

مقاله پژوهشی

مدل سازی ایجاد و رشد ترک در نمونه های متخلخل در اثر فشار سیال با استفاده از نرم افزار آباکوس

محمد مهدی گلابی^۱، سید احمد لاجوردی^{۲*}، صادق کریم پولی^۳

۱. کارشناسی ارشد مکانیک سنگ، گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، mm.golabi@gmail.com

۲. استادیار گروه مهندسی مواد و متالورژی، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، Lajevardi@znu.ac.ir

۳. دانشیار گروه مهندسی معدن، دانشکده مهندسی، دانشگاه زنجان، s.karimpouli@znu.ac.ir

(دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۱۷ - پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۳۰)

چکیده

با توجه به اهمیت بالای شکست هیدرولیکی در صنایع نفت و گاز برای تحریک و افزایش ظرفیت مخازن نفتی، تحلیل رشد ترک در این محیطها طی این فرآیند، بسیار حایز اهمیت است. با وجود آن که مقدار تخلخل در این مخازن ممکن است پایین باشد اما این تخلخلها و ترکها حتی در مقیاس میکرو به عنوان نقاط ضعف و ناپیوستگیهای محیط به شمار می آیند و عامل تعیین کننده ای در تعداد و مسیر ترکها هستند. در مقاله حاضر، با استفاده از علم مکانیک شکست الاستیک خطی، نحوه ایجاد، رشد و گسترش ترک در نمونه های متخلخل در اثر فشار سیال، به روش اجزای محدود توسعه یافته (XFEM) با نرم افزار اجزای محدود آباکوس، بر اساس معیار حداکثر تنش اصلی و معیار مستقل از حالت شکست، مدل سازی و تحلیل شده است. برای صحت سنجی روش ارائه شده، نتایج مدل سازی عددی با نتایج تحلیلی موجود به روش KGD مقایسه شده و با خطای ۰.۰۴ درصد در حداکثر اندازه دهانه ترک و ۴.۸۷ درصد در حداکثر طول ترک، تطابق قابل قبولی حاصل شد. صحت نتایج نشان داد که استفاده از المان های فنر با عنوان تکیه گاه الاستیک برای شبیه سازی خواص الاستیک محیط پیرامونی مدل، می تواند مفید و موثر باشد. فرآیند مدل سازی شکست هیدرولیکی روی تصاویر میکرو سی تی اسکن سه نمونه واقعی ماسه سنگ انجام و مسیر و نحوه رشد ترک تحلیل و بررسی شده است. همچنین میزان انرژی جذب شده در واحد طول در هر نمونه محاسبه و شکل نهایی گسترش ترک با افزایش فشار تزریق ارائه شده است. در ادامه، با محاسبه درصد فضای خالی قبل و بعد از شکست در هر نمونه، شکست مطلق و نسبی در هر مورد محاسبه و نتایج با یکدیگر مقایسه شده اند. نتایج نشان می دهد که در اثر فشردن و کاهش تخلخل در نمونه ها، انرژی جذب شده در واحد طول کاهش یافته است و سطح کمتری از نمونه تحت تاثیر شکست هیدرولیکی قرار می گیرد.

کلمات کلیدی

رشد ترک، روش المان محدود توسعه یافته، محیط متخلخل، مدل سازی عددی، شکست هیدرولیکی.

۱- مقدمه

محیط، مکان‌های ضعیفی به شمار می‌آیند که با ایجاد تمرکز تنش، موجب رشد ترک‌های کوچک می‌شوند. این ترک‌های کوچک در مراحل بعدی به هم رسیده و تشکیل ترک‌های بزرگ‌تری را می‌دهند که باعث گسیختگی و در برخی موارد شکست ناگهانی در محیط می‌شود.

با توجه به شرایط تنشی پیچیده، وجود ترک‌های از پیش موجود، اتلاف سیال تزریق و نظایر آن، پیش‌بینی پارامترهای شکست هیدرولیکی، فشار شکست و طول ترک‌های ایجاد شده در حین فرآیند، بسیار سخت خواهد بود [۱]. در برخی مطالعات، پارامترهای شکست هیدرولیکی از جمله ویژگی‌های مخزن (حالت تنش، دما، ویژگی‌های مکانیکی و ساختار) و ویژگی‌های سیال تزریق (میزان جریان، گرانیوی و قابلیت فشرده‌گی) بررسی و تعیین شده است [۶-۱۰]. زبک^۵ و همکاران در کارهای تجربی خود [۸] متوجه شدند که شکست هیدرولیک همیشه در طول فشار اصلی ایجاد می‌شود. علاوه بر این، آن‌ها دریافتند که اختلاف تنش‌های افقی، فشار شکست، شکل، کمیت و انتشار ترک‌ها را تعیین می‌کند [۶]. در صورت وجود شکستگی‌های از پیش موجود، نحوه گسترش شکست هیدرولیکی به طور قطع تغییر خواهد کرد و زاویه برخورد و مقاومت برشی قبل از شکستگی از پارامترهای مهم خواهند بود [۱۱، ۱۲]. بر طبق نتایج وارپینسکی و توفل^۶ [۱۰] و همچنین نتایج بلانتون^۷ [۱۳]، شکستگی‌های هیدرولیکی، بسته به حالت استرس و محل شکستگی قبلی، قابلیت گسترش از شکستگی‌های طبیعی را دارند. علاوه بر این، وجود ترک‌های اولیه و ناچ^۸ به دلیل ایجاد تمرکز تنش بر فشار شکست تاثیر دارد. فلاح‌زاده^۹ و همکاران [۱۴] نیز نشان دادند که وجود این ترک‌های اولیه و ناچ‌ها منجر به کاهش فشار شکست خواهد شد. در ضمن، طول این ناچ‌ها نیز بر فشار شکست تاثیر می‌گذارد، به طوری که هرچه طول ناچ‌ها بیشتر باشد، فشار شکست نیز کمتر است [۷]. سرعت تزریق سیال نیز رابطه آشکاری با فشار شکست دارد زیرا سرعت تزریق بالاتر، می‌تواند منجر به انتشار سریع‌تر شکستگی‌ها شود [۸]. همچنین مشخص شده است که گرانیوی سیال تزریق بر ریخت‌شناسی شکست تاثیر می‌گذارد، به طوری که سیال با گرانیوی کم (به عنوان مثال هوا، کف یا گاز CO₂) منجر به شکستگی‌های پیچیده چندگانه می‌شود [۱۵، ۱۶].

در تحقیق حاضر برای اولین بار از روش پارتیشن‌بندی در

استفاده از فشار سیال برای افزایش حجم شکست‌ها در مواد ترد، کاربردهای صنعتی متعددی دارد [۱]. از جمله این کاربردها می‌توان به افزایش نفوذپذیری^۱ در سنگ‌ها اشاره کرد که نقش بسیار مهمی در شبیه‌سازی سیستم‌های مخازن هیدروکربنی و منابع زمین‌گرمایی^۲ دارد [۱، ۲]. به طور کلی ایجاد ترک‌های جدید و گسترش این ترک‌ها و ترک‌های از پیش موجود، در اثر فشار بالای سیال در ناپیوستگی‌های محیط متخلخل را شکست هیدرولیکی^۳ می‌نامند. این فرآیند در محیط متخلخل، به دلیل خلل و فرج موجود و ناپیوستگی‌های ذاتی محیط می‌تواند رویکرد متفاوتی داشته باشد [۳]. از مهم‌ترین ویژگی‌های این محیط وجود یک ساختار متخلخل و صفحات درزه و شکستگی است که منجر به تشکیل یک محیط ناپیوسته، ناهمسانگرد و ناهمگن می‌شود و رفتار مکانیکی آن‌ها به طور عمده با این ناپیوستگی‌ها کنترل می‌شود. آگاهی از این رفتارها و پیش‌بینی چنین عملکردهایی می‌تواند راه‌گشای بسیاری از مسایل مهندسی در استفاده از این مواد باشد [۴].

در فرآیند شکست هیدرولیکی، یک سیال ویسکوز با سرعت تزریق مناسب به داخل منافذ و شکستگی‌های یک محیط زیرزمینی تزریق می‌شود که سطوح شکستگی و منافذ را تحت فشار قرار می‌دهد. با افزایش فشار داخلی، معیار گسترش شکست در امتداد نوک ترک قرار می‌گیرد و موجب انتشار ترک هیدرولیکی می‌شود. طی چند دهه اخیر، مساله شکست و انتشار ترک هیدرولیکی کاربردهای وسیعی در صنایع مختلف پیدا کرده است. یکی از اصلی‌ترین کاربردهای آن، تحریک و ایجاد ترک در مخازن هیدروکربنی و بازیافت و افزایش شدت جریان برداشت هیدروکربن‌هایی مانند نفت و گاز است، که در مخازن زیرزمینی و در لایه‌های سنگی تشکیل می‌شوند [۵]. کاربرد دیگر، افزایش بهره‌وری در منابع زمین‌گرمایی است که در سال‌های اخیر به عنوان یکی از منابع جدید انرژی پاک، مورد توجه قرار گرفته است [۱]. بنابراین، تحلیل و بررسی دقیق این فرآیند بسیار مهم است و محققان مختلفی با استفاده از روش‌های پیوسته و ناپیوسته و قابلیت‌های این روش‌ها به شبیه‌سازی عددی شکست هیدرولیکی پرداخته‌اند. در این بین، مطالعات اندکی روی محیط‌های متخلخل با در نظر گرفتن ساختار متخلخل واقعی سنگ انجام شده است. در واقع، هر یک از تخلخل‌های موجود در

6-Warpinski and Teufel
7-Blanton
8-Notch
9-Fallahzadeh

1-Permeability
2-Geothermal resources
3-Hydraulic fracturing
4-Compressibility
5-Zoback

از طرفی، با فرض ثابت بودن چگالی و برقراری قانون داریسی^۴، معادله بقای جرم سیال به صورت رابطه ۳ نوشته می‌شود:

$$\left(-k_{ij}(p_{,j} + \rho_w u_j - \rho_w b_j)\right)_{,i} + \alpha \varepsilon_{ii} + \frac{P}{Q^*} = 0 \quad (3)$$

که در آن:

ε_{ii} : کرنش حجمی کل.

k_{ij} : تانسور نفوذپذیری.

Q^* : (مدول بایوت یا عکس تراکم‌پذیری ترکیبی فازهای جامد و سیال) که طبق رابطه ۴ تعریف می‌شود [۱۷]:

$$\frac{1}{Q^*} \equiv \frac{n}{K_f} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \quad (4)$$

که در آن:

α : ضریب بایوت یا ضریب تصحیح فشار سیال داخل حفره.

K_s : مدول حجمی اسکلت جامد سیال.

K_f : مدول حجمی سیال.

مجهولات این رابطه عبارتند از فشار سیال (p) و تغییرشکل جامد (u) که با اعمال شرایط مرزی می‌توان حل مساله را کامل کرد [۱۷].

از طرفی، شکست هیدرولیکی در محیط متخلخل، اثر متقابلی بین چهار پدیده مختلف زیر ایجاد می‌کند [۱۸]:

- تغییر شکل محیط متخلخل؛
- جریان سیال داخل تخلخل؛
- جریان سیال منجر به شکست؛
- گسترش شکست.

در فرآیند شکست هیدرولیکی، روابط و معادلات ترکیبی حاکم‌اند که عبارتند از تئوری پُروالاستیسیته بایوت^۵ برای محیط متخلخل، قانون داریسی برای جریان سیال داخل تخلخل، تئوری روانکاری رینولدز^۶ برای جریان سیال منجر به شکست و مدل ناحیه چسبنده^۵ برای بیان ویژگی‌های شکست که در ادامه توضیح داده خواهد شد [۱۸].

۲-۱- تغییر شکل محیط متخلخل

محیط متخلخل را می‌توان به عنوان ماده‌ای همسانگرد و پروالاستیک که تحت تغییر شکل شبه استاتیک^۶ قرار گرفته است، مدل‌سازی کرد. معادله حاکم اجرا شده در نرم‌افزارهای

روش المان محدود توسعه‌یافته^۱ (XFEM) برای شبیه‌سازی رشد ترک در مقیاس میکرو برای محیط‌های متخلخل واقعی (ماسه‌سنگ‌های مختلف) در اثر تزریق سیال استفاده شده است. با وجود مطالعات فراوان در زمینه شکست هیدرولیکی، هنوز درک دقیقی از رشد و مسیر ترک در محیط‌های متخلخل در مقیاس میکرو وجود ندارد. اصلی‌ترین دلیل این امر، عدم توانایی در انجام تست‌های آزمایشگاهی در ابعاد میکرو و تجزیه و تحلیل نتایج است. بنابراین در این پژوهش سعی شده است، معادلات حاکم برای شبیه‌سازی این فرآیند که در محیط آباکوس مورد استفاده قرار می‌گیرد، گردآوری شده و با بررسی‌های میکرومتری با نرم‌افزار آباکوس و با استفاده از روش XFEM، چگونگی رشد ترک‌ها در اثر تزریق سیال در یک ساختار متخلخل، تحلیل و ارزیابی شوند.

۲- معادلات حاکم بر محیط متخلخل

در کل این بخش سعی شده است که روابط حاکم بر محیط متخلخل، با استفاده از دو مرجع [۱۷] و [۱۸] به صورت مختصر گردآوری شده و برخی از قسمت‌های مشابه با هم مقایسه شوند. در محیط‌های متخلخل اشباع، روابط حاکم شامل رابطه بقای اندازه حرکت و رابطه بقای جرم (پیوستگی) سیال است. با چشم‌پوشی از شتاب بخش جامد و سیال و با فرض حرکت سیال همراه با فاز جامد و استفاده از حجم کنترلی با ابعاد dx و dy، رابطه بقای اندازه حرکت به صورت رابطه ۱ در می‌آید [۱۷].

