

## تحلیل حساسیت پارامترهای مؤثر بر درونیابی با استفاده از روش کریجینگ عمومی

محسن یآوری<sup>۱</sup>؛ محمد کنشلو\*<sup>۲</sup>؛ ابوالقاسم کامکار روحانی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد اکتشاف معدن، دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، m.yavari.66@gmail.com

۲- استادیار دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، mkoneshloo@gmail.com

۳- دانشیار دانشکده مهندسی معدن، نفت و ژئوفیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، kamkarr@yahoo.com

(دریافت ۱ آبان ۱۳۹۰، پذیرش ۱۵ تیر ۱۳۹۲)

### چکیده

در حال حاضر که آبهای زیرزمینی به یکی از اصلی ترین منابع تأمین آب برای استفاده‌های گوناگون تبدیل شده‌اند، پایش سطح آب زیرزمینی به‌ویژه در حوضه‌هایی که تحت تهدید پمپاژ بیش از حد هستند، یعنی مناطق با تمرکز زیاد شهری و یا صنعتی اهمیت بیشتری دارند. با این وجود همواره هزینه‌های حفر گمانه‌های اکتشافی، تعداد داده‌ها و نهایتاً کیفیت تخمین را محدود کرده است. با استفاده از داده‌های کمکی و صرف هزینه‌ی نسبتاً کمی می‌توان نتایج تخمین را بهبود بخشید، یکی از این روشها، روش تخمین زمین آماری "کریجینگ با روند بیرونی" است. به واسطه استفاده از داده‌های ثانویه در دسترس و ارزانی، مانند داده‌های توپوگرافی، به‌عنوان روند بیرونی در تخمین سطح آب زیرزمینی میسر می‌شود. در این مقاله حساسیت روش کریجینگ با روند بیرونی نسبت به ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه و همچنین مقدار اثر قطعه‌ای داده‌های اولیه و تأثیر متقابل آن‌ها سنجیده شده است. هدف از این مطالعه دستیابی به برخی معیارهای سرانگشتی برای به‌کارگیری این روش و سنجش توانایی آن در شرایط مختلف است. حساسیت‌سنجی روش مذکور براساس نتایج اعتبارسنجی انجام شده است. پارامترهایی که در این اعتبارسنجی بررسی شده‌اند، شامل میانگین خطای تخمین، واریانس خطای تخمین، شیب خط رگرسیون برازش داده شده بر ابر پراکندگی داده‌های تخمینی و واقعی و همچنین ضریب تعیین به‌دست آمده از این رگرسیون می‌باشند. در پایان براساس نتایج اعتبارسنجی، حساسیت‌سنجی کریجینگ با روند بیرونی برای هر یک از پارامترهای مورد نظر انجام شده و نتایج ارائه و تفسیر شده‌اند.

### کلمات کلیدی

کریجینگ با روند بیرونی، تحلیل حساسیت، پارامترهای تخمین، اعتبارسنجی، آبهای زیرزمینی

## ۱- مقدمه

تخمین وجود دارد (مانند تکنیک‌های متعدد کوکریجینگ) اما به دلیل سادگی این روش، بکار گرفتن آن بسیار ساده‌تر است [۲]. در این روش از همبستگی داده‌های توپوگرافی و سطح آب زیرزمینی برای بهبود تخمین داده‌های پیرومتریک استفاده می‌شود [۳].

کریجینگ همراه با روند بیرونی تاکنون در زمینه‌های مختلفی مانند: تخمین رسانش هیدرولیکی با استفاده از داده‌های مقاومت ویژه الکتریکی [۴ و ۵]، اکتشافات معدنی [۶]، تخمین میزان بارش باران با استفاده از داده‌های رادار [۷]، تخمین افق‌های خاک با استفاده از داده‌های توپوگرافی [۸]، تعیین میزان رطوبت خاک [۹] و بررسی میزان گازهای آلاینده هوا [۱۰ و ۱۱] به کار گرفته شده است.

هدف از انجام این مطالعه، بررسی تأثیر پارامترهایی چون اثر قطعه‌ای متغیر اولیه و همچنین تأثیر همبستگی با متغیر ثانویه و تأثیر متقابل آن‌ها در نتایج تخمین با روش KED و نهایتاً رسیدن به ایده‌ای برای شرایط مناسب استفاده از این روش است.

## ۲- کریجینگ با روند بیرونی

اساس روش تخمین زمین آماری کریجینگ همراه با روند بیرونی (Kriging with External Dirft, KED) توسط پروفیسور جورج مترون [۱۲] پایه‌گذاری و بعدها در زمینه‌های گوناگون توسعه داده شده است. در این روش برای تخمین متغیر اولیه از داده‌های ثانویه موجود در محدوده مورد مطالعه استفاده می‌شود. آنچه استفاده از اطلاعات ثانویه در تخمین متغیر اولیه با استفاده از روش کریجینگ با روند بیرونی را امکان‌پذیر می‌کند، وجود همبستگی بین متغیر اولیه و ثانویه است. به عبارت دیگر منطقی، داده‌های ثانویه در حالتی می‌توانند برای هدایت تخمین متغیر اولیه به کار گرفته شوند که با این متغیر یک رابطه خطی داشته باشد [۱ و ۱۳].

