌کند که استخراج و فرآوری دو بلوک ذخیره معدنی گسسته با حجم یکسان، دانسیته توده‌ای، بهبود عیار و متالورژی، کنسانتره یا محصول با همان محتوای فلزی بازبافتی تولید می‌شود. با این حال، در واقع محتوای فلز بازبافتی از دو بلوک ذخیره کانی معدنی گسسته متفاوت هستند و توجه به ویژگی‌های کانی‌شناسی فردی و ذاتی آن‌ها اساسی است.

ویژگی‌های کانی‌شناسی و بافت کانی‌ها تأثیر بسزایی در میزان اقتصادی بودن آن دارد که متاسفانه در صنعت معدن تجربه کافی در این زمینه وجود ندارد. این ویژگی‌ها بخش اصلی از درجه آزادی فرآوری مواد معدنی و فرآیندهای انتخابی ذخایر معدنی هستند. علاوه بر این، کنسانتره یا محصولات مورد انتظار از مواد معدنی، باطله آزاد و انتخاب شده از معدن کاری، ترکیب، انباشت و فرآوری ذخایر کانسار با درجات مشابه اما با کانی‌های مختلف و ویژگی‌های بافتی ناشناخته است.

متاسفانه تاکنون فرضیات ساده و عملی و روش‌های مورد استفاده برای بهینه‌سازی پروژه‌های معدنی و اقتصاد بهره‌برداری کافی نبوده‌اند. ارزیابی اقتصادی براساس فرآیند بهینه‌سازی باعث می‌شود تا کنسانتره کانی مورد نظر به حداکثر رسیده و در نتیجه ترکیب، انباشت و فرآوری ذخایر کانی‌های معدنی به دست می‌آید. این ارزیابی کانی معدنی شامل بررسی کانی‌شناسی متمایز و ویژگی‌های بافتی و آزادی فرآوری مواد معدنی و پارامترهای انتخابی است. بهینه‌سازی، منجر به اجرای هم‌زمان استخراج ذخایر معدنی و طراحی نمودار جریان فرآوری مواد معدنی پویا و قوی در

تحقیقاتی می‌توانند در حل این مسئله تمرکز کنند)، کاهش خطر در عملیات و فرصت‌های بهتر برای بهینه‌سازی اقتصادی عملیات با توجه به قیمت‌های فلزات نسبت. در راستای استفاده از برنامه ژئومتالورژی برای معدن مهدی‌آباد یزد آنالیز تفکیکی کمک شایانی به جداسازی بخش‌های اکسیدی و سولفیدی و در نتیجه کاهش هزینه‌های تولید و فرآوری می‌کند.

## ۲- تئوری روش

### ۲-۱ ژئومتالورژی

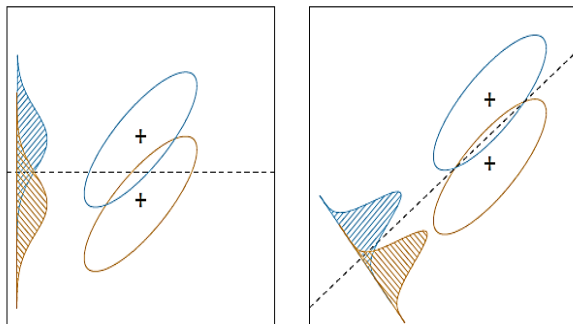
ژئومتالورژی ترکیبی است از اطلاعات زمین‌شناسی و متالورژی به منظور ایجاد فضایی برای مدل‌سازی پیش‌بینی کارخانه‌های فرآوری مواد معدنی که شامل موارد زیر است:

- اطلاع از زمین‌شناسی تعدادی از نمونه‌های آزمایشی به منظور تعیین پارامترهای متالورژیکی.
- توزیع این پارامترها در کانسار با استفاده از روش زمین‌آماري قابل قبول برای پشتیبانی از شبیه‌سازی مراحل متالورژیکی. این توزیع می‌تواند تحت تأثیر زمین‌شناسی کانسار قرار گرفته باشد، که در آن سنگ‌شناسی روی برخی از پارامترها تأثیر می‌گذارد.

روش‌های سنتی برپایه تناژ و عیار اقتصادی مواد معدنی عمل می‌کند، با این حال با پیچیده‌تر شدن ترکیب شیمیایی کانی در حال بهره‌برداری و افزایش مقاومت آن، لزوم به-کارگیری مدیریت ریسک و بهره‌وری هزینه افزایش می‌یابد [۸]. برنامه ژئومتالورژی تلاشی سازمان یافته برای ایجاد مدلی قابل اعتماد، عملی و مفید از ذخیره ماده معدنی و کارخانه فرآوری است که برای بهره‌برداری از منابع استفاده می‌شود.

بهترین تجربه در ارزیابی اقتصادی پروژه‌های معدن و بهره‌برداری‌ها با استفاده از ارزش خالص فعلی و یا تجزیه و تحلیل واقعی گزینه‌ها است که اغلب براساس اطلاعات و استراتژی‌های زمین‌شناسی، معدن، متالورژی، زیست

$g_2$  وجود دارند. نمونه جدیدی از یکی از این دو جامعه برداشته می‌شود ولی مشخص نیست این نمونه جدید برای کدام یک از دو جامعه است. بنابراین  $K$  خاصیت از نمونه مورد نظر اندازه‌گیری شده و براساس این خصوصیات، در مورد تعلق آن نمونه به یکی از دو جامعه مورد نظر تصمیم‌گیری می‌شود. برای انجام این کار نیاز به تابعی به نام تابع تفکیک است. این تابع، برداری است که در جهت جداسازی بهینه دو جامعه امتداد می‌یابد و اگر داده‌های مربوط به دو جامعه در امتداد تابع تفکیک رسم شوند در حد ممکن از یکدیگر جدا شده و موقعیت نمونه‌های مجهول که تعلق آنها به یکی از دو جامعه نامعلوم است در همین امتداد مشخص خواهد شد (شکل ۲). تابع تفکیک  $D(x_1, \dots, x_k)$  که در آن  $x_1$  تا  $x_k$  همان  $k$  متغیر اندازه‌گیری شده برای نمونه مجهول است و همچنین مقدار  $D_0$  که مقدار حد مرزی بین دو جامعه مورد تفکیک است را طوری می‌توان تعریف کرد که اگر مقدار تابع برای یک نمونه ( $D$ ) به ازای مقادیر متغیرهای هر نمونه ( $x_1$  تا  $x_k$ ) بزرگتر از  $D_0$  (حد مرزی) باشد آن نمونه متعلق به جامعه  $g_1$  و در صورتی که کوچکتر از  $D_0$  باشد، نمونه در جامعه  $g_2$  طبقه‌بندی می‌شود. فرض کنید می‌دانیم نمونه‌ای متعلق به یکی از دو جامعه شناخته شده با بردار میانگین  $\bar{A}$  و  $\bar{B}$  و ماتریس کوواریانس  $S$  است.