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \quad (1)$$

که در آن:

σ : تنش.

i و j: اعداد صحیح مشخص‌کننده جهت‌ها در دستگاه مختصات کارتزین (بین ۱ تا ۳).

b_i : بردار نیروهای حجمی در واحد جرم.

ρ : چگالی (از رابطه ۲ بدست می‌آید).

$$\rho = n\rho_w + (1-n)\rho_s \quad (2)$$

که در آن:

ρ_w : چگالی آب.

ρ_s : چگالی ذرات جامد.

n: میزان تخلخل (برابر با نسبت حجم حفرات به حجم کل است) [۱۷].

4-Reynold's lubrication theory

5-Cohesive zone model

6-Quasistatic deformation

1-eXtended Finite Element Method (XFEM)

2-Darcy's Law

3-Biot's theory of poroelasticity

آباکوس به طور خودکار تمامی مقادیر تنش و کرنش را به تنش و کرنش موثر ترزاقی تبدیل می‌کند [۱۸].

۲-۲- جریان سیال داخل تخلخل

رابطه پیوستگی برای سیال داخل تخلخل با فرض کرنش‌های حجمی کوچک به صورت رابطه ۱۲ بیان شده است [۱۸] که همان رابطه ۳ در مرجع [۱۷] است:

$$\frac{1}{M} p + \alpha \varepsilon_{kk} + v_{k,k} = 0 \quad (12)$$

که در آن:

v_k : سرعت نفوذ سیال داخل تخلخل.

M : (همان Q^* در رابطه ۴).

α : به ترتیب مدول و ضریب بایوت که به صورت رابطه ۱۳ و ۱۴ تعریف می‌شوند:

$$\frac{1}{M} = \frac{\varphi_o}{K_f} + \frac{\alpha - \varphi_o}{K_s} \quad (13)$$

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1 - \alpha}{K} \quad (14)$$

که در آن:

K_f : مدول حجمی سیال داخل تخلخل.

K_s : مدول حجمی ذرات جامد محیط متخلخل.

φ_o : (یا همان n در رابطه ۴) تخلخل اولیه.

فرض می‌شود که سیال داخل تخلخل، از میان شبکه‌ای از تخلخل‌های به هم پیوسته، با قانون دارسی جریان دارد (رابطه ۱۵) [۱۸]:

$$v_i = -\frac{k}{\mu} p_{,i} = -\frac{\bar{k}}{\gamma} p_{,i} \quad (15)$$

که در آن:

k : نفوذپذیری.

μ : گرانیوی سیال داخل تخلخل.

\bar{k} : هدایت هیدرولیک.

γ : وزن مخصوص سیال داخل تخلخل.

با ترکیب رابطه پیوستگی، رابطه نفوذ سیال داخل تخلخل (رابطه ۱۲)، مطابق رابطه ۱۶ بدست می‌آید:

$$\frac{1}{M} p + \alpha \varepsilon_{kk} = \frac{\bar{k}}{\gamma} p_{,kk} \quad (16)$$

المان محدود (مانند نرم‌افزار آباکوس)، با چشم‌پوشی از نیروهای حجمی مطابق رابطه ۵ خواهد بود [۱۸]:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (5)$$

درحالی‌که با فرض کرنش‌های بسیار کم، روابط ترکیبی پروالاستیک به صورت روابط ۶ تا ۸ بیان می‌شود [۱۸]:

(۶)

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^o = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{kk} - \alpha(p - p_o)\delta_{ij}$$

$$2G = \frac{E}{1 + \nu} \quad (7)$$

$$3K = \frac{E}{1 - 2\nu} \quad (8)$$

که در این روابط:

α : ضریب بایوت.

G : مدول برشی.

K : مدول حجمی.

E : مدول یانگ.

ν : نسبت پواسون (همگی در حالت خشک).

نرم‌افزار آباکوس بر حسب تئوری تنش‌های موثر ترزاقی^۱ (σ') فرمول‌بندی شده است که برای محیط اشباع کامل مطابق رابطه ۹ تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (9)$$

با در نظر گرفتن این تئوری، رابطه ۶ به صورت رابطه ۱۰ تعریف می‌شود [۱۸]:

(۱۰)

$$\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^o = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - (\alpha - 1)(p - p_o)\delta_{ij}$$

که با در نظر گرفتن کرنش موثر به صورت $\varepsilon'_{ij} = \varepsilon - \frac{\alpha - 1}{3K}(p - p_o)\delta_{ij}$ رابطه زیر حاصل خواهد شد:

$$\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^o = 2G\varepsilon'_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon'_{kk}\delta_{ij} \quad (11)$$

رابطه فوق برای مواد با خاصیت الاستیک خطی است و در آن از تنش‌ها و کرنش‌های موثر ترزاقی استفاده شده است.

۲-۳- جریان سیال منجر به شکست

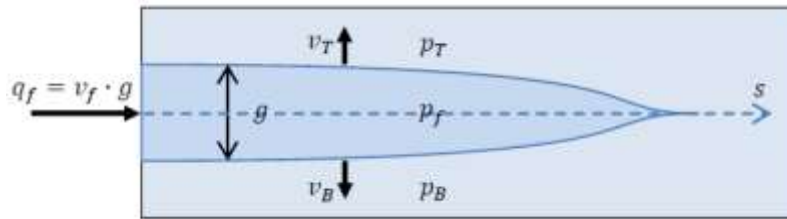
$$q_f = -\frac{g^3}{12\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial s} \quad (18)$$

همان طور که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است، g عرض محدوده شکست (میزان جدایش)، q_f شدت جریان بر واحد عرض جریان سیال منجر به شکست، v_T و v_B سرعت‌های جریان عمودی نشت کرده از سطوح بالایی و پایینی محدوده شکست به محیط متخلخل، μ_f گرانیوی سیال و p_f فشار سیال در امتداد سطح شکست است که در جهت مختصات s بی بعد شده‌اند [۱۸].

جریان طولی سیال در حین شکست تحت تئوری روانکاری رینولدز است و بر اساس رابطه ۱۷، تعریف می‌شود [۱۸]:

$$g + \frac{\partial q_f}{\partial s} + v_T + v_B = 0 \quad (17)$$

همچنین رابطه اندازه حرکت برای جریان تراکم‌پذیر و سیالات نیوتونی به صورت رابطه ۱۸ تعریف می‌شود [۱۸]:



شکل ۱- دهانه، عرض و جریان سیال منجر به شکست [۱۸].

سطوح دارای کشش صفر در جهت عمود بر سطح داخلی، مشخص می‌شود. در نرم‌افزار آباکوس، این فرآیند انتقال (شکست) به صورت یک کاهش فزاینده در استحکام چسبندگی در امتداد فصل مشترک با ضخامت صفر که یا از پیش تعیین شده است (مانند روش المان چسبنده) و یا در حین شبیه‌سازی محاسبه می‌شود (مانند روش XFEM)، مدل خواهد شد. این کاهش تدریجی در استحکام فصل مشترک، با قانون چسبندگی تعریف می‌شود.

نرم‌افزار آباکوس، سرعت‌های عمودی سیال را به صورت رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ محاسبه می‌کند:

$$v_T = c_T (p_f - p_T) \quad (19)$$

$$v_B = c_B (p_f - p_B) \quad (20)$$

که در آن:

p_T و p_B : فشارهای سیال داخل تخلخل بر سطوح بالایی و پایینی محدوده شکست.

c_T و c_B : ضرایب نشت.

شکل ۲، قانون چسبندگی را برای دو حالت المان‌های چسبنده و روش XFEM نشان می‌دهد. در این تصاویر G_c انرژی چسبندگی (مساحت زیر منطقه نرم‌شدگی) و N_0 استحکام چسبندگی است. در روش المان‌های چسبنده (شکل ۲-ب)، لازم است که رفتار قبل از شروع شکست نیز تعریف شود که فرض می‌شود به صورت خطی با سختی اولیه K_0 باشد. در این حالت، بیشینه مقدار استحکام کششی برابر با N_0 و در شروع آسیب است و این مقدار تا صفر کاهش پیدا می‌کند که نشان از آسیب کامل نمونه و جدایشی معادل g_1 دارد. چنانچه قبل از رسیدن به مرحله آسیب کامل، از نمونه باربرداری شود، مقدار انقباض (T) به صورت خطی به سختی K_p کاهش می‌یابد و میزان انقباض موثر برابر با رابطه ۲۲ خواهد بود:

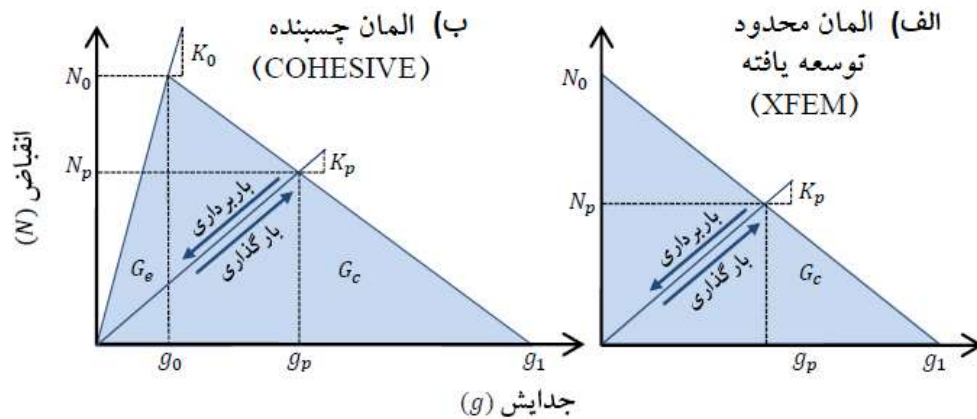
این مدل نشت ساده، یک لایه از نشت را شبیه‌سازی می‌کند که ممکن است انباشته شده و نفوذپذیری عمودی موثر سطوح شکست را کاهش دهد. با جایگذاری روابط ۱۸ تا ۲۰ در رابطه ۱۷، رابطه ۲۱ بدست می‌آید:

$$g + c_T (p_f - p_T) + c_B (p_f - p_B) = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{g^3}{12\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial s} \right) \quad (21)$$

۲-۴- جوانه‌زنی و گسترش شکست

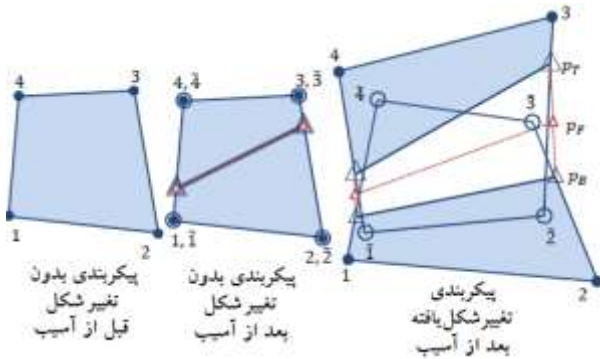
شکستگی را می‌توان یک انتقال بین دو حالت حدی در نظر گرفت، حالت اول حالت بدون آسیب همراه با جابه‌جایی‌های پیوسته و کشش غیر صفر در تمامی جهات است و حالت دوم، حالت آسیب کامل که با وجود جابه‌جایی ناپیوستگی در امتداد

$$T = K_p g \quad 0 \leq g \leq g_p \quad (22)$$



شکل ۲- قانون چسبندگی برای، الف-المان محدود توسعه یافته و ب روش المان چسبنده [۱۸].

تکثیر می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، گره‌های اصلی با دایره توپر و گره‌های فاننوم، با دایره‌های توخالی نشان داده شده‌اند [۱۸].



شکل ۳- چگونگی عمل گره‌های گوشه‌ای و لبه‌ای فاننوم در روش المان محدود توسعه یافته [۱۸].

قبل از شروع آسیب، فقط یک کپی از المان‌ها فعال‌اند. با شروع آسیب، جابه‌جایی و درجات آزادی فشار تخلخل منطبق با گره‌های فاننوم گوشه‌ای فعال می‌شوند و هر دو کپی از المان‌ها اجازه دارد تا به طور مستقل تغییر یافته، فشار تخلخل به طور مستقل نفوذ یابد و رفتار فصل مشترک ایجاد شده را بر اساس قانون چسبندگی جدایش- انقباض ایجاد کند [۱۸]. همچنین برای فعال کردن حل معادله جریان سیال منجر به شکست، المان‌های غنی‌شده، گره‌های فاننومی لبه‌ای جدیدی را ایجاد می‌کنند که فشار سیال را در حین شکست، درونیابی می‌کنند. فشار سیال داخل تخلخل در وجوه بالایی و پایینی شکست (p_T و p_B) به وسیله درجات آزادی در گره‌های واقعی گوشه‌ای (دوایر توپر) و گره‌های فاننوم (دوایر توخالی) درونیابی می‌شوند. تغییرات در فشار سیال منجر به شکست (p_T) که با گره‌های فاننوم لبه‌ای درونیابی می‌شود، نیروی محرکه‌ای است که میزان

پس از آسیب اولیه، شکست با اعمال آبی فشار سیال (p_f) که از رابطه ۲۱ محاسبه می‌شود، تحت تاثیر قرار می‌گیرد، بنابراین میزان انقباض کل را می‌توان از رابطه ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$T = K_p g - p_f \quad 0 \leq g \leq g_p \quad (23)$$

۳- روش المان محدود توسعه یافته در نرم‌افزار آباکوس

در سال‌های اخیر، روش‌های عددی بسیاری در تحلیل مسایل محیط‌های ناپیوسته از جمله گسترش ترک در محیط‌های سنگی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در این میان، روش المان محدود توسعه یافته (XFEM) بیشتر مورد توجه قرار دارد زیرا در این روش، میدان تغییر شکل ناپیوسته به وسیله توابع شکل ویژه مدل می‌شوند تا بتوان تغییر شکل‌ها را تخمین زد. همچنین در این روش، مسیر رشد ترک مستقل از هندسه و مکان قرارگیری ترک، مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به موارد فوق، در این پژوهش، فرآیند رشد ترک در محیط متخلخل تحت فشار اعمالی معادل با فشار هیدرولیک با استفاده از علم مکانیک شکست الاستیک خطی و بر اساس معیار حداکثر تنش اصلی و معیار مستقل از حالت شکست، مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیق، تاثیر وجود تخلخل در نحوه رشد ترک در نمونه‌های متخلخل واقعی (نمونه‌های ماسه‌سنگ) به صورت عددی به روش المان محدود توسعه یافته با نرم‌افزار آباکوس مدلسازی شده و نتایج مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند.