دومین ویژگی متغیر ثانویه، این است که بر خلاف متغیر اولیه به وفور در منطقه وجود دارد و هزینه برداشت آن نسبتاً ناچیز است و با هزینه اندکی، اطلاعات قابل توجهی در مورد متغیر اولیه به دست می‌دهد [۱۳]. بر همین اساس، در تخمین سطح آب زیرزمینی، داده‌های پیرومتریک به عنوان داده اولیه و داده‌های توپوگرافی به عنوان داده ثانویه به کار گرفته می‌شوند.

فرضیه اصلی در KED، این است که امید ریاضی متغیر اولیه  $Z(x)$  تابعی از متغیر ثانویه  $Y(x)$  است:

امروزه تکنیک‌های زمین‌آماري حیطه وسیعی از تخمین‌های علوم زمین را به خود اختصاص داده‌اند و استفاده از روش‌های تک‌متغیره در صنعت معمول شده است. روش‌های چند متغیره زمین آماری توانایی استفاده‌ی بیش از یک متغیر در تخمین مورد نظر را دارند و بنابراین در این روش‌ها از اطلاعات ثانویه برای کمک به تخمین متغیر اولیه (متغیر هدف) نیز استفاده می‌شود. با این وجود به دلیل برخی از پیچیدگی‌های فنی و تکنیکی کمتر در صنعت مرسوم شده‌اند، حال آن‌که کاربرد آن‌ها می‌تواند کمک شایسته‌ای به بهبود وضعیت تخمین‌ها کند، بدون آن‌که که هزینه‌های جنبی خاصی را بر پروژه اعمال نماید. یکی از روش‌های چند متغیره زمین آماری که در این تحقیق از آن استفاده شده است، روش کریجینگ با روند بیرونی (KED) است که کاربردهای متعددی در شاخه‌های علوم زمین و به‌ویژه تخمین سطح آب زیرزمینی در سفره‌های آزاد دارد [۱].

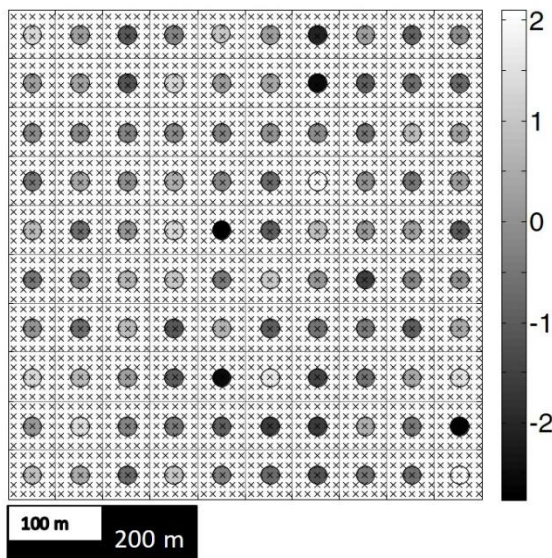
با توجه به چالش‌های زیست محیطی پیش رو، یکی از مباحث بسیار حساس در علوم زمین مسائل مربوط به آب‌های زیرزمینی به‌عنوان مهم‌ترین منبع تامین آب شرب هستند. آنچه در ارزیابی یک آب‌خوان اهمیت دارد، به‌دست آوردن اطلاعاتی در مورد سطح آب زیرزمینی در تمام نقاط حوزه‌ی مربوط به آن است. برای به‌دست آوردن این اطلاعات راه‌های متعددی وجود دارد. یکی از این راه‌ها، دسترسی مستقیم به این اطلاعات از طریق حفر پیرومترها و تخمین آن‌ها در سایر نقاط است. در این روش اغلب به دلیل هزینه زیاد حفر پیرومترها، تعداد نقاط مشاهده بسیار کم است. در نتیجه تخمینی که صرفاً با استفاده از این داده‌ها زده شود اعتبار زیادی دارد. راه دیگر برای دستیابی به این اطلاعات استفاده از مطالعات ژئوفیزیکی مانند روش مقاومت ویژه الکتریکی است. در این مورد نیز هزینه این روش‌ها فراوان است. از سوی دیگر معمولاً تفسیر نتایج این روش‌ها پیچیدگی‌های خاص خود را دارد، ضمن این‌که در اغلب موارد برای اعتباربخشی به نتایج لازم می‌شود تا نتایج با مقادیر واقعی (نقاط مشاهده‌ای مستقیم) کالیبره شوند [۲].

با استفاده از روش‌های تخمین زمین‌آماري، مخصوصاً روش KED می‌توان از داده‌های دیگری مانند توپوگرافی به‌عنوان روند بیرونی در تخمین سطح آب زیرزمینی در منطقه استفاده نمود، تا کیفیت تخمین را بهبود بخشید. گرچه روش‌های دیگری نیز در زمین آمار برای تلفیق این داده‌های ثانویه در

- شاخص‌های هموارشدگی و اریب شرطی<sup>۲</sup>: شیب خط برازش داده شده (رگرسیون) در نمودار پراکندگی مقادیر تخمینی-واقعی لازم به ذکر است که ضریب تعیین یا ضریب تشخیص، به-عنوان ملاکی برای نکویی به رازش به کار می‌رود و برابر نسبت واریانس تخمین‌گر به واریانس متغیر مورد تخمین است و در حالت رگرسیون خطی ساده با توان دوم ضریب همبستگی پیرسون برابر است [۱۴].