شکل ۲: نمایش محور تفکیک. با استفاده از تابع آنالیز تفکیکی می‌توان محور جدیدی که برآیند وزن دار سایر متغیرها است، را تعریف کرد که در محور جدید حداکثر جدایش بین دو جامعه بر اساس متغیرهای موجود به دست می‌آید.

به منظور تعریف یک تابع تفکیک از ترکیب خطی متغیرها برای ایجاد متغیری با توزیع نرمال تک متغیره استفاده می‌-

طول عمر مورد انتظار از پروژه‌های استخراج و عملیات‌ها می‌شود.

تجزیه و تحلیل پیشرفته ریسک در ارزیابی اقتصادی شامل ترکیبی از ریسک نامطلوب و فرآیند بهینه‌سازی هم‌زمان است. فرآیند بهینه‌سازی نشان‌دهنده تغییرات فضایی خصوصیات کانی‌شناسی و بافتی در ذخایر معدنی است. علاوه بر این، نوع فرآوری مواد معدنی مورد استفاده (که دارای پارامترهای خطی، غیرخطی، افزایشی و غیرافزایشی می‌باشد) به صورت فضایی مدل‌سازی می‌شوند. عدم قطعیت مکانی این ویژگی‌ها و پارامترها، تأثیر مستقیمی در طراحی مورد انتظار معدن، ذخایر معدنی، توالی استخراج، برنامه-ریزی تولید، طراحی فلوچیت فرآوری مواد معدنی، کنسانتره و یا محصولات آزاد شده و انتخابی از مواد معدنی کانی‌های معدنی، و ارزش اقتصادی پروژه‌های معدن و بهره‌برداری‌ها دارد [۹].

چارچوب ژئومتالورژی روش جامع نامطلوب ریسک است که فرآیند برنامه‌ریزی استراتژیک مشترک پروژه‌ها و بهره-برداری‌های معدنی را حمایت می‌کند. این فرآیند شامل ارزیابی اقتصادی بر اساس تجزیه و تحلیل ریسک عدم قطعیت فضایی از تنوع ویژگی‌های کانی‌شناسی و بافتی در ذخایر کانی‌های معدنی است. تابع هدف ارزیابی اقتصادی عبارت است از به حداکثر رساندن ارزش اقتصادی در حالی که منابع متعدد عدم قطعیت را به حداقل می‌رسانیم. این منابع عدم قطعیت به تنوع فضایی ویژگی‌های کانی‌شناسی و بافتی و آزادی فرآوری مواد معدنی و خواص انتخابی در ذخایر کانی‌های معدنی مربوط هستند. بهینه‌سازی توسط یک فرآیند تکرار شونده و جامع محدود به اطلاعات مشترک زمین‌شناسی، معدن، متالورژی، محیط زیست، بازاریابی، اقتصاد و حالات - برنامه ریزی استراتژیک توسعه یافته است [۱۰].

## ۲-۲ آنالیز تفکیکی

از این روش برای تفکیک و متمایز کردن دو جامعه تعریف شده از یکدیگر و تعیین میزان وابستگی و ارتباط یک نمونه به یکی از دو جامعه مشخص و معلوم استفاده می‌شود. در این روش لازم است دو جامعه مورد نظر از قبل معلوم باشند یا حداقل تعریف شده باشند. فرض می‌شود دو جامعه  $g_1$  و

با استفاده از ضرب معکوس ماتریس  $S$  در ماتریس  $D$  (ماتریس تفاضلات)، ماتریس ضرایب  $\lambda$  بدست می‌آید:

$$\lambda = S^{-1}D \quad (7)$$

تابع تفکیک نیز از حاصل ضرب ضرایب  $\lambda$  در مقدار متغیرهای هر نمونه تعریف می‌شود که به صورت زیر است:

$$R_i = \lambda_1 x_{1i} + \dots + \lambda_5 x_{5i} \quad (8)$$

با استفاده از رابطه بالا می‌توان برای هر یک از نمونه‌ها، مقادیر حاصل از آنالیز تفکیکی را محاسبه کرد. نمودار مقادیر حاصل از رابطه آنالیز تفکیکی ( $R_i$ ) را رسم می‌نماییم. مرز جدایش دو جامعه را می‌توان تصویر میانگین بردارهای میانگین دو جامعه در امتداد بیشترین تفکیک در نظر گرفت:

$$R_0 = (D^T S^{-1} D) / 2 \quad (9)$$

که در آن  $S^{-1}$  امتداد بیشترین تفکیک و حاصل  $D^T S^{-1} D$  بردار تصویر شده بر روی آن است. بصورت ساده‌تر می‌توان مقدار میانگین هر متغیر را (میانگین کل نمونه‌ها و نه نمونه‌های یک دگرسانی خاص) در رابطه فوق قرار داد و مقدار  $R_0$  را بعنوان حد تفکیک یا مرز جدایش دو جامعه بدست آورد. مقدار  $R_0$  بر روی نمودار فراوانی مرز جدایش دو جامعه نشان می‌دهد. مقادیر  $R_A$  و  $R_B$  به عنوان حدگذار هستند که فرمول آن‌ها در زیر آورده شده است [۱۱].

$$R_A = \lambda_1 \bar{A}_1 + \dots + \lambda_5 \bar{A}_5 \quad (10)$$

$$R_B = \lambda_1 \bar{B}_1 + \dots + \lambda_5 \bar{B}_5 \quad (11)$$

اگر جدایش در محدوده بین  $R_A$  و  $R_B$  به درستی انجام نشده باشد اما در خارج از این محدوده تفکیک به طور کامل انجام شده باشد، می‌توان از عدم تفکیک در محدوده مورد بحث چشم‌پوشی کرد، و ادعا کرد که تفکیک به خوبی انجام شده است [۱۱].