روش المان محدود توسعه یافته در نرم‌افزار آباکوس با استفاده از روش گره فاننوم^۱ انجام می‌پذیرد. در این روش، هر المان تنش- نفوذ فشار غنی شده (به عنوان مثال، المان‌های CPE4P، CAX4P، C3D8P)، به صورت داخلی با گره‌های فاننوم گوشه‌ای

1-Phantom node

یا کرنش‌های معیار نیز به نوبه خود بستگی به جنس ماده دارند. مکانیزم گسیختگی عبارت از معیار جوانه‌زنی آسیب و معیار تکامل آن است. از میان معیارهای متداول ایجاد ترک، در این مطالعه معیار حداکثر تنش اصلی^۴ در راستای ایجاد ترک در المان‌ها و پیش‌بینی مسیر شکست استفاده شده است که بر اساس رابطه ۲۵ بیان می‌شود:

$$f = \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\langle \sigma_{max}^o \rangle} \quad (25)$$

که در آن:

σ_{max}^o : بیشترین تنش اصلی مجاز ماده.

($\langle \rangle$): پرانتز ماکزیمم.

هنگامی که آرگومان این تابع منفی شود، تابع مقدار صفر را برمی‌گرداند و برای مقادیر مثبت آرگومان، تابع برابر با مقدار آرگومانش می‌شود. بنابراین تنش فشاری نمی‌تواند منجر به ایجاد آسیب شود. آسیب هنگامی شروع می‌شود که نسبت تنش‌های اصلی بیشینه به مقدار یک برسد. ترک اضافه شده یا ترک اولیه هنگامی توسعه می‌یابد که پس از یک مرحله تعادل، معیار شکست با توجه به نوسان مدنظر (f_{tol}) در محدوده مشخص شده در رابطه ۲۶ قرار گیرد:

$$1 \leq f \leq 1 + f_{tol} \quad (26)$$

در این معیار، هنگامی که تنش بیشینه اصلی ارضا شد، ترک جدید همیشه متعادل با تنش بیشینه اصلی تعریف می‌شود. در مدلسازی عددی، علاوه بر معرفی معیار ایجاد ترک، معیاری نیز برای رفتار بعد از شکست باید در نظر گرفته شود. این معیار مشخص‌کننده نحوه تکامل آسیب یا نحوه رشد ترک در المان‌هاست. معیارهای متداول عبارت از روش بنزگا-کنان^۵ (که برای شبیه‌سازی رشد آسیب بین لایه‌ای استفاده می‌شود)، روش ریدر^۶، روش توانی^۷ و روش مستقل از حالت شکست^۸ است. معیاری برای انتخاب این مدل‌ها وجود ندارد و تنها با استفاده از تجربه می‌توان بهترین آن‌ها را برگزید. در این مطالعه برای تعریف رفتار بعد از شکست المان‌ها از روش مستقل از حالت شکست استفاده شده است که بر پایه انرژی شکست المان‌ها استوار است و عمومیت بیشتری دارد. این معیار از رابطه ۲۷ تعریف می‌شود:

نشستی سیال در محیط متخلخل را کنترل می‌کند. در نهایت، شکست زمانی به المان روبه‌روی نوک شکستگی گسترش می‌یابد که میزان ماکزیمم تنش اصلی موثر برابر با استحکام چسبندگی (N_0) شود [۱۸].

برای معرفی هندسی ترک به مدل، از روش تعیین سطح^۱ استفاده می‌شود. در روش تعیین سطح، کل سطح (Ω) به وسیله ناپیوستگی به دو قسمت Ω^+ و Ω^- تقسیم می‌شود که بر این اساس، تابع تعیین سطح منفی یا مثبت خواهد شد. سپس تابع تعیین سطح در مختصات گره‌ها محاسبه شده و در تابع شکل المان‌های مربوطه ضرب می‌شود. در واقع این روش کمک می‌کند تا گره‌هایی که باید غنی‌سازی شوند، مشخص شود. زمانی که ترک دارای هندسه پیچیده‌ای است، این روش فرآیند مدل‌سازی را بسیار تسهیل می‌کند.

نمایی از روش XFEM با استفاده از المان چهارگره‌ای در شکل ۴ نشان داده شده است. مطابق شکل، زمانی که شکست هیدرولیکی با گسستگی طبیعی درون یک المان برخورد می‌کند، تابع غنی شده شکست هیدرولیکی هویساید^۲ ناپیوستگی در میدان جابه‌جایی را فراهم می‌سازد و سطح تماس شکست هیدرولیکی با تابع غنی شده جایگزین می‌شود. تابع هویساید وابسته به ناپیوستگی ناشی از شکست هیدرولیکی به صورت رابطه ۲۴ تعریف می‌شود:

$$H_{\Gamma HF} = \text{sign}(\phi_{\Gamma HF}(x)) \quad (24)$$

۳-۱- معیارهای آسیب و ایجاد ترک در المان‌ها

در این مطالعه، با استفاده از علم مکانیک شکست الاستیک خطی، فرآیند رشد ترک در محیط متخلخل در اثر فشار تزریق سیال؛ به کمک المان‌های کوپل شده چسبنده^۳ و المان‌های محدود توسعه‌یافته در نرم‌افزار آباکوس با هدف شبیه‌سازی اثر هم‌زمان سنگ و سیال و بررسی چگونگی رشد ترک در محیط‌های متخلخل واقعی سنگی مدلسازی شده است. هنگامی که یک المان تحت تاثیر تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از بارگذاری قرار می‌گیرد، برای تعیین آن‌که آیا ترک در این المان ایجاد می‌شود یا خیر، نیاز به تعریف یک معیار اولیه است. معیار رشد ترک به طور عمده به صورت نسبتی از تنش‌ها یا کرنش‌های ایجاد شده در المان به تنش‌ها یا کرنش‌های معیار است. تنش‌ها

5-Benzeggagh-Kenane (BK)

6-Reader

7-Power Law

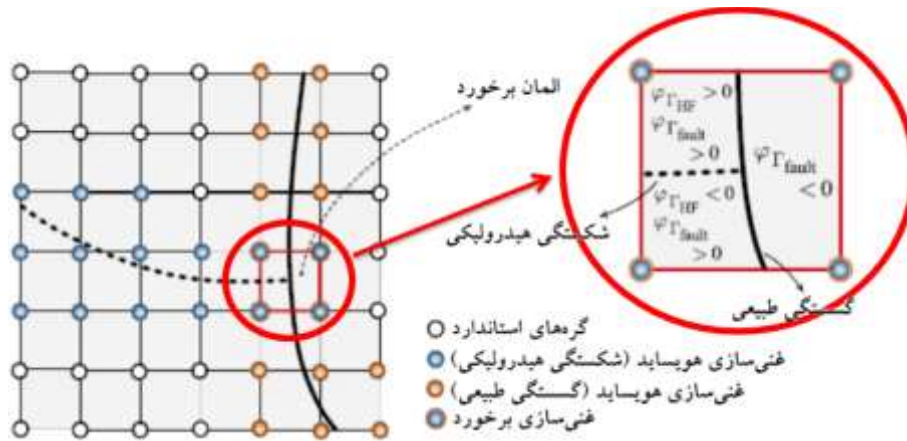
8-Mode-Independent

1-Level Set Method (LSM)

2-Hydro-Fracture Heaviside (HFHF)

3-Coupled cohesive elements

4-Maximum Principle Stress



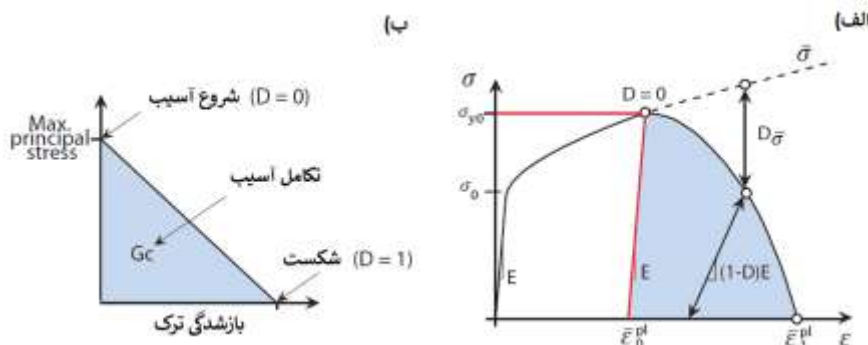
شکل ۴- مکانیزم غنی سازی برای شکستگی هیدرولیکی [۱۹].

است که چون از روش XFEM استفاده می شود و نوک ترک می تواند درون المان قرار گیرد، از این رو اگر اطلاعات اضافی دیگری تعریف نشود، رفتار المان پس از رسیدن به تنش نهایی مطابق خط چین در شکل ۵-الف ادامه می یابد. پس از رسیدن تنش به حد نهایی و تا قبل از شکست کامل، مقداری انرژی به وسیله ماده جذب می شود که این انرژی همان سطح زیر نمودار تنش- کرنش پس از حد استحکام ماده است (محدوده رنگی در شکل ۵). این محدوده از رفتار ماده، محدوده آسیب نام دارد (شکل ۵-ب) که در ابتدای آن $D=0$ است و در انتها وقتی که آسیب کامل شد، مقدار D برابر با ۱ است. بنابراین انرژی یاد شده (مساحت زیر نمودار تنش- کرنش)، مقدار بحرانی انرژی شکست (G_c) است که برای تکمیل فرآیند شکست و رشد و گسترش ترک است.

$$f = \left(\frac{G_{equivalent}}{G_C} \right) \geq 1 \quad (27)$$

در این رابطه f ، نسبت انرژی معادل المان ($G_{equivalent}$) به انرژی شکست بحرانی المان (G_C) را نشان می دهد و اگر مقدار f بزرگتر از یک باشد، گسیختگی در نوک ترک رخ خواهد داد.

با توجه به این که در این تحقیق، رشد و گسترش ترک مدلسازی می شود، بنابراین علاوه بر چگالی، ضریب پواسون و مدول یانگ، اطلاعات مربوط به شکست، آسیب و از بین رفتن ماده نیز باید تعریف شود. با استفاده از معیار حداکثر تنش اصلی، مقدار K_{IC} ، آغاز شکست در نمونه فرض شده است و همان طور که در شکل ۵-الف دیده می شود، این مقدار در نقطه $D=0$ مشخص شده است که تنش معادل آن δ_{y0} است. نکته مهم آن



شکل ۵- الف- منحنی تنش- کرنش و ب- منطقه آسیب و مقدار بحرانی انرژی شکست (G_c).

محیط مورد مطالعه با یک محیط الاستیک احاطه شده است، نمی توان شرایط مرزی را به طور کامل مقید در نظر گرفت. بهترین راهکار در چنین مسایلی استفاده از شرط مرزی تکیه گاه الاستیک^۱ است. محققان بسیاری در مطالعات خود شرط مرزی

۳-۲- شرایط مرزی

چنانچه هدف از مطالعه شکست هیدرولیکی، بررسی این فرآیند در مخازن نفتی در اعماق زمین باشد، هنگامی که مخزن در عمق زمین تحت فشار هیدرولیکی قرار می گیرد، از آنجا که

1-Elastic boundary condition

مدلسازی‌های عددی اجتناب‌ناپذیر است. با این وجود، یک سوال مهم آن است که این روش‌ها برای مدلسازی رشد ترک در محیط متخلخل تا چه اندازه نسبت به مدل‌های واقعی صحت دارند. رضانژاد و همکاران [۲۱] با در نظر گرفتن نمونه‌های گرانیتهی به عنوان پس‌زمینه همگن سنگ و ایجاد حفرات و ترک‌های مصنوعی به عنوان فضای متخلخل، نشان دادند که روش XFEM با در نظر گرفتن تمهیداتی می‌تواند به عنوان یک روش مطمئن برای مدلسازی شکست ناشی از کشش استفاده شود. در پژوهش حاضر نیز، صحت عملکرد XFEM، با پیاده‌سازی مدل ارایه شده توسط محمدنژاد و خویی [۵] در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی شده است و نتایج مدل با نتایج حل تحلیلی به روش KGD موجود در آن پژوهش مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در روش تحلیلی کرنش صفحه‌ای KGD، فرض بر آن است که محیط نفوذناپذیر ($k=6 \times 10^{-15} \text{ m}^2$) و سیال شکست تراکم‌ناپذیر باشد. روش KGD با روابط ۲۹ تا ۳۱ بیان می‌شود:

$$CMOD = 1.87 \left(\frac{\mu(1-\nu)Q^3}{G} \right)^{1/6} t^{1/3} \quad (29)$$

$$L = 0.68 \left(\frac{GQ^3}{\mu(1-\nu)} \right)^{1/6} t^{2/3} \quad (30)$$

$$CMP = 1.135 \left(\frac{G^3 Q \mu}{(1-\nu)^3 L^2} \right)^{1/4} + S \quad (31)$$

که در این روابط:

L : طول ترک.

CMOD: بازشدگی دهانه ترک.