### ۱-۳- داده‌ها

برای سنجیدن حساسیت KED نسبت به پارامترهای یاد شده، از داده‌های مصنوعی<sup>۳</sup> استفاده شده است. به دلیل این که هم می‌توان روی شبکه دلخواه آن‌ها را تولید کرد و هم از مقدار داده‌ها در نقاط هدف اطلاعات داریم. تعداد ۱۰۰ داده اولیه با فاصله ۵۰ متر (شکل ۱) با استفاده از این مدل تولید شده است و ۲۵۰۰ داده‌های ثانویه با فاصله ۱۰ متر روی یک شبکه مربعی ۵۰۰×۵۰۰ به صورت منظم (شکل ۲) در چند سری با ضرایب همبستگی مختلف تولید شده است.



شکل ۱: داده‌های اولیه بر روی شبکه ۵۰ متر در ۵۰ متر و داده‌های ثانویه بر روی شبکه ۱۰ متر در ۱۰ متر

مدل مصنوعی برای داده‌های مورد نظر با روش شبیه‌سازی گوسی متوالی غیرشرطی<sup>۴</sup> تولید شده است. مدل واریوگرامی که برای توزیع فضایی این داده‌ها در نظر گرفته شده است، یک مدل واریوگرام کروی با دامنه ۱۵۰ متر و سقف ۱ و اثر قطعه‌ای برابر با صفر، است؛ واریوگرام تجربی داده‌های اولیه و مدل برازش داده شده به آن در شکل نمایش داده شده است.

$$E[Z(x)] = Y(x) \quad (1)$$

برای رسیدن به انعطاف بیشتر می‌توان رابطه (۱) را به صورت رابطه (۲) تعریف کرد:

$$E[Z(x)] = a_0 + a_1.Y(x) \quad (2)$$

که ضرایب  $a_0$  و  $a_1$  مجهول هستند و برای فیلتر کردن روند محلی داده‌های ثانویه به کار می‌روند.

ماتریس KED مشابه با ماتریس کریگینگ معمولی است با این تفاوت که ماتریس KED به ازای هر نوع داده ثانویه، یک سطر و یک ستون نسبت به ماتریس کریگینگ معمولی اضافه‌تر دارد. این سطر و ستون شامل داده‌های ثانویه در موقعیت داده‌های اولیه‌ی شرکت کننده در تخمین است که به طور مستقیم در تخمین داده اولیه به کار گرفته می‌شوند؛ بنابراین روابط زیر از ماتریس KED به دست می‌آیند:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{ij} + \mu_1 + \mu_2 = \gamma_{i0} \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) = Y(x_0)$$

$\mu_1$  و  $\mu_2$  ضرایب لاگرانژ هستند که به منظور کنترل شرط-های مرزی به کار گرفته شده‌اند. نهایتاً تخمین داده اولیه در نقطه هدف با استفاده از رابطه (۴) انجام می‌گیرد (۱۱).

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (4)$$

### ۳- تحلیل حساسیت KED

در این مقاله حساسیت روش کریگینگ با روند بیرونی نسبت به دو عامل بسیار مهم و مؤثر در معادلات این روش بررسی شده است. این دو عامل، مقدار اثر قطعه‌ای داده اولیه و ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه هستند. تحلیل حساسیت، براساس نتایج اعتبارسنجی متقابل با این روش نسبت به تغییر هر یک از عامل‌های یاد شده، انجام شده است. شاخص‌های مورد مقایسه که با استفاده از نتایج اعتبارسنجی به دست آورده شده‌اند، شامل:

- شاخص صحت کلی نتایج: میانگین خطای واقعی تخمین
- شاخص دقت تخمین: واریانس خطای واقعی تخمین و همچنین ضریب تعیین رگرسیون، میانگین خطای محلی تخمین

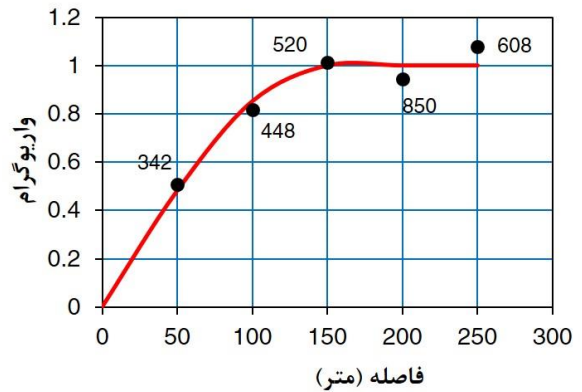
آماري WinGSLIB 1.5.6®، اعتبارسنجی انجام و نهایتاً نتایج اعتبارسنجی برای به دست آوردن پارامترهای مقایسه، مجدداً به محیط گسترده Excel® انتقال داده شده‌اند. در ضمن کدهای تخمین و اعتبارسنجی متقابل با امکانات بیشتر در محیط MATLAB 7® نوشته شده و نتایج از حیث صحت کنترل شد.