### ۳- زمین‌شناسی معدن مهدی‌آباد

کانسار مهدی‌آباد در فاصله تقریبی ۱۱۶ کیلومتری جنوب خاوری شهر یزد و در بخش مرکزی ایران مرکزی واقع شده است. نزدیک‌ترین روستا به ناحیه کانسار، روستای مهدی‌آباد بوده و مهم‌ترین راه ارتباطی کانسار مهدی‌آباد جاده آسفالتی یزد-کرمان است.

شود. در اینجا لازم است که این تابع در امتداد بیشترین تمایز بین دو جامعه محاسبه شود. ضرایب چنین ترکیب خطی که فاصله میانگین‌های دو جامعه در امتداد آن حداکثر باشد از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S \lambda = D \rightarrow \lambda = [S]^{-1} D \quad (1)$$

که در آن  $[S]^{-1}$  معکوس ماتریس کوواریانس مشترک بین دو جامعه،  $D$  ماتریس تفاضل میانگین پارامترهای دو جامعه و  $D$  ترکیب خطی مذکور است. ماتریس  $D$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$d_j = \bar{A}_j - \bar{B}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_a} a_{ij}}{n_a} - \frac{\sum_{i=1}^{n_b} b_{ij}}{n_b} \quad (2)$$

یا به عبارت دیگر:

$$D = \bar{A} - \bar{B} \quad (3)$$

منظور از بردار  $D$ ، بردار تفاضل میانگین‌های هر یک از متغیرها در دو جامعه مورد نظر است. که در آن  $\bar{A}$  و  $\bar{B}$  تخمینی از بردارهای میانگین دو جامعه معلوم و  $[S]$  ماتریس کوواریانس مشترک دو جامعه معلوم است. این وزن‌ها یعنی مقادیر  $\lambda$  تابع تفکیک را تعریف می‌کنند. عبارت  $\bar{A} - \bar{B}$  یا بردار  $D$  در اصل برداری است که میانگین‌های دو جامعه را بهم وصل می‌کند. حاصل ضرب این بردار در ماتریس کوواریانس می‌تواند امتداد قرارگیری بردار مورد نظر را در جهت بیشترین تفکیک بچرخاند. درایه‌های ماتریس‌های  $S_A$  و  $S_B$  نیز از روی روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$SP_{Ajk} = \sum_{i=1}^{n_a} a_{ij} a_{ik} - \frac{\sum_{i=1}^{n_a} a_{ij} \sum_{i=1}^{n_a} a_{ik}}{n_a} \quad (4)$$

$$SP_{Bjk} = \sum_{i=1}^{n_b} b_{ij} b_{ik} - \frac{\sum_{i=1}^{n_b} b_{ij} \sum_{i=1}^{n_b} b_{ik}}{n_b} \quad (5)$$

در این روش فرض بر این است که ماتریس کوواریانس دو جامعه کل برابر است و ماتریس‌های کوواریانس دو جامعه نمونه بالا معرف ماتریس کوواریانس کل می‌باشند. در اینجا لازم است میانگین وزن‌دار دو ماتریس را به منظور داشتن تخمین بهتری از ماتریس کوواریانس کل محاسبه کرد.

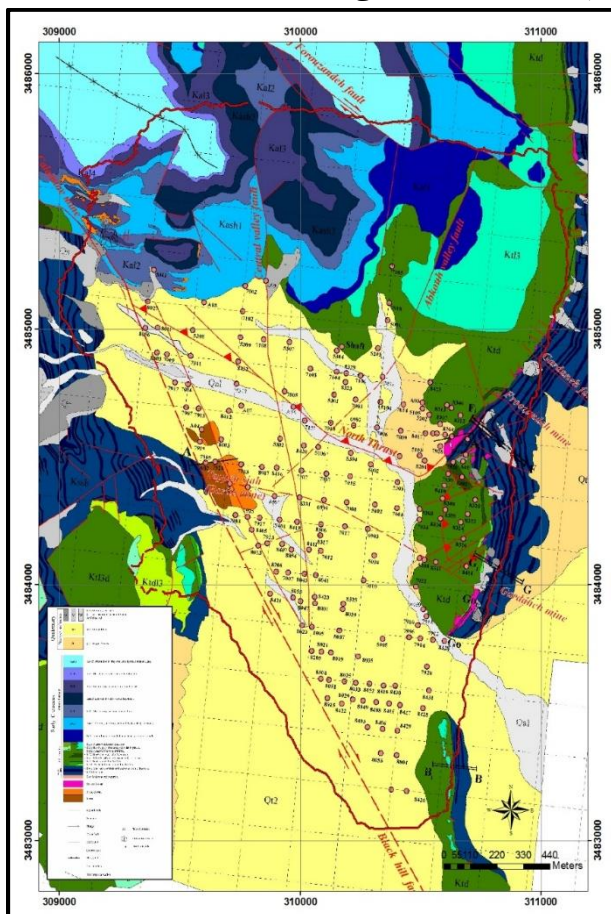
ماتریس مشترک  $[S]$  نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S = \frac{S_A + S_B}{n_a + n_b - 2} \quad (6)$$

که در آن  $S_A$  و  $S_B$  ماتریس‌های کوواریانس دو جامعه و  $n_a$  و  $n_b$  تعداد نمونه‌های هر یک از دو جامعه  $A$  و  $B$  هستند.

بوده است. کانی‌های غیرسولفیدی اکسیدی را می‌توان به دو بخش کانه روی قرمز (شامل هیدروکسیدهای آهن، گوئیتیت، هماتیت، همی‌مورفیت، هیدروزنیکیت، اسمیت‌زونیت) و کانه روی سفید (شامل هیدروزنیکیت، همی‌مورفیت، اسمیت-زونیت) تقسیم کرد. کانه قرمز روی غنی از روی (تا ۳۰٪)، آهن (تقریباً ۱۷٪) و سایر فلزات مانند سرب و آرسنیک است. کانه سفید روی عموماً شامل روی با عیار بالا (تا ۴۰٪) و آهن پایین (۷٪)، سرب و آرسنیک است [۱۲].