Q : نرخ تزریق بر واحد ارتفاع شکست هیدرولیکی.

μ : گرانیتهی دینامیکی سیال.

ν : ضریب پواسون.

G : مدول برشی.

t : زمان.

CMP: فشار دهانه سیال.

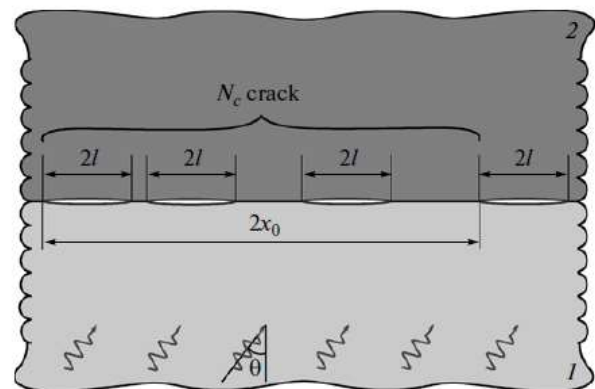
S : تنش برجای عمود بر مسیر گسترش ترک [۵].

محمدنژاد و خویی در تحقیقات خود یک مدل المان محدود توسعه یافته برای بررسی رشد ترک در فرآیند شکست هیدرولیکی در محیط متخلخل تغییر شکل پذیر با مدل ترک چسبنده ایجاد کرده و عواملی مانند نفوذپذیری محیط، سرعت تزریق سیال و گرانیتهی سیال را مورد بررسی قرار داده‌اند. همچنین فرمولاسیونی کاملاً کوپل شده بر اساس رابطه تعادل مومنوم خطی و معادله تداوم جریان ایجاد کردند که محاسبات

تکیه‌گاه الاستیک را مورد مطالعه قرار داده‌اند. از آن جمله گلوب [۲۰] برای مدل کردن گسترش موج در یک محیط مرکب، مطابق با شکل ۶ شرایط مرزی را به صورت الاستیک در نظر گرفت. وی میزان سختی تکیه‌گاه الاستیک را به صورت تابعی از توزیع هندسی ترک‌ها و ثابت‌های الاستیک لیم با رابطه ۲۸ محاسبه کرد:

$$k = \frac{8x_0}{\pi \cdot N_c \cdot l^2 \cdot \beta_1} \quad (28)$$

در این رابطه x_0 ، N_c و l پارامترهای مربوط به توزیع هندسی ترک‌اند که در شکل ۵ نشان داده شده است. همچنین β_1 عدد ثابتی است که با توجه به ثابت‌های الاستیک لیم محاسبه می‌شود [۲۰].



شکل ۶- یک نمونه شرط مرزی الاستیک [۲۰].

در نرم‌افزار آباکوس امکان استفاده از شرایط مرزی الاستیک با استفاده از المان‌های فنر و تعدیل‌کننده برای کاربر فراهم شده است. در این مطالعه، به جای اعمال تنش‌های برجای ناشی از عمق قرارگیری محیط سنگی، از المان‌های فنر از نوع «اتصال نقاط به زمین»، در اطراف مدل و به صورت عمود بر مرزهای آن به عنوان تکیه‌گاه الاستیک استفاده شده است. با انجام آزمون و خطای متعدد و مقایسه نتایج مدل عددی با نتایج حل تحلیلی، المان‌های فنر در نظر گرفته شده است. $k=100 \text{ N/mm}$ به عنوان مناسب‌ترین مقدار برای سختی المان‌های فنر در نظر گرفته شده است.

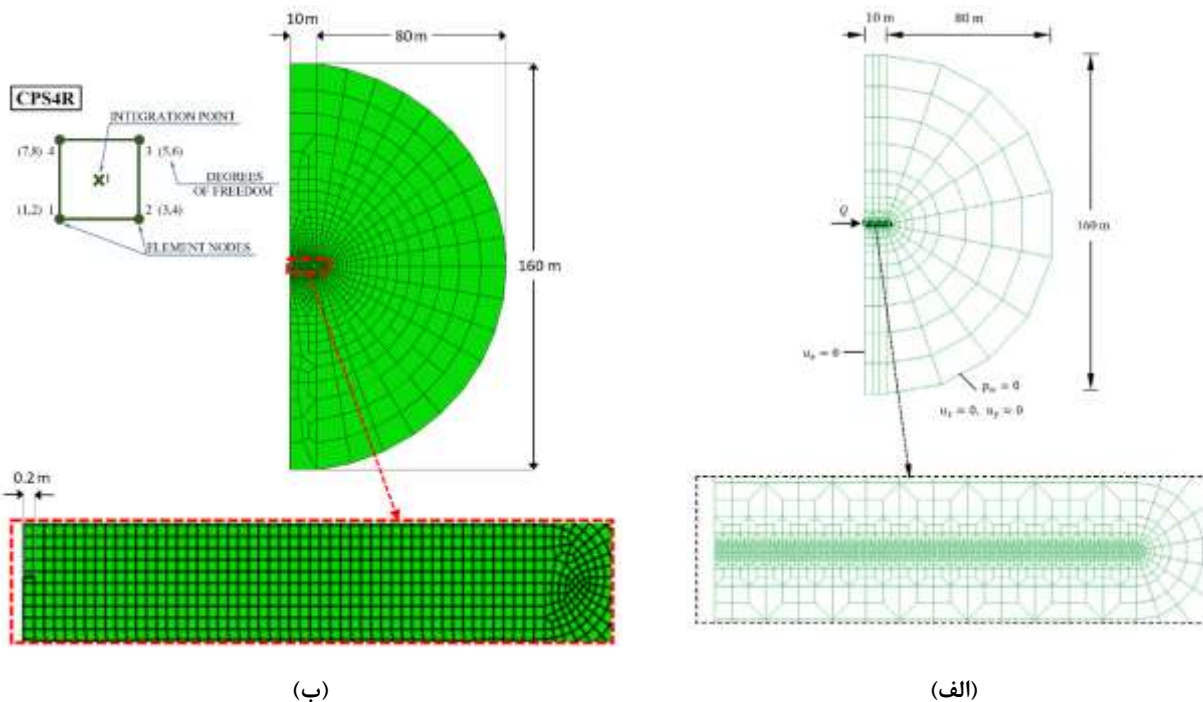
۳-۳- صحت‌سنجی نتایج نرم‌افزار آباکوس

همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره شد، مطالعه آزمایشگاهی شکست در مقیاس تخلخل حتی با وجود تکنولوژی‌های پیشرفته محدودیت‌های زیادی دارد و در بهترین حالت به تست کشش در نمونه‌های پیش‌ساخته محدود می‌شود. بنابراین استفاده از

مطابق با مدل محمدنژاد و خوبی [۵] نشان داده شده است. در شکل ۷-ب مدل المان محدود تهیه شده در نرم‌افزار آباکوس نشان داده شده است. در این جا برای مش‌بندی مدل، از المان‌های تنش صفحه‌ای چهار گره‌ای که در نرم‌افزار آباکوس با نماد اختصاری CPS4R معرفی شده‌اند، استفاده شده است. سایز مش‌ها به اندازه کافی ریز است تا توزیع کشش و فشار ناشی از سیال به درستی نشان داده شود و مدل ساخته شده مستقل از مش‌بندی باشد و همگرایی راه حل را تضمین کند در حالی که مش‌بندی در نواحی دورتر برای کم کردن تعداد کلی المان‌ها می‌تواند درشت‌تر باشد.

مربوط به تغییر شکل اسکلت جامد و همچنین جریان سیال در محیط متخلخل در امتداد شکستگی و از دو طرف آن به سمت تخلخل اطراف را انجام می‌دهد. آن‌ها نتیجه‌گیری گرفتند که بسته به سرعت حرکت نوک شکستگی و سرعت حرکت سیال داخل آن، که به ویژگی‌های محیط متخلخل و ویژگی‌های سیال و همچنین سرعت تزریق سیال وابسته است، ممکن است سیال لزوماً به نوک شکستگی نرسد. بنابراین ممکن است سیال پیش از نوک شکستگی تجمع کند [۵].

در شکل ۷-الف هندسه مدل، مش‌بندی و شرایط مرزی



شکل ۷- هندسه و مش‌بندی؛ الف- مدل محمدنژاد و خوبی [۵] و ب- مدل المان محدود توسعه یافته نرم‌افزار آباکوس.

کامل در مدل عددی منظور شده است.

در این مطالعه نیز مشابه مرجع [۵]، بیشترین تنش اصلی مجاز ماده برابر با $\sigma_{max} = 0.45 \text{ Mpa}$ و انرژی شکست بحرانی المان‌ها برابر با $G_c = 143 \text{ N/m}$ منظور شده است.

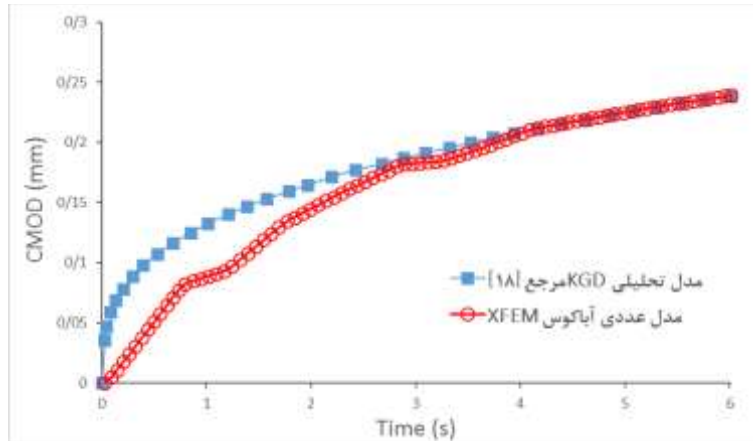
مدلسازی شکست هیدرولیکی با گسترش ترک در اثر فشار حاصل از تزریق سیال نیوتنی تراکم ناپذیر با شدت جریان تزریق ثابت و برابر با $Q_f = 0.0001 \text{ m}^3/\text{s}$ انجام می‌گیرد. ویژگی‌های مصالح مورد استفاده در مقاله مرجع [۵] در جدول ۱ نشان داده شده است. برای سنجش دقیق اعتبار مدل و اطمینان کامل به نتایج آن، ویژگی‌های مصالح و هندسه مدل مرجع مورد مقایسه به طور

جدول ۱- ویژگی‌های مصالح مورد استفاده در مقاله مرجع [۵] و مدل عددی.

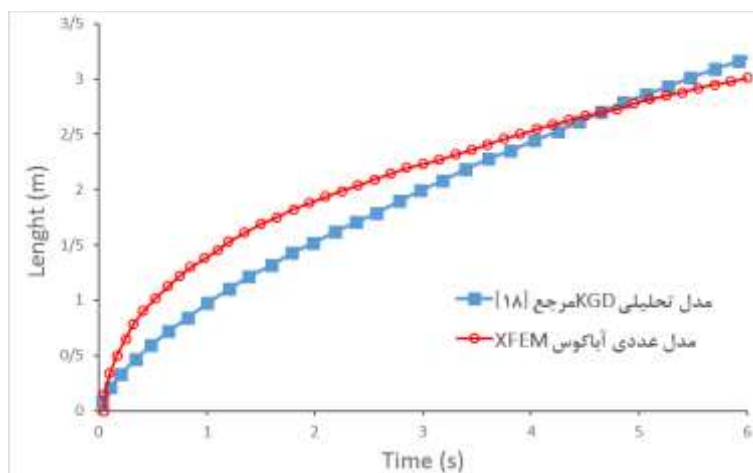
مدول یانگ E (GPa)	نسبت پواسون (ν)	ثابت بیو (α)	تخلخل اولیه (n)	دانسیتته فاز جامد ρ_s (Kg/m ³)	دانسیتته سیال ρ_f (Kg/m ³)	مدول بالک فاز جامد σ_s (GPa)	مدول مدول بالک سیال K_f (GPa)	نفوذپذیری ذاتی k (m ²)	ویسکوزیته دینامیکی سیال μ_f (Pa s)
۱۵/۹۶	۰/۲	۰/۷۹	۰/۱۹	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۳۶	۳	۲×10^{-۳}	۱×10^{-۳}

دهانه ترک حدود ۰/۲۳ میلی متر است.

در شکل ۹، نمودار رشد طولی ترک حاصل از نتایج مقاله مرجع و نرم افزار آباکوس با یکدیگر مقایسه شده است. در این مورد نیز نتایج نهایی مدل عددی، همخوانی مناسبی با نتایج نهایی حل تحلیلی مرجع دارد.



شکل ۸- مقایسه نمودار باز شدگی دهانه ترک بر حسب زمان حاصل از نتایج حل تحلیلی مرجع [۵] و حل عددی نرم افزار آباکوس.



شکل ۹- مقایسه نمودار رشد طولی ترک بر حسب زمان حاصل از نتایج حل تحلیلی مرجع [۵] و حل عددی نرم افزار آباکوس.

همان طور که مشاهده می شود، برای پارامتر اندازه دهانه ترک حدود ۰/۰۴ درصد و برای پارامتر طول ترک حدود ۴/۸۷ درصد اختلاف با مقاله مرجع وجود دارد. این اختلاف می تواند ناشی از تغییر در مقیاس زمان حل مساله و یا اختلاف در روش مش بندی دو مدل باشد.

محور افقی در این نمودارها محور زمان است. همان طور که در اینجا مشاهده می شود، طول زمان تحلیل در مقاله مرجع ۶ ثانیه است اما به دلیل عدم امکان دستیابی به همگرایی حل در روش XFEM، به ناچار سرعت بارگذاری کاهش و در نتیجه زمان تحلیل به حدود ۱۵۰ ثانیه افزایش یافته است.