معیاری که برای تخمین‌گر ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود این است که میانگین خطای تخمین باید برابر با صفر باشد که منطبق با شرط ناریبی تخمین‌گر کریگینگ است همچنین واریانس این مقادیر باید کمینه شود. همچنین مقدار شیب خط رگرسیون (مقادیر واقعی نسبت به تخمینی) و ضریب تعیین آن برابر با یک باشد [۱۵]. بنابراین براساس پارامترهای مقایسه، تخمینی نتایج مطلوب‌تری دارد که در آن به‌طور نسبی ضریب تعیین و شیب خط رگرسیون به یک و میانگین واریانس خطای تخمین به صفر نزدیک‌تر باشند [۱۳].

نتایج اعتبارسنجی KED در ضریب همبستگی‌های مذکور بین داده‌ها اولیه و ثانویه در شکل ۳-الف ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با کاهش ضریب همبستگی، شیب خط رگرسیون برآزش داده شده بر داده‌های تخمینی و واقعی نیز کاهش می‌یابد. مشاهده می‌شود که با کاهش قدر مطلق ضریب همبستگی (اندازه‌ی آن)، مقدار شیب رگرسیون نیز به صفر نزدیک می‌شود. در نتیجه از کیفیت تخمین کاسته می‌شود.

در شکل ۳-ب تغییرات ضریب تعیین رگرسیون موجود نسبت به ضریب همبستگی نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، با کاهش ضریب همبستگی، ضریب تعیین نیز کاهش می‌یابد. یعنی در جایی که ضریب همبستگی برابر با ۱ یا -۱ است، ضریب تعیین نیز بیشینه و جایی که ضریب همبستگی برابر با صفر است ضریب تعیین کمینه مقدار خود را دارد. این فرایند امری منطقی به‌نظر می‌رسد چرا که ضریب همبستگی کم یک تخمین ضعیف را در پی خواهد داشت. این فرایند نیز امری منطقی است زیرا با کاهش ضریب همبستگی انتظار می‌رود که تخمین ضعیف‌تری ارائه شود که این امر خود را با کاهش در مقدار ضریب تعیین نشان داده است.

در شکل ۳-ج مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب همبستگی واریانس خطای واقعی تخمین به صفر می‌رسد. این فرایند امری طبیعی است. از سوی دیگر انتظار می‌رود،



شکل ۲: واریوگرام تجربی داده‌های اولیه و مدل تئوری انتخاب شده برای مدلسازی داده‌ها

بدیهی است، می‌توان از یک ترکیب خطی برای مقیاس کردن این متغیر استفاده کرد، هر گونه تغییر مبدا (اضافه یا کم کردن عدد دلخواه) تغییری در واریوگرام ایجاد نمی‌کند و ضرب شدن یک عدد دلخواه نیز در آن‌ها باعث ضرب شدن توان دوم آن عدد در سقف واریوگرام می‌شود. این قابلیت امکان استفاده و بسط نتایج این تحقیق را برای مطالعات موردی واقعی روی داده‌های مربوط به سطح آب زیرزمینی (با توزیع تقریباً نرمال) را فراهم می‌آورد.

### ۲-۳- حساسیت KED نسبت به ضریب همبستگی

در این مطالعه حساسیت KED نسبت به ضرایب مختلف همبستگی بین داده اولیه و ثانویه که برابر با مقادیر زیر در نظر گرفته شده‌اند، بررسی خواهد شد.

$$\rho = -1, -0.75, -0.5, -0.25, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1$$

مقادیر  $\rho$  در هر بار بازتولید داده‌های ثانویه در مدل مصنوعی، اعمال خواهند شد؛ بنابراین به ازای هر ضریب همبستگی، یک گروه داده‌ی ثانویه جدید تولید می‌شود که در اعتبارسنجی KED به‌کار برده خواهد شد. برای تولید این اعداد (Y)، از تکنیک اضافه کردن یک نویز مستقل (U) با نسبت‌های مختلف (a) به سیگنال اولیه (X) استفاده شده است. برای تعیین مقدار مناسب a می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد:

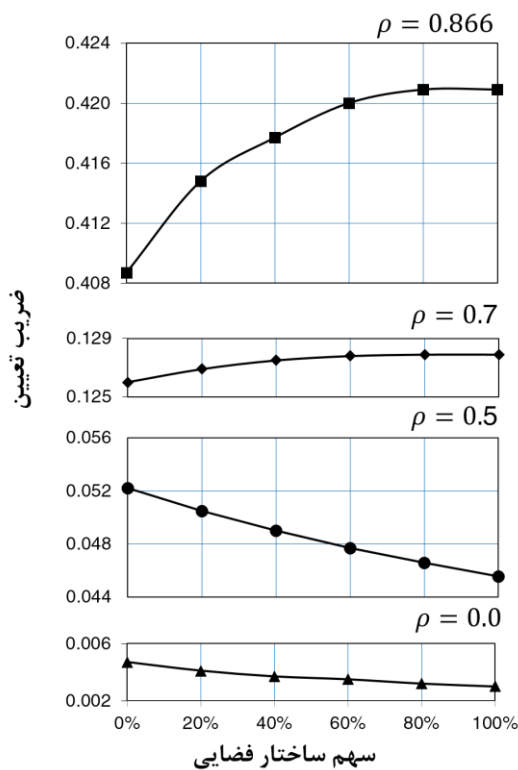
$$Y = aX + U \quad (5)$$

$$r_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{a \sigma_x^2}{\sigma_x \sqrt{(a^2 \sigma_x^2 + \sigma_u^2)}}$$