میزبان بخش زیادی از زون سولفیدی کانسار مهدی‌آباد سازند تفت بوده است. کانی‌های اصلی در بخش سولفیدی گالن، اسفالریت، باریت، پیریت و کمی کالکوپیریت است. کانی‌زایی سولفیدی در یک سیستم رگه‌ای مرسوم یا بافق-های چینه‌سان رسوبگذاری همراه نبوده بلکه در یک سیستم پیچیده از برش و شکستگی‌ها اتفاق افتاده است [۱۲].



شکل ۳. موقعیت کانسار مهدی‌آباد بر روی نقشه زمین-شناسی [۱۲].

کانسار سرب و روی مهدی‌آباد در صفحه مرکزی ایران که آهک‌ها و ماسه سنگ‌های کرتاسه سنگ‌های ژوراسیک را پوشیده‌اند، واقع شده است. پیشروی دریا از ابتدای کرتاسه با کربنات‌ها و شیل آغاز شد. گسل‌های اصلی در طول کوهزایی کرمان فعال شد و منجر به ساختارهای هورست و گرابن در این مرکزی شد. این گرابن‌ها به عنوان حوضه رسوبی که در آن کانسار مهدی‌آباد بین گسل چایدونی از شرق و گسل ناین-دهشیر از غرب تشکیل شد، عمل کردند. منطقه مهدی‌آباد توسط رسوبات آبراهه‌ای پوشیده شده است. لایه-های کرتاسه را می‌توان به سازند سنگستان در پایین، تفت در وسط و شکل‌گیری سازند آبکوه در بالای این دنباله چینه‌شناسی تقسیم کرد. این سازندها شامل سنگ‌های آواری سیلیسی و کربناتی هستند که از پایین به بالا میزان کربنات آن افزایش می‌یابد. کانسار مهدی‌آباد دو بخش اصلی دارد. بخش سولفیدی توسط رسوبات آبراهه‌ای (تا ۲۵۰ متر ضخامت) پوشیده شده است و بخش اکسیدی، در شمال غرب کانسار است و توسط گسل از بخش سولفیدی جدا شده است. کانی‌زایی سرب و روی در سازند تفت رخ داده است اما توسط گسل‌ها محدود شده است. از نظر ساختمانی منطقه معدنی مهدی‌آباد به صورت یک ناودیس باز با روند شمالی - جنوبی و میل محوری به سمت جنوب می‌باشد. بطور کلی بخش سولفیدی به همراه دولومیت یا آهک آنکریتی است. کانی‌زایی بخش اکسیدی درون سازند آبکوه و در آهک‌های کارستی برشی شده پوشاننده شیل‌های آهکی و آهک‌های مارنی تشکیل شده است. شکل ۳ نقشه زمین-شناسی کانسار مهدی‌آباد را نشان می‌دهد [۱۲].

بخش اکسیدی کانسار بین دو گسل تپه سیاه از غرب و فروزان‌ده از شرق واقع شده است. سازند آبکوه میزبان کانی-زایی این بخش کانسار بوده است. سنگ میزبان به شدت گسلی و برشی شده و به صورت محلی میلونیتی شده است. کانی‌سازی فقط در زیر سطح دگرشیبی که در آن دولومیتیزاسیون، توسعه سیستم شکستگی‌ها و کارستی شدن رخ داده توسعه یافته است. سنگ میزبان این بخش آهک و آهک دولومیتی کم منیزیم است. سولفیدهای اولیه کاملاً اکسیده شده‌اند. بر اساس ترکیبات زون سولفیدی احتمالاً سولفیدهای اصلی گالن، اسفالریت، باریت و پیریت

## ۴- معرفی داده‌های موجود

داده‌های مورد استفاده جهت تخمین منبع معدنی مهدی‌آباد شامل داده‌های حاصل از حفاری گمانه‌های اکتشافی (از قبیل مختصات، شیب، آزیموت و عمق حفاری گمانه‌ها، اطلاعات لیتولوژیکی، داده‌های عیاری، تصاویر مغزه گمانه-های حفاری شده و ...) داده‌های زمین‌شناسی و توپوگرافی، گزارشات زمین‌شناسی و اکتشافی تهیه شده در ادوار گذشته می‌باشد. این داده‌ها مربوط به بخش‌های اکسیدی، سولفیدی و مرکب است.

تفکیک بخش‌ها براساس شواهد بصری و کانی‌شناسی انجام شده است. در بخش‌های اکسیدی کانی‌های اکسیده از جمله سرروزیت، اسمیت زونیت، مالاکیت و آزوریت و در بخش‌های اکسیدی کانی‌های سولفیده از جمله گالن، اسفالریت، پیریت و کالکوپیریت وجود دارند. بخش مرکب (mix zone) ترکیبی از دو بخش اکسیدی و سولفیدی می‌باشد. به این صورت که بدون وجود توالی مشخصی ترکیبی از دو بخش وجود دارد. در همه نمونه‌ها تمامی اطلاعات در مورد عیار و نوع بخش وجود نداشت بنابراین هر نمونه‌ای که یکی از عیارها را نداشت و یا نوع بخش در آن مشخص نبود حذف گردید. و تعداد نمونه‌ها از ۳۶۹۱ به ۳۲۹۱ تقلیل یافت. که از این تعداد نمونه بخش اکسیدی شامل ۸۱۰، بخش سولفیدی ۱۴۶۴ و mix برابر با ۱۰۱۷ نمونه می‌باشد [۱۳].

## ۵- تفکیک بخش‌های اکسیدی و سولفیدی معدن

## مهدی‌آباد یزد

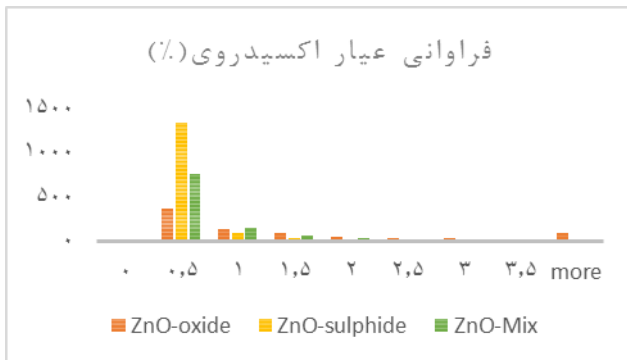
## ۵-۱ آمار تک‌متغیره

در این قسمت از آمار تک‌متغیره استفاده شده است. یعنی هریک از متغیرها به صورت جداگانه بررسی شد. همانطور که در شکل ۴ مشخص می‌باشد، این داده‌ها اختلاط زیادی با هم دارند و اصلاً بین آن‌ها تفکیکی امکان‌پذیر نمی‌باشد.