در جدول ۲ به طور خلاصه نتایج حاصل از مدل عددی نرم افزار آباکوس با نتایج حل تحلیلی ارائه شده به روش KGD در مرجع [۵] مقایسه شده و درصد خطا به دست آمده است.

1-Crack Mouth Opening Displacement (CMOD)

جدول ۲- مقایسه نتایج نرم‌افزار با نتایج مقاله مرجع [۵] و درصد خطا.

پارامتر اندازه‌گیری شده	نتایج نرم‌افزار آباکوس	نتایج مقاله مرجع [۵]	میزان خطا (درصد)
حداکثر اندازه دهانه ترک (متر)	۰٫۲۳۹	۰٫۲۳۸	۰٫۴
حداکثر طول ترک (متر)	۳٫۰۱۱	۳٫۱۶۵	۴٫۸۷

۴- بررسی رشد ترک در نمونه واقعی سنگ

در این بخش برای بررسی رشد ترک در نمونه واقعی سنگ، سه نوع ماسه‌سنگ بنتایمر^۱، برآ^۲ و کلشچ^۳ مورد ارزیابی قرار گرفته است. تصویر میکرو سی‌تی-اسکن این نمونه‌ها به صورت قطعه‌بندی شده^۴ بین دو فاز تخلخل و دانه در شکل ۱۰ نشان داده شده است. برای پیدا کردن جزییات در این زمینه می‌توان به مراجع [۲۲] و [۲۳] مراجعه کرد.

مخازن هیدروکربنی از جنس ماسه‌سنگ فشرده^۵ از جمله مخازنی‌اند که در آن‌ها از روش شکست هیدرولیکی برای ازدیاد برداشت هیدروکربن انجام می‌گیرد. حال آن که نمونه‌های استفاده شده در شکل ۱۰ ماسه‌سنگ‌های متخلخل و تراوا است. با وجود آن که هدف از این مطالعه صرف نظر از نوع نمونه چگونگی رشد ترک است اما به جهت آن که این نمونه‌ها نیز به نمونه‌های واقعی نزدیک‌تر شوند، فرض می‌شود که این نمونه‌ها تحت فشار شدیدتری قرار می‌گیرند. در چنین حالتی، دانه‌های سنگ به هم نزدیک‌تر شده، در هم فرو می‌روند و فضاها متخلخل کوچک‌تر می‌شود (شکل ۱۱).

برای مشابه‌سازی این فرآیند در این تصاویر، در دو مرحله با اتساع^۶ دانه‌ها و فیلتر میانه^۷ در نرم‌افزار متلب^۸ فشرده‌سازی شده و بدین ترتیب منافذ موجود در تصویر، فشرده، کوچک‌تر و در بعضی موارد حذف شده‌اند. به تعبیر دیگر می‌توان گفت در هر مرحله پردازش، وضوح تصویر نسبت به مرحله قبل کاهش یافته است و دقت نمایش ریزساختارها پایین می‌آید. با این کار، تصاویر نمونه‌ها ساده‌سازی شده و از پیچیدگی مدلسازی نیز کاسته می‌شود. این مراحل پردازشی موجب تولید تصاویر در مقیاس خاکستری می‌شود. از این رو، ابتدا به تصاویر باینری (تصاویر سیاه

یا سفید) تبدیل شده و پس از آن، نسبت مساحت رنگ سفید (تخلخل) به مساحت کل تصویر در هر کدام محاسبه شده است که معادل با درصد تخلخل موجود در سنگ است. در جدول ۳ تصاویر باینری ایجاد شده نشان داده شده و زیر هر تصویر درصد تخلخل آن ارائه شده است.

در مرحله بعد، تصاویر به کمک نرم‌افزار کتیا^۹ به اسکچ دو بعدی^{۱۰} تبدیل شده و سپس در نرم‌افزار آباکوس فراخوانی شده است. با توجه به پیچیدگی شکل هندسی و تعدد تخلخل‌های موجود در این تصاویر، یکی از دشوارترین مراحل انجام این مطالعه، پارتیشن‌بندی، مش‌بندی و غنی‌سازی بخش‌های مختلف نمونه برای بررسی نحوه رشد ترک در این نمونه‌ها بوده است. در تخلخل‌های موجود، هر جایی که دو پاره‌خط با هر زاویه‌ای به هم می‌رسند، باید یک گره ایجاد شود. بنابراین باید در ناحیه بین راس‌های زوایای یک تخلخل یک پارتیشن ایجاد شود. شکل ۱۲ نمونه‌ای از موقعیت ترک اولیه و پارتیشن‌بندی انجام شده روی مدل نمونه‌های ماسه‌سنگ را نشان می‌دهد. محل تزیق سیال، نیم دایره توخالی سمت راست شکل ۱۲ است و المان‌های فنر از نوع «اتصال نقاط به زمین»، در اطراف مدل و به صورت عمود بر مرزهای آن به عنوان تکیه‌گاه الاستیک قرار گرفته‌اند.

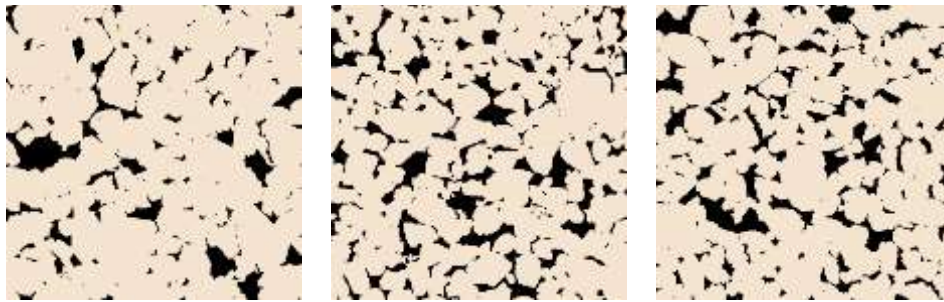
به دلیل اندازه و شکل‌های مختلف تخلخل‌ها، باید از مش‌بندی با اندازه‌های مختلف استفاده شود. در شکل ۱۳ مش‌بندی مدل المان محدود و تعداد المان‌ها و گره‌ها برای هر یک از نمونه‌های ماسه‌سنگ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ قابل مشاهده است، بر روی هر یک از مدل‌های موجود پارتیشن‌بندی و مش‌بندی پیچیده و زمان‌بری انجام شده است که در نتیجه آن، اجرای مدل‌ها را نیز بسیار پیچیده و طولانی می‌کند اما در ازای آن، دقت و صحت نتایج حاصل به مقدار چشم‌گیری افزایش می‌یابد. پس از مش‌بندی مدل باید مناطق رشد و ایجاد ترک در پارتیشن‌های موجود، به درستی پیش‌بینی شده و نواحی مختلف مدل، غنی‌سازی شود.

خواص سیال مورد استفاده در مدلسازی نمونه‌های ماسه‌سنگ کاملاً مشابه با خواص سیال مدل صحت‌سنجی بوده است. سختی المان‌های فنر تکیه‌گاه الاستیک برابر با $k=100$ N/mm و سیال تزیقی، نیوتنی تراکم ناپذیر با شدت جریان تزیق ثابت و برابر با $Q_f=0.0001 \text{ m}^3/\text{s}$ در نظر گرفته شده است.

6-Dilation
7-Median filter
8-Matlab
9-CATIA
10-2D sketch

1-Benthaimer
2-Berea
3-Clashach
4-Segmented
5-Tight sandstone

از آنجا که ماسه سنگ های مورد مطالعه از لحاظ ساختاری بسیار مشابه یکدیگر می باشند، بنابراین خواص مکانیکی ماسه سنگ مشابه آن ها از مرجع [۲۴] استخراج و در مدلسازی مورد استفاده قرار گرفته و در جدول ۴ نشان داده است.

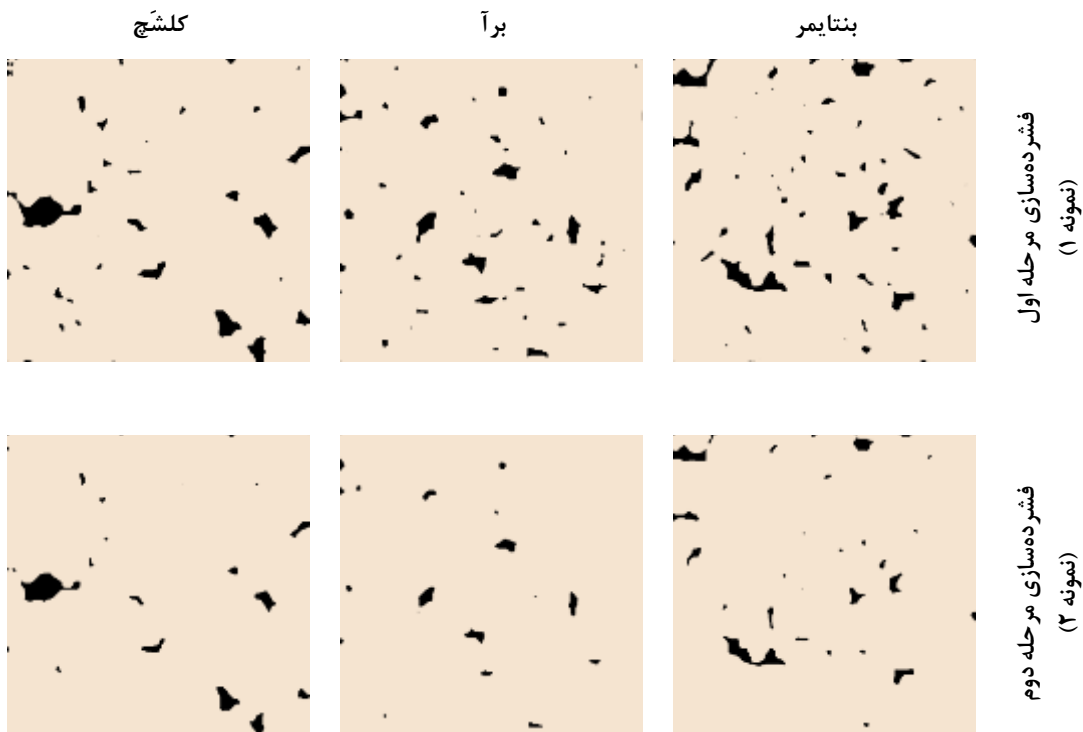


کلسج

برآ

بنتایمر

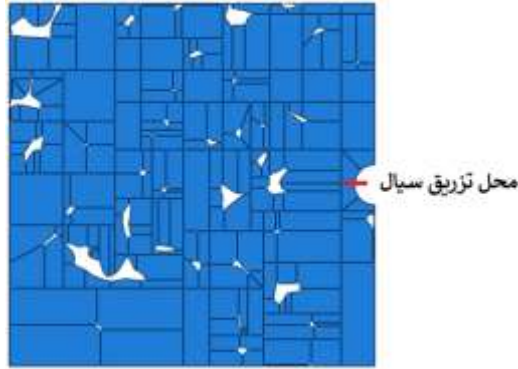
شکل ۱۰- تصاویر میکروسی تی- اسکن نمونه های ماسه سنگی (استخراج شده از مراجع [۲۲] و [۲۳]).



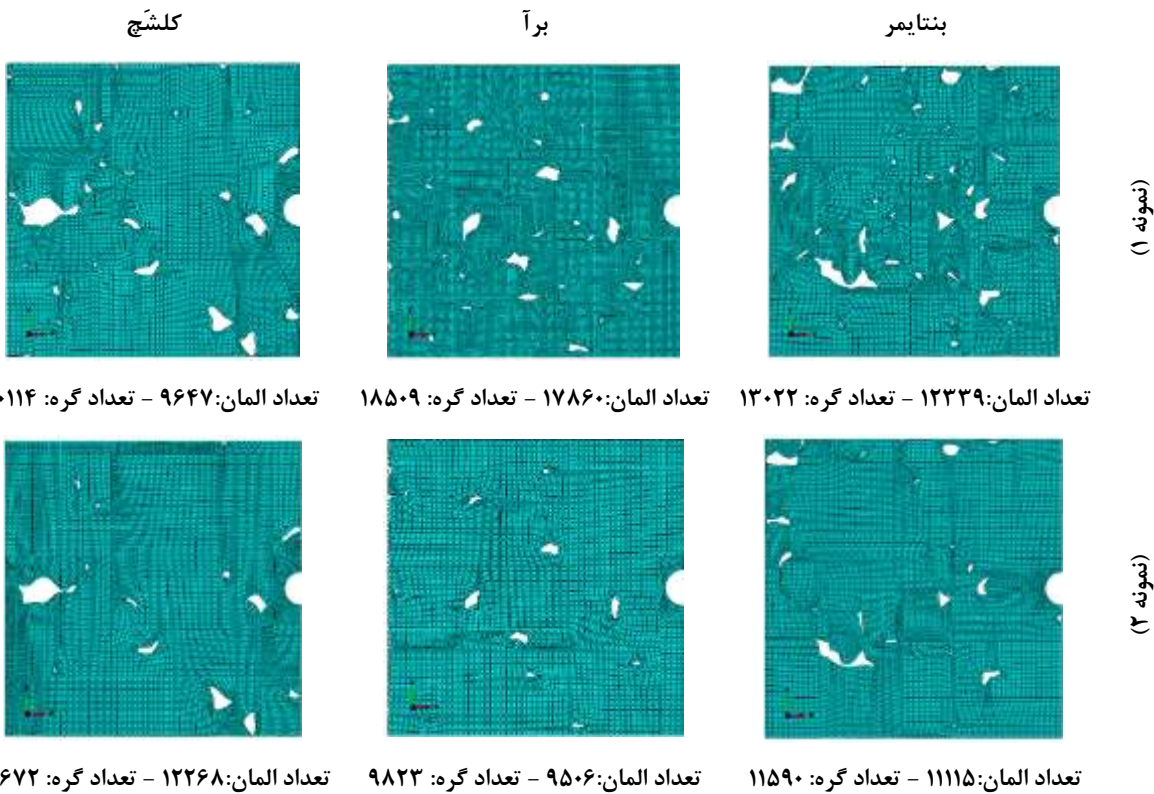
شکل ۱۱- دو مرحله فشرده سازی تصاویر نمونه های ماسه سنگی.