داده‌های مورد نظر در محیط صفحه گسترده Excel® تولید شده و با انتقال داده‌های حاصل از آن به نرم افزار زمین

### ۳-۳- حساسیت‌سنجی KED نسبت به سهم ساختار فضایی داده‌های اولیه

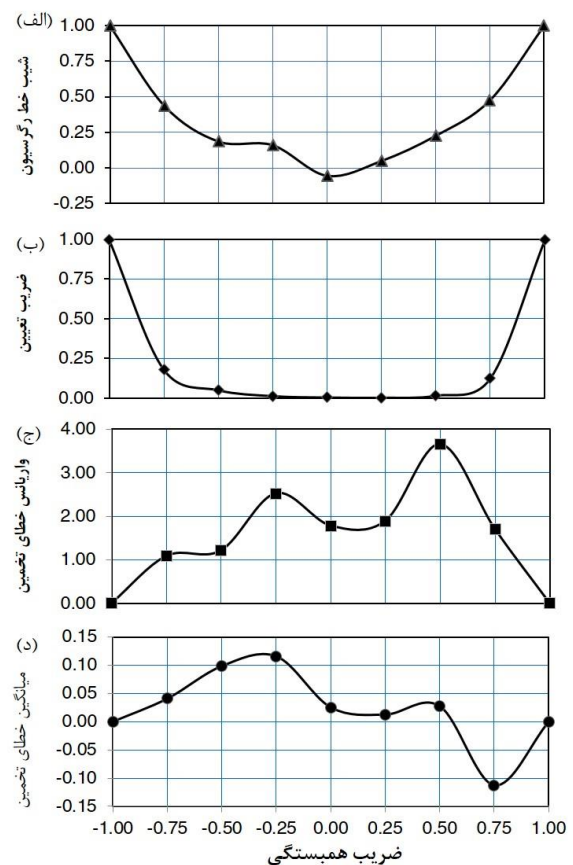
در این بخش نتایج تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف کیفیت تخمین KED نسبت به سهم ساختار فضایی واریوگرام داده‌های اولیه و در حضور ضرایب همبستگی مختلف بین داده‌های اولیه و ثانویه ارائه شده است. شکل‌های ۴ تا ۷ به ترتیب تعییرات ضریب تعیین رگرسیون، شیب خط رگرسیون (مقدار تخمینی براساس مقدار واقعی)، میانگین خطای تخمین، و واریانس خطای تخمین را براساس سهم ساختار فضایی نشان می‌دهد. زمانی که ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه برابر با یک است، ساختار فضایی داده‌های اولیه تأثیری در روند تخمین ندارد. به دیگر سخن، داده‌های ثانویه در این حالت تأثیر فراوانی داشته و می‌توان گفت روند تخمین را کاملاً تحت کنترل خود دارند، از این رو با توجه به همبستگی کامل تخمینگر، تخمینگر ایده‌آل است. این بدان معنی است که مقادیر تخمینی بر مقادیر واقع منطبق هستند.



شکل ۴: حساسیت‌سنجی KED نسبت به سهم ساختار فضایی با استفاده از ضریب تعیین رگرسیون برازش داده شده به نمودار پراکندگی نقطه‌ای مقادیر تخمینی در مقابل مقادیر واقعی. ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه در بالای هر نمودار ارائه شده‌اند

واریانس خطای تخمین در ضریب همبستگی صفر، بیشترین مقدار خود را داشته باشد. اما مطابق آنچه در شکل نشان داده شده است، این اتفاق در این مسئله نیفتاده است. این امر را می‌توان ناشی از نوسانات آماری در ضریب همبستگی صفر دانست که منجر به عدم تبعیت واریانس خطای تخمین از روال طبیعی خود شده است.

در شکل ۳-د تغییرات میانگین خطای تخمین نسبت به ضریب همبستگی ارائه شده است. انتظار می‌رود با افزایش ضریب همبستگی، میانگین خطای تخمین کاهش یابد. این اتفاق در بیشینه ضریب همبستگی یعنی در ۱ و -۱ افتاده است. از سوی دیگر می‌بایستی در کمینه ضریب همبستگی، میانگین خطای تخمین به مقدار بیشینه خود برسد که این اتفاق نیز در این مسئله رخ نداده است. در واقع رفتار میانگین خطای تخمین در ضرایب همبستگی بین ۱ و -۱ پیچیدگی‌های زیادی دارد.