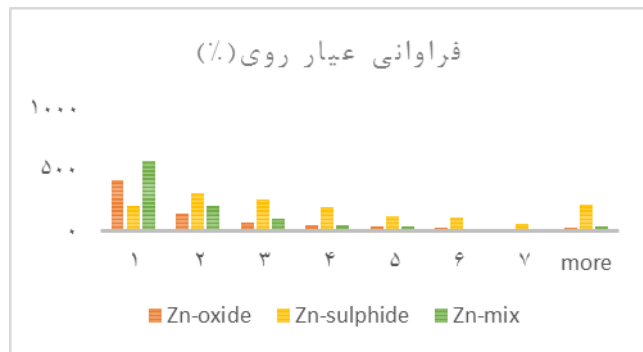
پس از بررسی هیستوگرام‌های مربوط به پارامترها این نتیجه حاصل شد که هیچکدام از متغیرها به تنهایی نمیتوانند عامل تفکیک و جدایش واحدهای اکسیدی و سولفیدی از یکدیگر باشند. به عبارت دیگر هیچکدام از پارامترهای مورد بررسی، دارای بازه مقادیر کاملاً متفاوت در هیستوگرام بر حسب نوع بخش نمی‌باشند.

## ۵-۲ مطالعات آماری چندمتغیره

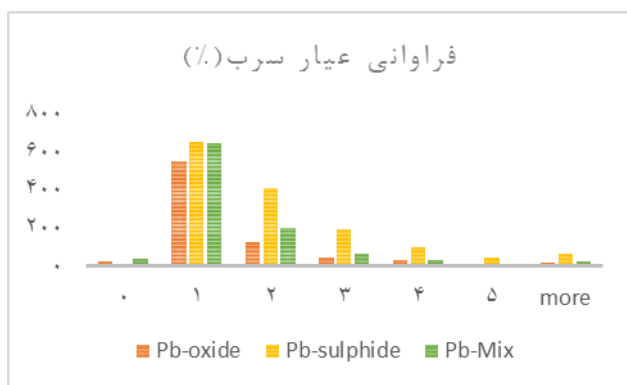
از آنجاییکه آمار تک متغیره توانایی تفکیک واحدهای اکسیدی و سولفیدی را ندارد، برای تفکیک این دو بر اساس پارامترهای یاد شده می‌توان از روش‌های آماری چندمتغیره استفاده کرد. روش مورد استفاده در راستای کمی‌سازی چندمتغیره و تفکیک بخش‌های اکسید و سولفید از یکدیگر، روش آنالیز تفکیکی می‌باشد. اساس این روش تفکیک و متمایز کردن دو جامعه تعریف شده از یکدیگر با استفاده از مجموعه‌ای از متغیرها است.



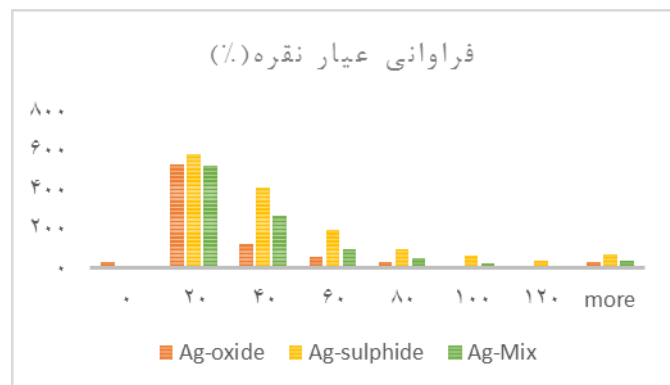
ب



الف

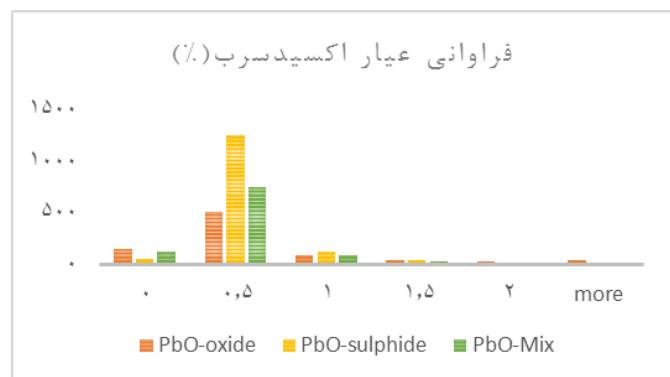


د



ج

شکل ۴- فراوانی عیار بر حسب درصد. الف) فراوانی عیار روی بر حسب درصد. ب) فراوانی عیار اکسیدروی بر حسب درصد. ج) فراوانی عیار نقره بر حسب ppm. د) فراوانی عیار سرب بر حسب درصد. ه) فراوانی عیار اکسیدسرب بر حسب درصد.