جدول ۳- تصاویر باینری و درصد تخلخل آن ها در نمونه های ماسه سنگ.

کلسج		برآ		بنتایمر		تصاویر باینری و تخلخل آن ها
(۲)	(۱)	(۲)	(۱)	(۲)	(۱)	
۲,۳۶۵	۳,۷۲۵	۱,۰۷۵	۲,۶۷۲	۲,۲۹۳	۴,۱۹۲	



شکل ۱۲- نمونه‌ای از موقعیت ترک اولیه (خط قرمز) و پارتیشن‌بندی مدل المان محدود نمونه‌های ماسه‌سنگ.



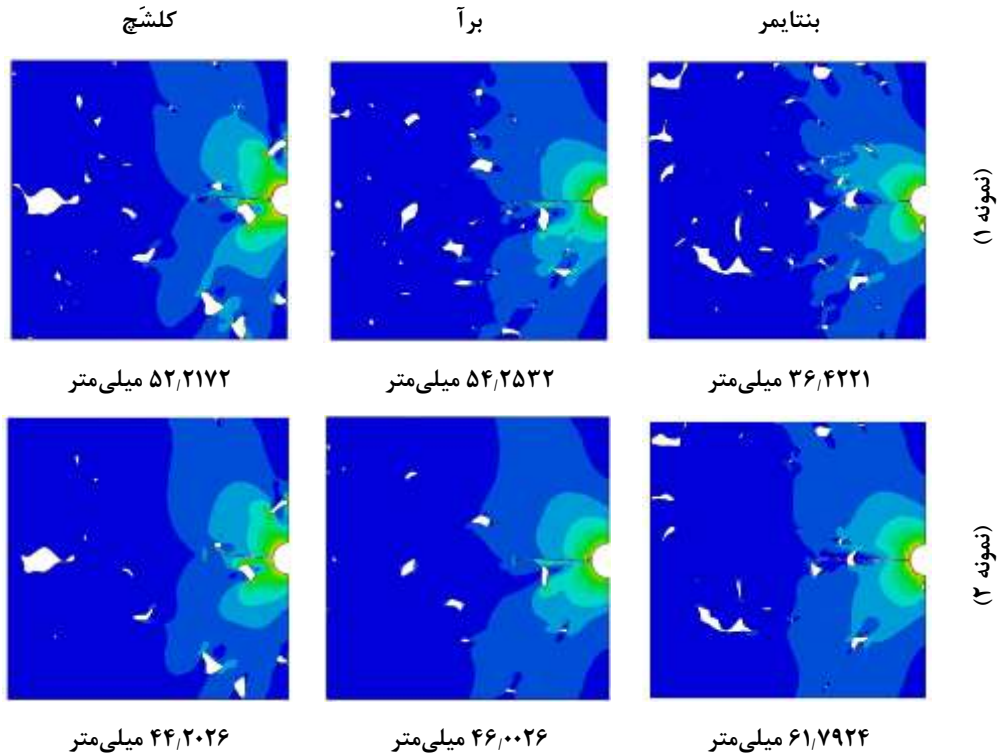
شکل ۱۳- مش‌بندی و مشخصات مدل المان محدود نمونه‌های ماسه‌سنگ.

جدول ۴- خواص مکانیکی ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه [۲۴].

ضریب پواسون	مدول یانگ GPa	چگالی kg/m ³	انرژی شکست N/m	حداکثر شدت تنش اصلی مجاز MPa
۰٫۱۳	۳۹٫۶	۲۳۰۰	۱۹۵٫۶	۱

از این‌جا به بررسی نحوه رشد یک ترک اولیه تحت اثر شدت جریان تزریق ثابت در هر یک از نمونه‌ها پرداخته شده است. از معیار حداکثر تنش اصلی به عنوان معیار ایجاد ترک در المان‌ها و برای تعریف رفتار بعد از شکست المان‌ها نیز از روش مستقل

در این‌جا به بررسی نحوه رشد یک ترک اولیه تحت اثر شدت جریان تزریق ثابت در هر یک از نمونه‌ها پرداخته شده است. از معیار حداکثر تنش اصلی به عنوان معیار ایجاد ترک در المان‌ها و برای تعریف رفتار بعد از شکست المان‌ها نیز از روش مستقل

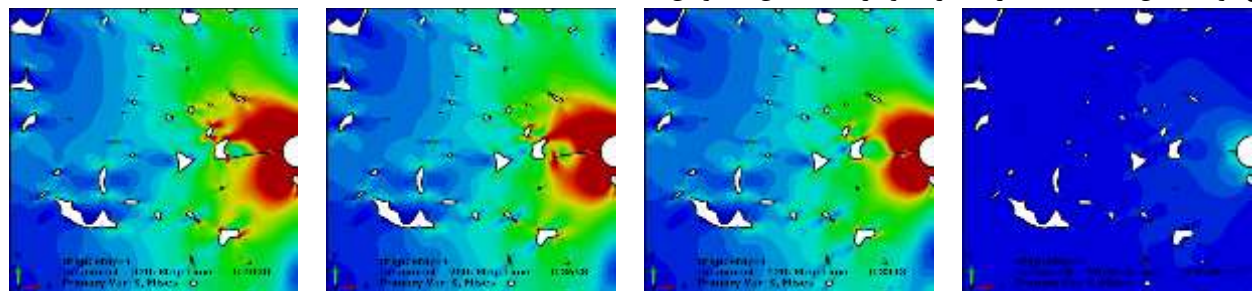


شکل ۱۴- نحوه رشد ترک در نمونه‌های ماسه‌سنگ (عدد زیر هر تصویر، مقدار طول ترک در هر نمونه را نشان می‌دهد).

تخلخل، تمرکز تنش در گوشه‌های تخلخل بالا رفته و مسیر رشد ترک نیز به سمت آن منحرف می‌شود (شکل ۱۵-ب). در ادامه، تمرکز تنش در گوشه تخلخل شدت گرفته و در نتیجه انحراف ترک نیز ادامه می‌یابد (شکل ۱۵-پ) تا اینکه ترک به تخلخل رسیده و با آن برخورد می‌کند (شکل ۱۵-د). در این نمونه، فشار اعمالی برای ایجاد ترک جدید در سمت دیگر تخلخل و عبور ترک از آن کافی نبوده و حل پایان می‌یابد که این امر می‌تواند ناشی از وجود دو تخلخل دیگر در نزدیکی آن و تغییر میدان تنش در نقطه ایجاد ترک باشد. در نمونه ۲ ماسه‌سنگ بنتایمر، روند رشد ترک به همین ترتیب است با این تفاوت که در این نمونه، پس از رسیدن ترک به تخلخل، در سمت مقابل آن ترک جدیدی ایجاد شده و مقداری رشد می‌کند. دلیل این امر می‌تواند کوچک‌تر شدن و حتی حذف تخلخل‌های مجاور باشد.

همان‌طور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود، ترک در دو نمونه مربوط به ماسه‌سنگ بنتایمر به تخلخل رسیده و با آن برخورد کرده است. در نمونه ۱، ترک از تخلخل عبور نکرده اما در نمونه ۲، ترک از تخلخل عبور کرده و پس از آن نیز مقداری رشد کرده است. از سوی دیگر، در هیچ کدام از چهار نمونه ماسه‌سنگ‌های برآ و کلتشج، ترک به هیچ تخلخلی برخورد نکرده و از کنار آن‌ها عبور کرده است. در ادامه به بررسی علت برخورد یا عدم برخورد ترک به تخلخل‌های موجود در مدل پرداخته می‌شود.

در شکل ۱۵ مراحل گسترش ترک در نمونه ۱ از ماسه‌سنگ بنتایمر در گام‌های زمانی مختلف در قالب کانتور تنش نشان داده شده است. مطابق کانتورهای تنش، بلافاصله پس از شروع رشد ترک، میدان تنش به سمت گوشه‌های نزدیک‌ترین تخلخل کشیده می‌شود (شکل ۱۵-الف). با رشد ترک و نزدیک شدن به اولین



ت- فریم ۳۲۰

پ- فریم ۲۶۰

ب- فریم ۱۲۰

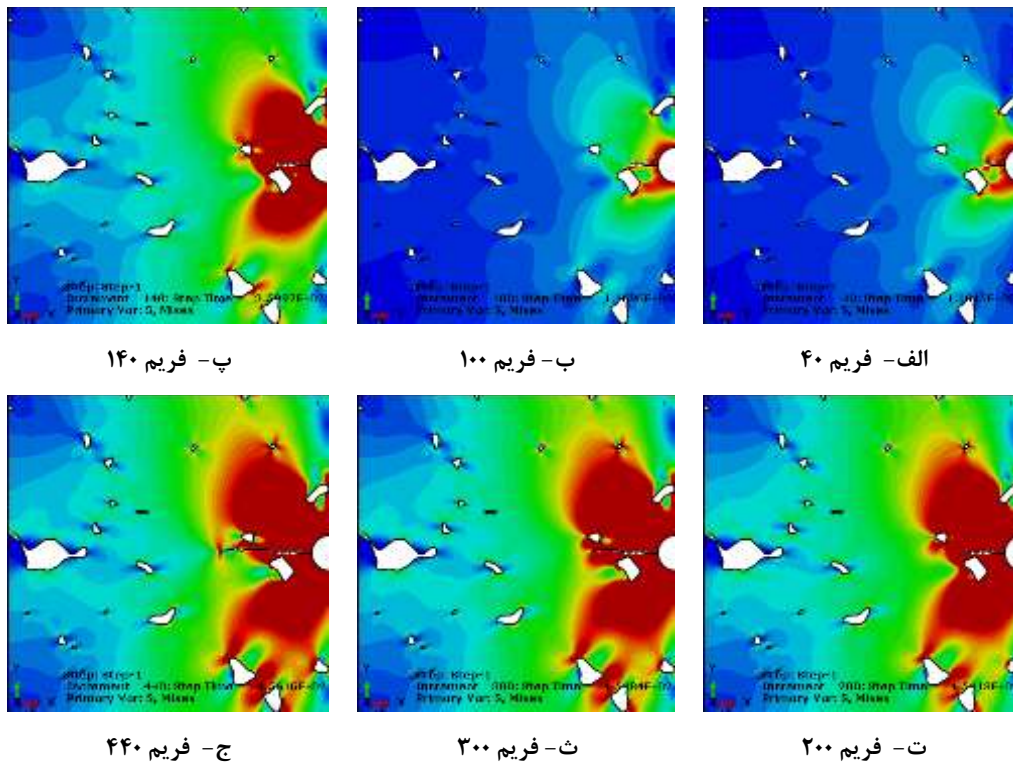
الف- فریم ۲۰

شکل ۱۵- کانتورهای تنش مراحل گسترش ترک در نمونه ۱ از ماسه‌سنگ بنتایمر.

منحرف کند و به سمت تخلخل جذب نماید. پایین بودن تمرکز تنش، خود می‌تواند ناشی از ابعاد و شکل تخلخل به ویژه میزان گردی گوشه‌های آن نیز باشد. همچنین میدان تنش به شدت متأثر از آرایش تخلخل‌های موجود است که در هر نمونه این آرایش و در نتیجه میدان تنش حاصله متفاوت است.

شکل ۱۶-ت نشان می‌دهد که بلافاصله پس از عبور ترک از کنار تخلخل اول، تمرکز تنش در گوشه تخلخل دوم بالا رفته و ترک به سرعت به سمت آن انحراف می‌یابد. با این وجود، ترک باز هم جذب تخلخل نشده و از کنار آن عبور کرده (شکل ۱۶-ت) و در مسیر اصلی خود به رشد ادامه می‌دهد تا حل پایان یابد (شکل ۱۶-ج).

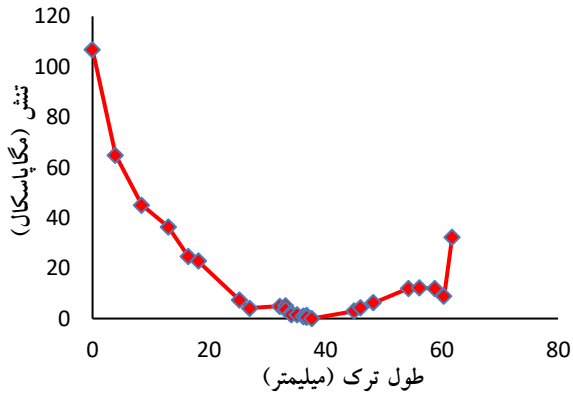
شکل ۱۶، کانتورهای تنش مراحل گسترش ترک در نمونه ۱ از ماسه‌سنگ کلشچ را نشان می‌دهد. همان‌طور که در کانتورهای تنش می‌توان دید، با نزدیک شدن ترک به تخلخل اول و افزایش تمرکز تنش در گوشه تخلخل (شکل ۱۶-الف)، در ابتدا ترک کمی به سمت آن منحرف می‌شود (شکل ۱۶-ب) اما در ادامه، ترک به تخلخل نرسیده و از کنار آن عبور می‌کند (شکل ۱۶-پ). این موضوع می‌تواند ناشی از عوامل مختلفی باشد. برای مثال، پایین بودن فشار اعمالی در حفره تزریق می‌تواند مانع از رسیدن ترک به تخلخل شود؛ به طوری که در لحظه مواجهه ترک با تخلخل، میدان تنش ایجاد شده برای انحراف ترک کافی نخواهد بود. به عبارت دیگر، تمرکز تنش ایجاد شده در گوشه‌های تخلخل به حدی نرسیده تا بتواند ترک را کاملاً از مسیر خود



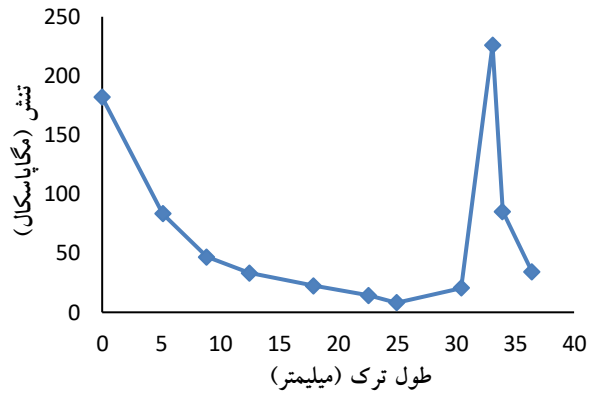
شکل ۱۶- کانتورهای تنش مراحل گسترش ترک در نمونه ۱ از ماسه‌سنگ کلشچ

همانند سطح زیر نمودار تنش - کرنش که معادل با چقرمگی است، سطح زیر این نمودارها نیز می‌تواند میزان انرژی جذب شده در واحد طول ترک را نشان دهد. نتایج حاصل از محاسبه میزان انرژی جذب شده در نمونه‌های مختلف در جدول ۵ گزارش شده است.