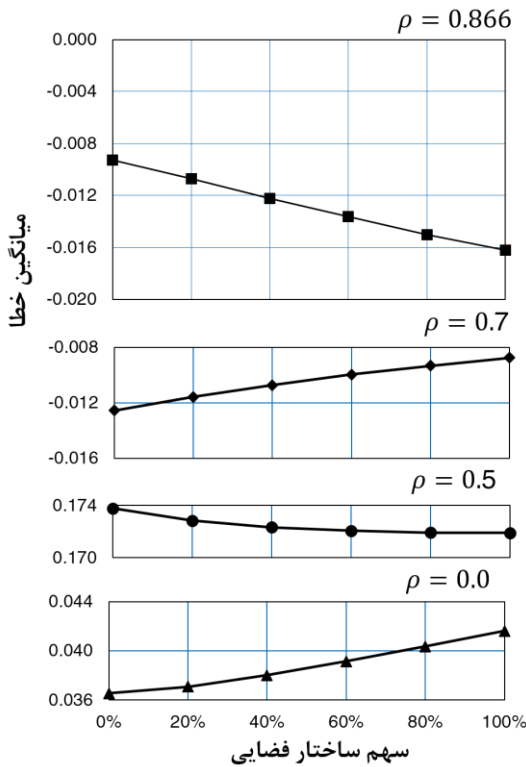


شکل ۳: الف) مقادیر شیب خط رگرسیون در مقابل ضرایب همبستگی داده‌های اولیه و ثانویه ب) مقادیر ضریب تعیین در مقابل ضرایب همبستگی داده‌های اولیه و ثانویه ج) واریانس خطای تخمین در مقابل ضرایب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه د) میانگین خطای تخمین در مقابل ضرایب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه

است.

چنانکه انتظار میرفت، با فاصله گرفتن از همبستگی کامل (بین متغیرهای اولیه و ثانویه) شیب خط رگرسیون به شدت کاهش می‌یابد. و در همبستگی بالاتر تاثیر ساختار فضایی نیز ملموس‌تر است.

در حالی که ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه قابل توجه است، مشاهده می‌شود که مقدار میانگین خطای تخمین نیز قابل چشم‌پوشی است (شکل ۶) و با تغییر سهم اثر قطعه‌ای تغییر چندانی نمی‌کند. با این وجود مانند موارد پیشین، باز هم بیشترین حساسیت نسبت به ساختار فضایی مربوط به حالت همبستگی بالا بین متغیرهای اولیه و ثانویه است.

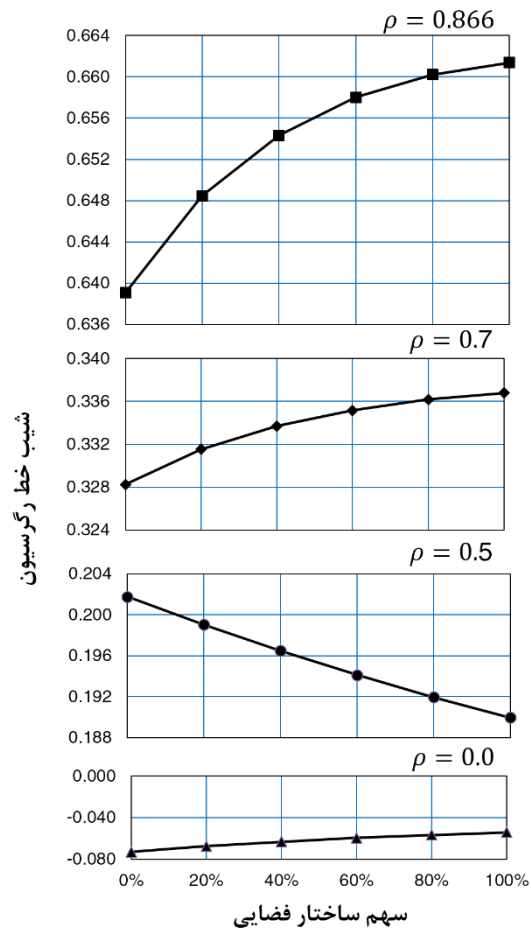


شکل ۶: حساسیت سنجی KED نسبت به سهم ساختار فضایی با استفاده از میانگین خطای تخمین. ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه در بالای هر نمودار ارائه شده‌است.

در شکل ۷ نتایج حاصل از حساسیت سنجی KED، براساس دقت تخمین (واریانس خطای واقعی تخمین) برای ۴ ضریب مختلف همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، زمانی که ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه بالا است، تغییرات واریانس خطای تخمین براساس تغییر سهم ساختار فضایی، مقداری ناچیز است. با کاهش ضریب همبستگی

با کاهش ضریب همبستگی از یک به ۰/۸۶۶ و ۰/۷ و ۰/۲۵ ضریب تعیین نیز کاهش می‌یابد. اما این پارامتر، تغییرات قابل توجهی نسبت به ساختار فضایی داده‌های اولیه ندارد. بیشترین تغییرات ضریب تعیین در حالت همبستگی بالا بین مقدار متغیر اولیه و متغیر کمکی دیده می‌شود. در ضریب همبستگی صفر و ۰/۵، با افزایش سهم ساختار فضایی، ضریب تعیین به مقدار خیلی کمی کاهش می‌یابد. این امر منطقی به نظر می‌رسد، چرا که متغیر ثانویه تاثیر بیشتری دارد (کنترل روند). از این رو، این همبستگی ضعیف آن با متغیر اولیه، با ساختار فضایی قوی متغیر در تقابل قرار می‌گیرد و از کیفیت تخمین می‌کاهد (شکل ۴).