ه



جدول ۱. مشخصات آماری هریک از متغیرها به تفکیک در دو

بخش اکسید و سولفید

		Zn	ZnO	Ag	Pb	PbO
اکسید	میانگین	1.98	1.45	24.66	0.92	0.39
	واریانس	8.16	4.78	1708	1.65	0.65
	ماکزیمم	28.7	19.33	410	9.91	8.36
	مینیمم	0.01	0.01	0	0	0
سولفید	میانگین	4.12	0.24	39.41	1.65	0.25
	واریانس	19.58	0.11	1715	2.78	0.11
	ماکزیمم	48	4.55	380	15.4	4.53
	مینیمم	0	0.01	0	0	0
مرکب	میانگین	1.71	0.47	29.25	0.98	0.27
	واریانس	7.94	0.69	1334	1.58	0.23
	ماکزیمم	29.95	9.24	330	9.9	5
	مینیمم	0.03	0.01	0	0	0

براساس رابطه ۳ بردار تمایز دو جامعه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1.98 \\ 1.45 \\ 24.66 \\ 0.9 \\ 0.39 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.12 \\ 0.24 \\ 39.41 \\ 1.65 \\ 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.14 \\ 1.21 \\ -14.74 \\ -0.74 \\ 0.14 \end{bmatrix}$$

در اینجا لازم است میانگین وزن‌دار دو ماتریس را به منظور داشتن تخمین بهتری از ماتریس کوواریانس کل محاسبه کرد. (جدول ۲ و ۳). جدول ۴ ماتریس کوواریانس مشترک دو بخش اکسیدی و سولفیدی را نشان می‌دهد.

جدول ۲. ماتریس کوواریانس متغیرها برای جامعه آماری بخش

اکسید

اکسید	Zn	ZnO	Ag	Pb	PbO
Zn	6602.11	4957.37	36481.9	1675.03	798.26
ZnO	4957.37	3866.97	27307.2	1266.06	612.04
Ag	36481.89	27307.24	1381764	30641.76	18127.7
Pb	1675.03	1266.06	30641.8	1332.54	685.55
PbO	798.26	612.04	18127.7	685.55	523.63

جدول ۳. ماتریس کوواریانس متغیرها برای جامعه آماری بخش

سولفید

سولفید	Zn	ZnO	Ag	Pb	PbO
Zn	28646.43	1452.56	70914.4	6022.33	443.92
ZnO	1452.56	154.82	3802.53	302.01	39.37
Ag	70914.41	3802.53	2509260	64432.44	7355.14
Pb	6022.33	302.01	64432.4	4060.88	438.65
PbO	443.92	39.37	7355.14	438.65	166.16

جدول ۴. ماتریس کوواریانس مشترک متغیرهای دو بخش اکسید

و سولفید

ماتریس مشترک	Zn	ZnO	Ag	Pb	PbO
Zn	15.51	2.82	47.27	3.39	0.55
ZnO	2.82	1.77	13.7	0.69	0.29
Ag	47.27	13.7	1712.6	41.85	11.22
Pb	3.39	0.69	41.85	2.37	0.49
PbO	0.55	0.29	11.22	0.49	0.3

با استفاده از ضرب معکوس ماتریس S در ماتریس D (ماتریس تفاضلات)، ماتریس ضرایب  $\lambda$  بدست می‌آید (رابطه ۷):

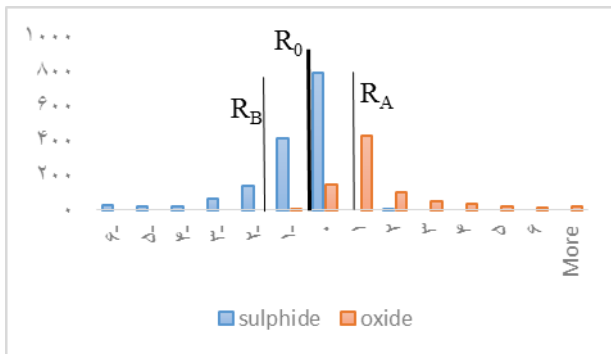
$$\begin{bmatrix} 0.13 & -0.17 & 0.001 & -0.2 & 0.2 \\ -0.17 & 0.9 & -0.002 & 0.16 & -0.76 \\ 0.001 & -0.002 & 0.001 & -0.02 & -0.01 \\ -0.2 & 0.16 & -0.02 & 1.2 & -1.09 \\ 0.2 & -0.76 & -0.01 & -1.09 & 5.83 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4.12 \\ 0.24 \\ 39.41 \\ 1.65 \\ 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.32 \\ 1.25 \\ -0.01 \\ -0.16 \\ 0.43 \end{bmatrix}$$

طبق رابطه ۸ تابع تفکیک بخش اکسید و سولفید نیز بصورت زیر بدست می‌آید

$$R_i = -0.32 \times Zn + 1.25 \times ZnO - 0.01 \times Ag - 0.16 \times Pb + 0.43 \times PbO$$

مرز جدایش دو جامعه را می‌توان تصویر میانگین بردارهای میانگین دو جامعه در امتداد بیشترین تفکیک در نظر گرفت: با توجه به رابطه ۹ مقدار  $R_0$  برابر با  $-0.259$  بر روی نمودار فراوانی به عنوان مرز جدایش دو جامعه نشان داده شده است. (شکل ۱۰)

در بخش سولفیدی قرار دارند و آنهایی که مقادیر  $R_i$  آنها بیشتر از ۰/۲۵۹ است متعلق به بخش اکسیدی می باشد.

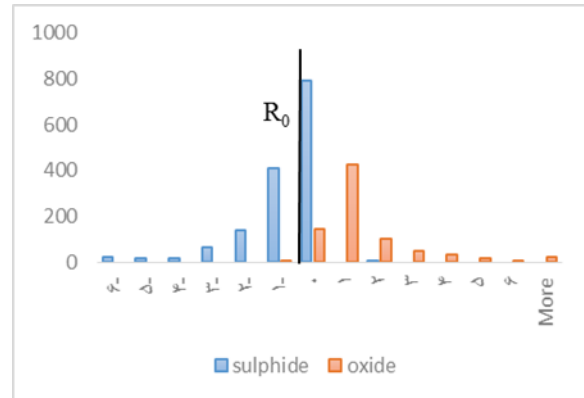


شکل ۱۱. فراوانی مقادیر  $R_i$  نشان دهنده ناحیه گذار

شکل ۱۲ نحوه قرارگرفتن بخش مرکب را درکناربخش اکسیدی و سولفیدی نشان می دهد. همان طور که دیده می شود، قسمت قابل توجهی از شکل به رنگ آبی و متعلق به بخش مرکب است که نشان دهنده عدم قطعیت اکسید و سولفید می باشد و نمی توان بین بخش اکسیدی و سولفیدی تفکیکی قائل شد. استفاده از آمارچندمتغیره و نسبت دادن یک مقدار  $R_i$  به هر نمونه بخش قابل توجهی از عدم قطعیت اکسیدی و سولفیدی را برطرف کرده است و منجر به تفکیک کامل منطقه مهدی آباد به دو بخش اکسیدی و سولفیدی شد. و طبق شکل ۱۳ بخش مرکب هم باتوجه به مقدار  $R_i$  تفکیک شده است که کمک شایانی به تعیین مدل بلوکی استخراجی و طراحی فلوشیت های کارخانه فرآوری می شود.