اشکال ۱۷ تا ۱۹، نمودارهای تغییرات تنش در طول ترک به ترتیب برای نمونه‌های ماسه‌سنگ بنتایمر، برآ و کلشچ را نشان می‌دهند. جهش‌های موجود در نمودارها، نشان‌دهنده تغییرات ناگهانی میدان تنش در محل نوک ترک، تحت تاثیر تخلخل‌های نزدیک به مسیر رشد ترک اتفاق افتاده است و با تطبیق این نمودارها با مکان قرارگیری تخلخل‌ها، نتایج دریافتی قابل تحلیل خواهد بود.

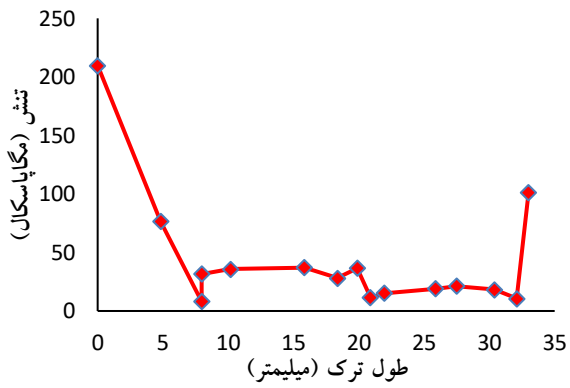


نمونه (۲)

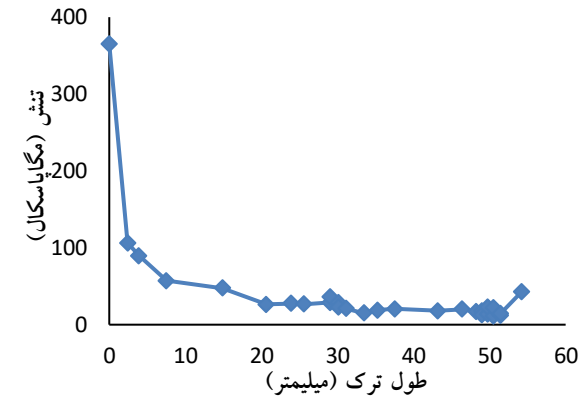


نمونه (۱)

شکل ۱۷- نمودار تغییرات تنش در طول ترک در ماسه سنگ بنتایمر.

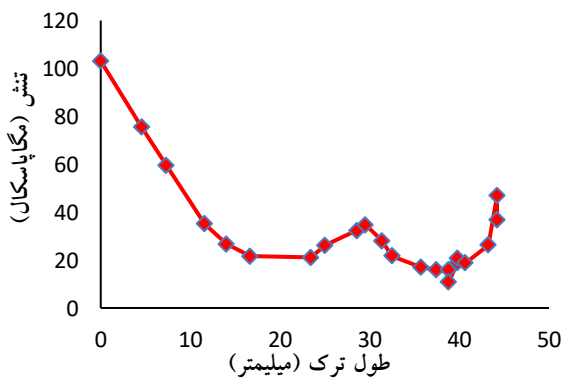


نمونه (۲)

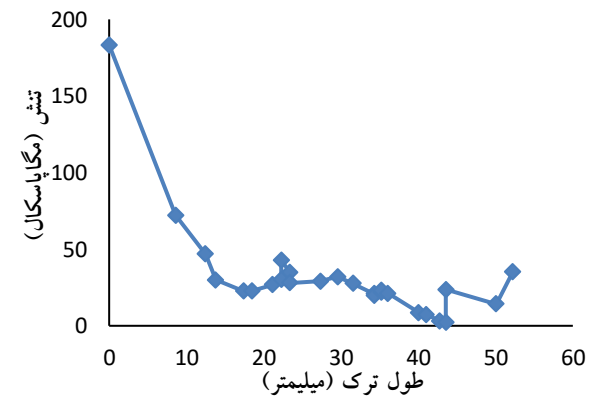


نمونه (۱)

شکل ۱۸- نمودار تغییرات تنش در طول ترک در ماسه سنگ برآ.



نمونه (۲)



نمونه (۱)

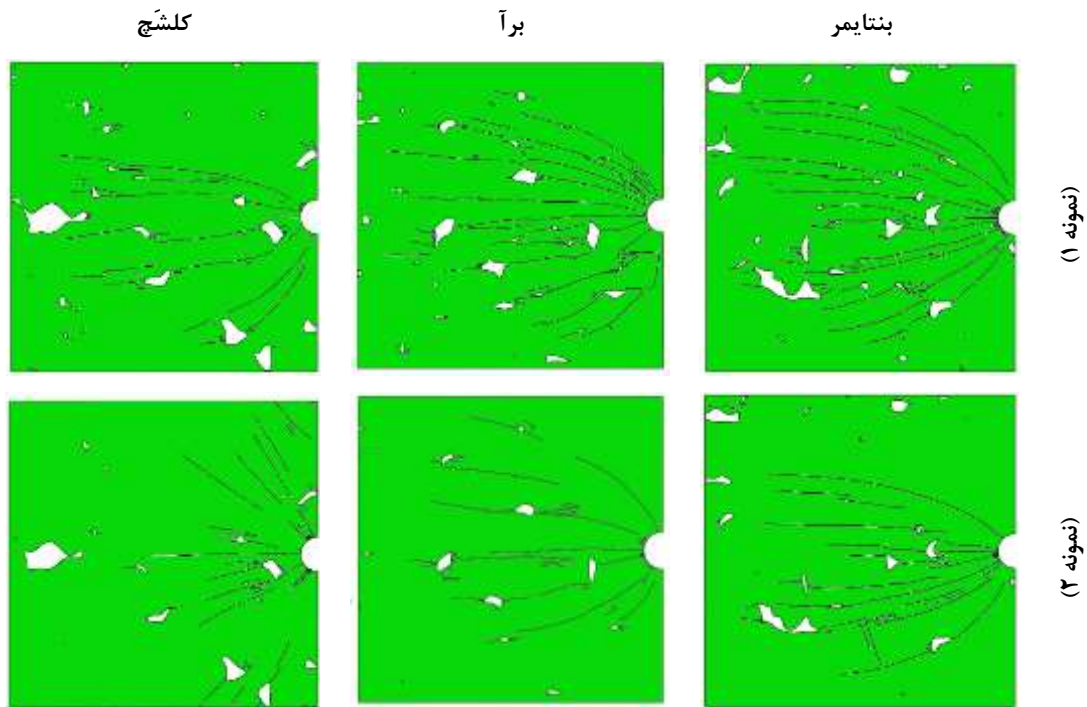
شکل ۱۹- نمودار تغییرات تنش در طول ترک در ماسه سنگ کلشچ.

جدول ۵- انرژی جذب شده در واحد طول ترک بر حسب نیوتن بر متر (سطح زیر نمودارهای تنش- زمان) در نمونه‌های ماسه سنگ.

کلشچ		برآ		بنتایمر		نوع ماسه سنگ
نمونه ۲	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۱	
۱۵۸۰	۲۲۴۰	۱۵۱۰	۲۳۲۰	۱۲۵۰	۲۱۲۰	سطح زیر نمودار (نیوتن / متر)

در ادامه تحلیل‌ها، با افزایش فشار تزریق به مقدار ثابت در کلیه نمونه‌ها، شکل نهایی گسترش ترک در آن‌ها نیز بدست آمده است (شکل ۲۰). همان‌طور که در این شکل نشان داده شده است، وجود هر یک از حفره‌های تخلخل می‌تواند منشا شروع و رشد یک ترک جدید باشد. بنابراین، چنانچه فشار تزریق هیدرولیکی ثابت در نظر گرفته شود، در محیط‌های با تخلخل بالاتر، میزان گسترش ترک بیشتر بوده و حجم وسیع‌تری از نمونه سنگی تحت تاثیر شکست هیدرولیکی قرار خواهد گرفت.

نتایج این تحلیل‌ها نشان می‌دهد که در نمونه‌های برآ و کلشچ کاهش میزان تخلخل باعث کاهش طول ترک شده است. با این حال این موضوع در مورد ماسه‌سنگ بنتایمر برعکس است؛ بدین معنا که کاهش میزان تخلخل باعث افزایش طول ترک می‌شود که دلیل آن برخورد ترک به تخلخل در این ماسه‌سنگ و متوقف شدن آن در نمونه با تخلخل بالاتر است. همچنین در تمامی نمونه‌ها، فشرده شدن و کاهش درصد تخلخل منجر به کاهش سطح زیر نمودار تنش توزیع شده در طول ترک می‌شود که نشان می‌دهد با کاهش میزان (درصد) تخلخل، میزان انرژی جذب شده در نمونه‌ها نیز کاهش می‌یابد.

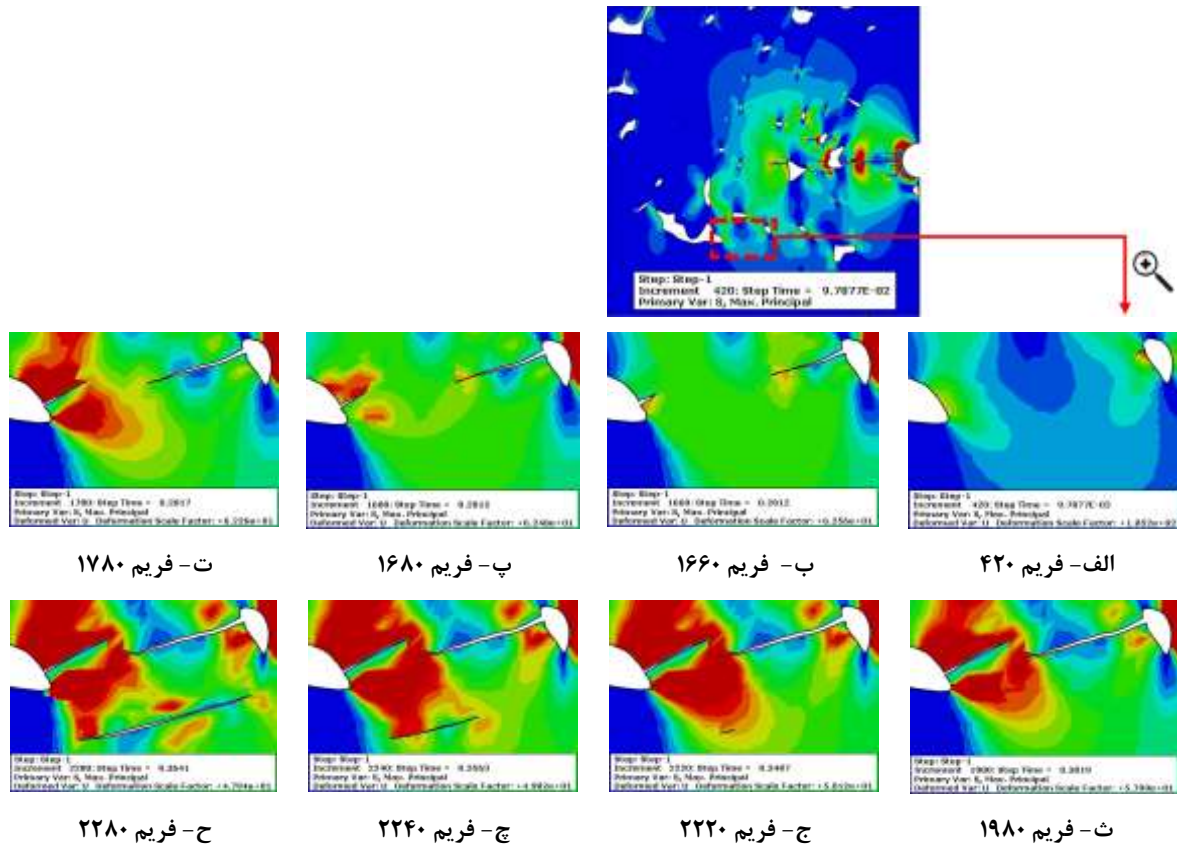


شکل ۲۰- شکل نهایی گسترش ترک در نمونه‌های مختلف ماسه‌سنگ.