زمانی که ضریب همبستگی برابر ۰/۸۶۶ و ۰/۷ است، با افزایش سهم ساختار فضایی، شیب خط رگرسیون نیز به صورت بسیار آرام افزایش می‌یابد (شکل ۵). زمانی که ضریب همبستگی به صفر می‌رسد شیب خط رگرسیون منفی می‌شود که منجر به ارائه نتایج نامطلوب در تخمین می‌شود.



شکل ۵: حساسیت سنجی KED نسبت به سهم ساختار فضایی با استفاده از تغییرات شیب خط رگرسیون برازش داده شده به نمودار پراکندگی مقادیر تخمینی در مقابل مقادیر واقعی. ضریب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه در بالای هر نمودار ارائه شده



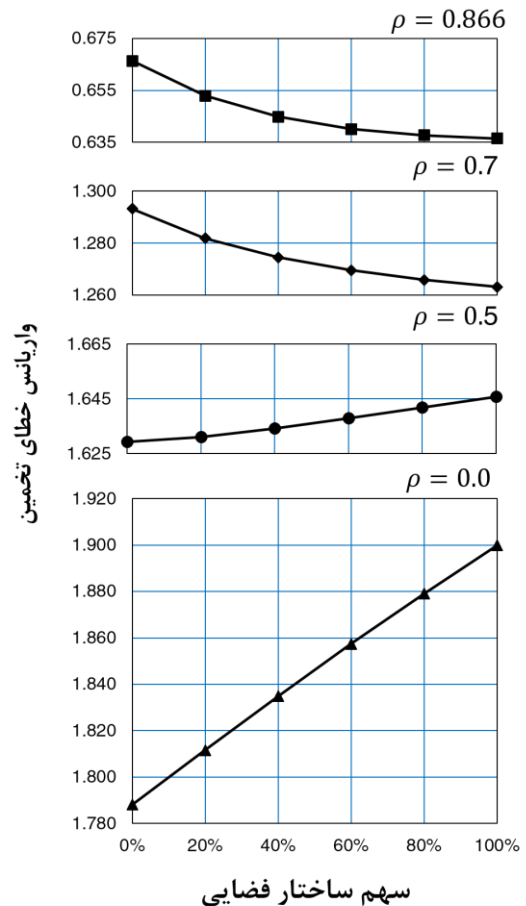
بخش کوچکی از تغییرات متغیر واقعی خواهد بود. واریانس خطای تخمین در ضرایب همبستگی کم رفتار معنی‌داری از خود نشان نمی‌دهد. میانگین خطای تخمین، فقط در ضرایب همبستگی بالا از خود رفتار منطقی و طبیعی نشان می‌دهد و با کاهش ضرایب همبستگی و نزدیک شدن آن به مقدار صفر، نمی‌توان برای آن رفتار معنی‌داری تعریف کرد. بر اساس آنچه گفته شد، می‌توان نتیجه گرفت ضرایب همبستگی یک پارامتر مهم در کیفیت تخمین مورد نظر توسط روش KED بوده و بالا بودن ضرایب همبستگی قطعاً در تخمین مورد نظر تأثیر مطلوب خواهد گذاشت.

در تخمین‌های کریجینگ ساده و عادی، وجود اثر قطعه‌ای به واسطه هموار کردن نتایج تخمین، از کیفیت آن خواهد کاست. اما این موضوع در روش KED متفاوت است. بر اساس حساسیت سنجی ای که روی وجود اثر قطعه‌ای در داده‌های اولیه در این روش انجام شده است، مشاهده می‌شود که در زمانی که ضرایب همبستگی بالایی بین داده‌های اولیه و ثانویه ثانویه وجود دارد از هموار سازی اثر قطعه‌ای تا حدی جلوگیری می‌شود. اما در شرایطی که این ضرایب همبستگی پایین باشد، وجود ساختار در داده‌های اولیه بر تخمین مورد نظر تأثیر گذاشته و نتایج را نامطلوب می‌کند.

بنابراین بالا بودن ضرایب همبستگی حتی در حالتی که داده‌های اولیه دارای اثر قطعه‌ای باشند، در بهبود نتایج تخمین با استفاده از روش KED یک پارامتر مهم تلقی می‌شود. به بیان دیگر، در حالتی که ضرایب همبستگی بالا باشد، می‌توان اثر قطعه‌ای را ندیده گرفت؛ بنابراین در چنین شرایطی استفاده از روش KED می‌تواند در بهبود نتایج تخمین کمک شایانی کند.