#### ۶- نتیجه گیری

آنالیز تفکیکی به ازای هر داده ضریبی منحصر به فرد مشخص می کند که منجر به تفکیک داده ها می شود. در بخش مرکب معدن مهدی آباد نمی توان روش استخراج سرب و روی اکسیدی و یا سرب و روی سولفیدی را به تنهایی به کاربرد، زیرا نحوه استخراج و فرآوری در این دو بخش کاملاً متفاوت می باشد. از آنجایی که این آنالیز برای منطقه مورد مطالعه به خوبی عمل کرده و بخش مرکب را تا حد ممکن به دو بخش اکسیدی و سولفیدی مجزا کرده است، میتوان از نتیجه آن برای مرحله فرآوری استفاده کرد. در عمل تفکیک دقیق زون مرکب به دو زون اکسیدی و سولفیدی امکان پذیر نیست زیرا بخش هایی وجود دارد که کانی های اکسیدی و سولفیدی کنار هم هستند و مرزبندی کامل را



شکل ۱۰. فراوانی مقادیر  $R_i$  حاصل از آنالیز تفکیکی جدا شده بر اساس نوع بخش بندی.

همانطور که در شکل ۱۰ مشاهده میشود، آنالیز تفکیکی توانسته است نسبت به هیستوگرام های اولیه بصورت بهتری اقدام به جداسازی بخش های اکسید و سولفید از یکدیگر نماید. ولی با این وجود تعدادی از نمونه ها درست تفکیک نشده اند. تعداد ۳۸ نمونه از نمونه های برداشته شده از بخش اکسیدی (۴/۶٪)، مقادیر  $R$  کوچکتر از  $R_0$  بدست آوردند و در محدوده بخش سولفیدی قرار گرفتند و همچنین ۱۳۶ نمونه از نمونه های برداشته شده از بخش سولفیدی بدلیل  $R$  بزرگتر از  $R_0$  در بخش اکسیدی طبقه بندی شد (۹/۳٪). اما سایر نمونه ها بطور مناسبی در بخش نظیر خود جانمایی شدند.

بر اساس روابط ۱۰ و ۱۱ مقادیر  $R_a$  و  $R_b$  به عنوان ناحیه گذار معرفی می شوند که اگر مقادیری که به درستی تفکیک نشده اند در این ناحیه قرار بگیرند می توان از آنها چشم پوشی نمود.

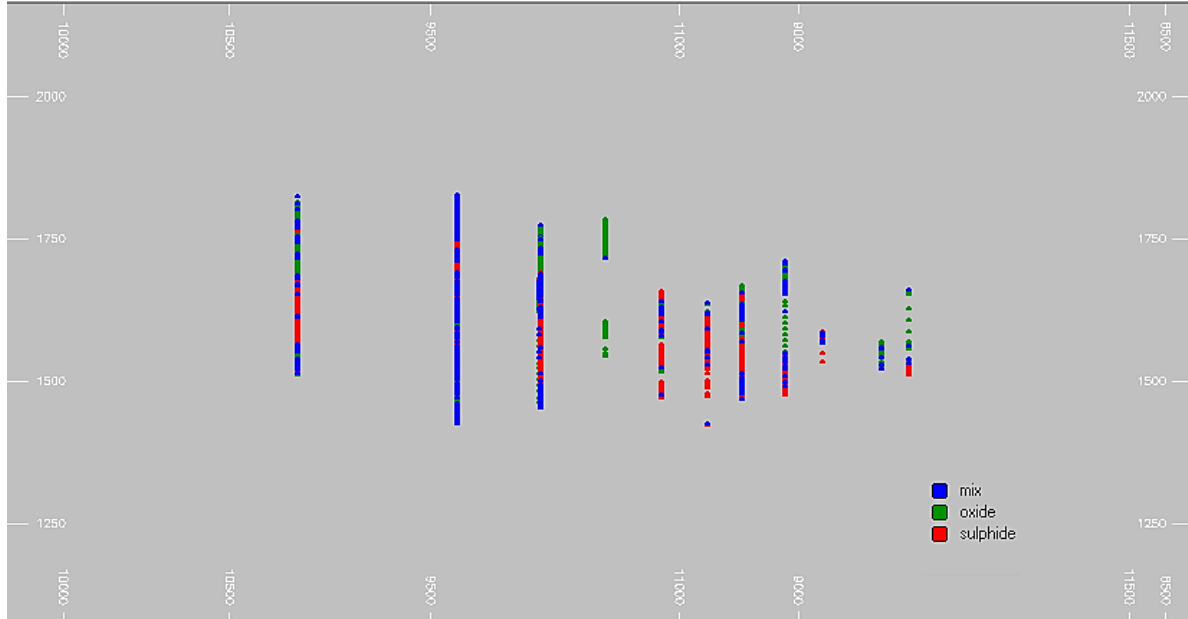
$$R_A = (-0.32 \times 1.98) + (1.25 \times 1.45) + (-0.01 \times 24.66) + (-0.16 \times 0.9) + (0.43 \times 0.39) = 0.99$$

$$R_B = (-0.32 \times 4.12) + (1.25 \times 0.24) + (-0.01 \times 39.41) + (-0.16 \times 1.65) + (0.43 \times 0.25) = -1.5$$