تمرکز تنش در جداره تخلخل مجاور (سمت چپ) نیز افزایش یافته و ترک جدیدی در این قسمت ایجاد شده و به سمت تخلخل اول شروع به گسترش می‌کند (شکل ۲۱-ب). در ادامه، این دو ترک رشد کرده و به یکدیگر نزدیک می‌شوند (شکل ۲۱-پ و ت) اما به هم نمی‌رسند و برخوردی ندارند (شکل ۲۱-ث). دلیل این موضوع را می‌توان محدودیت روش و نرم‌افزار مدلسازی عنوان کرد زیرا در روش XFEM، امکان وجود دو ترک در یک المان وجود نداشته و نرم‌افزار آباکوس، قابلیت شبیه‌سازی این پدیده را ندارد. بنابراین با افزایش فشار اعمالی و به دنبال آن افزایش تمرکز تنش در نوک ترک‌های یاد شده و اجماع آن با تمرکز تنش ایجاد شده در گوشه تخلخل دوم، ترک جدیدی بدون وجود تخلخل در یکی از المان‌های مجاور ایجاد شده (شکل

از طرفی، همان‌گونه که در تصاویر نهایی گسترش ترک در نمونه‌ها دیده می‌شود، در برخی نواحی نمونه‌ها، بدون وجود تخلخل و در زمینه خام نمونه، ترک‌هایی ایجاد شده و گسترش یافته‌اند. به عنوان مثال، در شکل ۲۱ این موضوع در نمونه ۱ ماسه‌سنگ بنتایمر به تصویر کشیده شده است. مطابق شکل ۲۱-الف، با افزایش فشار اعمالی در حفره تزریق، با توجه به غنی‌سازی مدل طبق پارتیشن‌بندی و مش‌بندی انجام شده، در وجه یکی از تخلخل‌های موجود در نمونه، ترک جدیدی ایجاد شده و به سمت تخلخل مجاور گسترش می‌یابد. با رشد ترک و رسیدن به مرز ناحیه غنی‌سازی، مدل اجازه می‌یابد تا در صورت نیاز و برقراری شرایط ایجاد ترک، در ناحیه غنی‌سازی بعدی نیز ترک ایجاد کند، بنابراین همزمان با گسترش ترک در تخلخل سمت راست،

شکل ۲۱-ج و ۲۱-چ و ۲۱-ح).



شکل ۲۱- ایجاد ترک در ناحیه بدون تخلخل در نمونه ۱ ماسه سنگ بنتایمر.

بنابراین با مقایسه آن‌ها می‌توان میزان شکست هر نمونه را کمی کرده و در مورد آن بحث کرد. در جدول ۶ تصاویر باینری ایجاد شده، نشان داده شده و زیر هر تصویر نیز درصد فضای خالی به زمینه سنگی بیان شده است.

چنانچه ایجاد ترک در تصاویر به ایجاد تخلخل در نمونه تفسیر شود، می‌توان میزان تغییرات تخلخل در اثر ایجاد ترک را محاسبه کرد. اختلاف این مقادیر با مقدار تخلخل اولیه ناشی از مجموع طول ترک‌های حاصل در اثر عملیات شکست است.

جدول ۶- نتایج حاصل از محاسبات درصدی فضای خالی در نمونه‌های ماسه سنگ.

نوع ماسه سنگ						کلشج
بنتایمر		برآ		نمونه ۱		
نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۱	نمونه ۲	
۸,۳۳۲	۵,۳۷۶	۶,۲۴۴	۳,۸۲۵	۶,۳۶۵	۴,۵۷۴	درصد فضای خالی بعد از شکست (تخلخل + شکست)
۴,۱۹۱	۲,۲۹۳	۲,۶۷۱	۱,۰۷۵	۳,۷۲۴	۲,۳۶۵	درصد فضای خالی قبل از شکست (تخلخل)
۴,۱۴۰	۳,۰۸۳	۳,۵۷۲	۲,۰۷۲	۲,۴۶۰	۲,۲۰۸	شکست مطلق (درصد فضای خالی ایجاد شده)
۱,۹۸۷	۲,۳۴۴	۲,۳۳۷	۲,۱۸۱	۱,۷۰۸	۱,۹۳۳	شکست نسبی (نسبت فضای خالی بعد از شکست به قبل از شکست)

نسبی در بنتایمر بیشتر از کلشج است.

۵- نتیجه گیری

در راستای مدل‌سازی رشد ترک در محیط متخلخل در اثر فشار سیال، روش اجزای محدود توسعه یافته یکی از بهترین و کارآمدترین روش‌ها است و در بین نرم‌افزارهای موجود در

اگر به درصد فضای خالی ایجاد شده، «شکست مطلق» و به نسبت فضای خالی بعد از شکست به فضای خالی قبل از شکست، «شکست نسبی» گفته شود، از دید کلی می‌توان گفت ماسه سنگ بنتایمر بیشترین شکست مطلق را داشته و پس از آن، برآ شکستی بیش از کلشج داشته است. از سوی دیگر، ماسه سنگ برآ دارای بیشترین شکست نسبی بوده و پس از آن، شکست

منابع

1. Kumari W.G.P., Ranjith P.G., Perera M.S.A., Li X., Li L.H., Chen B.K., Avanthi Isaka B.L., De Silva V.R.S., "Hydraulic fracturing under high temperature and pressure conditions with micro CT applications: Geothermal energy from hot dry rocks", *Fuel*, Vol. 230, 2018, pp. 138-154.
 2. Gupta, Ishank, Rai, Chandra, Devegowda, Deepak, and Carl H. Sondergeld. "Fracture Hits in Unconventional Reservoirs: A Critical Review." *SPE J.* 26 (2021): 412-434. doi: <https://doi.org/10.2118/203839-PA>
 3. List F., Kumar K., Pop I. S., and Radu F. A., "Upscaling of unsaturated flow in fractured porous media," arXiv:1807.05993, 2018.
 4. Khoei A. R., Vahab M., Haghghat E., and Moallemi S., "A mesh-independent finite element formulation for modeling crack growth in saturated porous media based on an enriched-FEM technique," *International Journal of Fracture*, vol. 188, no. 1, pp. 79-108, 2014.
 5. Mohammadnejad T. and Khoei A., "An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 73, pp. 77-95, 2013.
 6. El Rabaa W., "Experimental study of hydraulic fracture geometry initiated from horizontal wells", in: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Society of Petroleum Engineers; 1989.
 7. Deng J, Lin C, Yang Q, Liu Y, Tao Z, Duan H. "Investigation of directional hydraulic fracturing based on true tri-axial experiment and finite element modeling." *Comput Geotech* 2016;75:28-47.
 8. Zoback M, Rummel F, Jung R, Raleigh C. "Laboratory hydraulic fracturing experiments in intact and pre-fractured rock". *Int J Rock Mech Min Sci Geomechan Abstract* 1977;14:49-58.
 9. Saberhosseini S.E., Ahangari K, Mohammadrezaei H, "Optimization of the horizontal-well multiple hydraulic fracturing operation in a low-permeability carbonate reservoir using fully coupled XFEM model", *Int J Rock Mech Min Sci* 2019, Vol. 114: 33-
- مدلسازی با این روش، نرم‌افزار آباکوس بسیار قدرتمند و کاربردی است به طوری که مدل ساخته شده با آن با نتایج تحلیلی مطابقت خوبی دارد اما با این وجود، همانند سایر روش‌های مدلسازی، معایبی نیز دارد که از آن جمله می‌توان به عدم امکان وجود دو ترک در یک المان و در نتیجه به هم نرسیدن ترک‌های مجاور در یک شبیه‌سازی، اشاره کرد. با مدلسازی شکست هیدرولیکی روی تصاویر میکرو سی‌تی-اسکن فشرده شده سه نمونه واقعی ماسه‌سنگ، می‌توان دریافت که برخورد ترک با تخلخل‌های موجود، مستلزم تمرکز تنش بالا در جداره و گوشه‌های تخلخل است تا ترک را به سمت خود منحرف کند که در اکثر موارد به دلیل شکل تخلخل و گردی گوشه‌های آن و همچنین آرایش تخلخل‌های نمونه این امر محقق نمی‌شود. از طرفی، فشرده شدن و کاهش درصد تخلخل، منجر به کاهش میزان انرژی جذب شده در نمونه‌ها می‌شود. در محیط‌های با تخلخل بالاتر، میزان گسترش ترک بیشتر است و حجم وسیع‌تری از نمونه سنگی تحت تاثیر شکست هیدرولیکی قرار خواهد گرفت. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش، ماسه‌سنگ بنتایمر بیشترین شکست مطلق (درصد فضای خالی ایجاد شده) را دارد و پس از آن، ماسه‌سنگ برآ شکستی بیش از ماسه‌سنگ کلشچ نشان می‌دهد. از سوی دیگر، ماسه‌سنگ برآ دارای بیشترین شکست نسبی (نسبت فضای خالی بعد از شکست به فضای خالی قبل از شکست) است و پس از آن، شکست نسبی در ماسه‌سنگ بنتایمر بیشتر از ماسه‌سنگ کلشچ است. ذکر این نکته ضروری است که این نتایج، از تحلیل تصاویر انتخاب شده در این پژوهش، حاصل شده‌اند و با تغییر تصاویر اولیه ماسه‌سنگ‌ها، امکان تغییر نتایج وجود دارد. نتایج حاصل از این مطالعه می‌تواند با عنوان یک الگوی شکست در ماسه‌سنگ‌های مورد مطالعه به صورت حجم ترک‌های ایجاد شده، مسیر این ترک‌ها و عمق نفوذ آن‌ها در نظر گرفته شود. البته باید در نظر داشت که این نتایج همگی در مقیاس میکروند، از این رو، به تنهایی مفید نیستند ولی از آنجا که آغاز شکستگی‌های بزرگ از این ترک‌هاست، این نتایج می‌تواند نقطه شروعی برای مدلسازی شکست هیدرولیکی در مقیاس ماکرو باشد (مدلسازی چندمقیاسی^۱) و راهکار مدلسازی در این مطالعه برای هر مقیاس و محیط متخلخل دیگری نیز قابل پیاده‌سازی است. بنابراین این نتایج به عنوان مطالعات اولیه و پایه‌ای می‌تواند در بهبود طراحی فرآیند شکست هیدرولیکی و بهینه‌سازی پارامترهای دخیل در آن، موثر واقع شود.

DOI: 10.22060/ceej.2016.572.۱۳۹۶

18. Zielonka M. G., Searles K. H., Ning J., and Buechler S. R., "Development and validation of fully-coupled hydraulic fracturing simulation capabilities," in Proceedings of the SIMULIA community conference, SCC2014, 2014, pp. 19-21.
19. Shafaezadeh I., "Simulation of hydraulic fracturing in oil wells based on the extended finite element method," Masters Thesis, Mechanical Engineering - Applied Design, Isfahan University of Technology, 2012.
20. M. Golub, "Propagation of elastic waves in layered composites with microdefect concentration zones and their simulation with spring boundary conditions," Acoustical Physics, vol. 56, no. 6, pp. 848-855, 2010.
21. Rezanezhad M, Lajevardi SA, Karimpouli S. "Crack Growth in Porous Media Using XFEM: Comparison of Modeling Strategies on the Abaqus". Journal of Analytical and Numerical Methods in Mining Engineering. 2020 Oct 22;10(24):27-40 (in persian).
22. Andrä H, Combaret N, Dvorkin J, Glatt E, Han J, Kabel M, Keehm Y, Krzikalla F, Lee M, Madonna C, Marsh M. "Digital rock physics benchmarks—Part I: Imaging and segmentation". Computers & Geosciences. 2013 Jan 1;50:25-32.
23. Alyafei N, Raeini AQ, Paluszny A, Blunt MJ. "A sensitivity study of the effect of image resolution on predicted petrophysical properties", Transport in Porous Media. 2015 Oct;110(1):157-69.
۲۴. ع. نادى، ك. گشتاسبى، ر. نقدآبادى، م. اشرفى و ج. ارغوانى، "بررسى آزمایشگاهی رفتار دینامیکی ماسه سنگ در نرخ های کرنش بالا"، مجله علمی پژوهشی عمران مدرس، جلد ۱۵، شماره ۳، صص ۱۱۹-۱۲۷، ۱۳۹۴.
- 45.
10. Warpinski N, Teufel L. "Influence of geologic discontinuities on hydraulic fracture propagation" (Includes associated papers 17011 and 17074). J Petrol Technol 1987;39:209-20.
11. Zhou J, Chen M, Jin Y, Zhang G-Q. "Analysis of fracture propagation behavior and fracture geometry using a tri-axial fracturing system in naturally fractured reservoirs". Int J Rock Mech Min Sci 2008;45:1143-52.
12. Tan P, Jin Y, Han K, Hou B, Chen M, Guo X, et al. "Analysis of hydraulic fracture initiation and vertical propagation behavior in laminated shale formation". Fuel 2017;206:482-93.
13. Blanton T.L., "An experimental study of interaction between hydraulically induced and pre-existing fractures", in: SPE Unconventional Gas Recovery Symposium, Society of Petroleum Engineers; 1982.
14. Fallahzadeh S, Rasouli V, Sarmadivaleh M. "An investigation of hydraulic fracturing initiation and near-wellbore propagation from perforated boreholes in tight formations". Rock Mech Rock Eng 2015;48:573-84.
15. Middleton RS, Carey JW, Currier RP, Hyman JD, Kang Q, Karra S, et al. "Shale gas and non-aqueous fracturing fluids: opportunities and challenges for supercritical CO₂". Appl Energy 2015;147:500-9.
16. Fei Y, Johnson RL, Gonzalez M, Haghghi M, Pokalai K. "Experimental and numerical investigation into nano-stabilized foams in low permeability reservoir hydraulic".
۱۷. ا. بارانی، ف. دستجردی و ف. کلانتری، "بررسی مولفه های نفوذپذیری و دبی جریان ورودی بر روی شکاف هیدرولیکی در محیط متخلخل اشباع"، نشریه مهندسی عمران امیرکبیر، جلد ۴۹، صص ۵۷-۶۶.