نکته دیگری که باید توجه داشت این است که روش KED در زمانی که ضرایب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه بالاست، نتایج مطلوب‌تری ارائه می‌دهد در واقع این شرایط منجر به بهینه شدن نتایج تخمین خواهد شد اما این امر دلیل بر این نخواهد بود که از روش KED در زمانی که این ضرایب همبستگی پایین است، نمی‌توان استفاده کرد. در این زمینه معیاری وجود ندارد، مثلاً نمی‌توان حد مشخصی از ضرایب همبستگی را برای استفاده از این روش در تخمین‌های زمین آماری تعیین کرد. منظور این است که هرچه ضرایب همبستگی بالاتر باشد نتایجی که از تخمین به کمک این روش حاصل می‌شوند، مطلوب‌تر خواهند بود. البته در زمانی که ضرایب همبستگی پایین باشد، استفاده از این روش نسبت به

حدود ۰/۵٪، بر مقدار واریانس خطای تخمین و میزان تغییرات آن افزوده شده است. در زمانی که ضرایب همبستگی کم است بازهم به دلیل کاهش تأثیر داده‌های ثانویه در نتیجه تخمین، مشاهده می‌شود که با افزایش ساختار فضایی، واریانس خطای تخمین افزایش می‌یابد.



شکل ۷: حساسیت سنجی KED نسبت به اثر قطعه‌ای با استفاده از واریانس خطای واقعی تخمین. ضرایب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه در بالای هر نمودار ارائه شده است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده شد، پارامترهایی مانند شیب خط رگرسیون و ضرایب تعیین حساسیت زیادی به ضرایب همبستگی بین داده‌های اولیه و ثانویه در روش KED دارند و می‌توان از این دو پارامتر برای حساسیت سنجی این روش استفاده کرد. با توجه به شیب خط رگرسیون، با کاهش همبستگی بین متغیر اولیه و ثانویه شاهد هموار شدگی تخمین، خواهیم بود و تخمین‌ها کیفیت پایینی دارد به طوری که براساس ضرایب تعیین، تغییرات متغیر تخمینی تنها بیان‌گر

*Applications to Mineral Exploration*"; Natural Resources Research 9, No 1.

- [۷] Haberlandt, U.; 2006; "Geostatistical interpolation of hourly precipitation from rain gauges and radar for a large-scale extreme rainfall event"; Hydrology 332: 144– 157.
- [۸] Bourennane, H.; King, D.; 2003; "Using multiple external drifts to estimate a soil variable" Geoderma, 114(1), 1-18.
- [۹] Vanderlinden, K.; J. A. Jiménez; et al.; 2008; "Interpolation of Soil Moisture Content Aided by FDR Sensor Observations", in: geoENV VI – Geostatistics for Environmental Applications, Springer Netherlands. 15: 397-407.
- [۱۰] Gallois, D.; C. D. Fouquet, et al.; 2005; "Mapping annual nitrogen dioxide concentrations in urban areas" in: Geostatistics Banff: Springer Netherlands. 14: 1087-1096.
- [۱۱] van de Kassteele; J.; A. Stein; et al.; 2009; "External drift kriging of NO<sub>x</sub> concentrations with dispersion model output in a reduced air quality monitoring network"; Environmental and ecological statistics;16(3):321-39.
- [۱۲] Matheron G.; 1973; "The intrinsic random functions and their applications"; Advances in applied probability, vol. 5, p. 439-468.
- [۱۳] Goovaerts, P. ;1997; "Geostatistics for Natural Resources Evaluation"; New York, Oxford University Press.
- [۱۴] Davis, J. C.; 2012; "Statistics and data analysis in geology"; New York; Wiley.
- [۱۵] Jaime-Gomez, J. H.; 2005; "Geostatistics"; in: Hydrogeophysics; Netherlands, Springer; pp: 59-81.

روش‌های معمول تخمین مانند کریجینگ معمولی و غیره نتایج مطلوب‌تری را فراهم خواهد کرد.

### تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند از جناب پروفیسور هانس واکرناگل به خاطر بازنگری نتایج این مطالعه، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشند.

### References

- [۱] Wackernagel, H.; 2003; "Multivariate geostatistics: an introduction with applications"; Berlin, springer
- [۲] Chiles J.P. ; 1991 ; "Application du krigeage avec dérive externe à l'implantation d'un réseau de surveillance piézométrique"; Sciences de la Terre, no. 30, 1991, p. 131-147
- [۳] Desbarats A. J.; M. J. Hinton; et al.; 2001; "On the kriging of water table elevations using collateral information from a digital elevation model" Geological Survey of Canada: 20.
- [۴] Troisi, S.; C. Fallico; et al.; 2000; "Application of kriging with external drift to estimate hydraulic conductivity from electrical-resistivity data in unconsolidated deposits near Montalto Uffugo, Italy"; Hydrogeology Journal 8(4): 356-367.
- [۵] Patriarche, D.; M. Castro; et al.; 2005; "Estimating Regional Hydraulic Conductivity Fields: A Comparative Study of Geostatistical Methods"; Mathematical Geology 37(6): 587-613.
- [۶] Dimitrakopoulos R.; 2000; "Integrated Interpolation Methods for Geophysical Data:

<sup>۱</sup> Coefficient of determination

<sup>۲</sup> Conditional bias

<sup>۳</sup> Synthetic data or Simulated data

<sup>۴</sup> Non-conditional Sequential Gaussian Simulation (SGS)