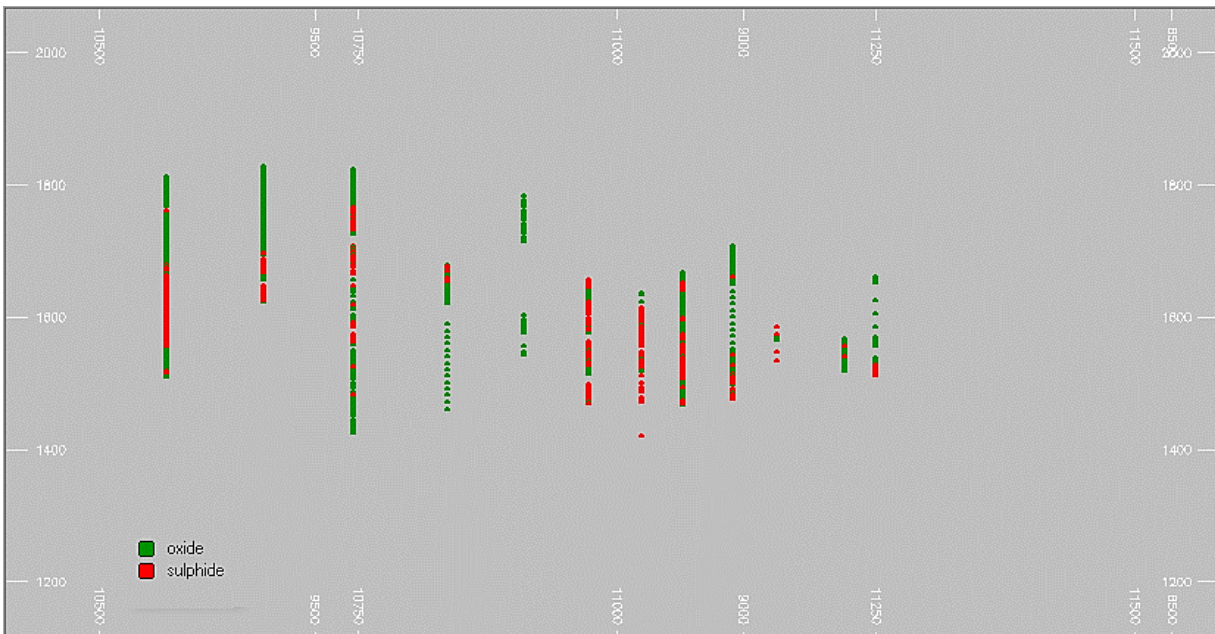
شکل ۱۱ فراوانی  $R_i$  ها را در محدوده ناحیه گذار نشان می دهد. اکنون که تفکیک به خوبی صورت گرفت می توان از آن برای تفکیک داده های بخش مرکب استفاده نمود. طبق این تابع داده هایی که مقادیر  $R_i$  آنها کمتر از ۰/۲۵۹ باشد

زمان و هزینه صرفه جویی می‌شود. پس ژئومتالورژی به عنوان واسطه‌ی مرحله اکتشاف و فرآوری مفید واقع شده است.

نمی‌توان انجام داد. با این حال این تفکیک می‌تواند کمک زیادی به جداسازی زون‌ها از هم کند، زیرا با علم به اینکه منطقه اکسیدی و یا سولفیدی است روش‌های استخراج و فرآوری مربوط به خودش به کار گرفته می‌شود و در نتیجه در



شکل ۱۲. نمایش بخش اکسیدی، سولفیدی و مرکب در منطقه مهدی‌آباد. رنگ قرمز نشان‌دهنده بخش سولفیدی، رنگ سبز نشان‌دهنده بخش اکسیدی و رنگ آبی نشان‌دهنده بخش مرکب می‌باشد.



شکل ۱۳. تفکیک بخش مرکب به دو بخش اکسیدی و سولفیدی. رنگ سبز نشان‌دهنده بخش اکسیدی و رنگ قرمز نشان‌دهنده بخش سولفیدی می‌باشد.

## ۷- تشکر و قدردانی

بدینوسیله از آقای مهندس مهدی احدی و شرکت کوشامعدن بدلیل فراهم نمودن اطلاعات مورد نیاز تشکر و قدردانی می نمایم.

اکسیده مهدی آباد" پایان نامه کارشناسی ارشد. رشته مهندسی معدن- فرآوری موادمعدنی. دانشگاه صنعتی امیرکبیر. دانشکده مهندسی معدن و متالورژی.

## ۸- مراجع

8. SGS Minerals services- T3 SGS 354. www.SGS.com/mining
9. MacDonald, M., Adair, B., Bradshaw, D, Dunn, M., Latti, D., 2011. "Learnings from five years of on-site MLA at Kennecott Utah Copper Corporation". 10th Int. Congr. Appl. Miner. Trondheim 2011.
10. SGS Minerals Services. Technical Bulletin 2010-1.
11. Davis, J.C., 2002, "Statistics and Data Analysis in Geology". 3rd Ed., John Wiley and Sons Publ., USA., ISBN:978-0-471-17275-8, pp:638
12. J. Monthel, J.P. Cassard, Ph. Lagny, H. Jahanshahi, J. Nomatian and P. Safaie, "Mehdiabad "lead-zinc deposit: geological assessment report", May 1994
۱۳. گزارش تخمین منبع معدنی کانسار سرب و روی مهدی-آباد. مهندسی مشاور کوشامعدن. آذر ۱۳۹۲
1. Cai, D., et al. (2008). "Training linear discriminant analysis in linear time" Data Engineering, 2008. ICDE 2008. IEEE 24th International Conference on, IEEE.
2. Roshani, P., et al. (2013). "Objective based geochemical anomaly detection—application of discriminant function analysis in anomaly delineation in the Kuh Panj porphyry Cu mineralization (Iran)." Journal of Geochemical Exploration 130: 65-73.
3. Rayan Tibshirani, 2013. "Linear regression of indicators, linear discriminant analysis"
4. Omid Asghari and Ardeshir Hezarkhani, "Applying Discriminant Analysis to Separate the Alteration Zones Within the Sungun Porphyry Copper Deposit", Journal of Applied Sciences, 2008
5. HEZARKHANI A.\*, TAHMASBI P., ASGHARI O., 2010, Separating the Sungun copper deposit alteration zones by applying artificial neural network, GEOSCIENCES FALL 2010, Volume 20, Number 77; Page(s) 41 To 46.
6. M Abbaszadeh, A Hezarkhani, S Soltani-Mohammadi, 2013, An SVM-based machine learning method for the separation of alteration zones in Sungun porphyry copper deposit, Chemie der Erde-Geochemistry
۷. محمدی، سیوان؛ دی ۱۳۹۱؛ "خواص سنجی و توسعه فرآیند استحصال روی از بخش کمعیار کانسنگ