

مقاله "علمی-پژوهشی"

وارون سازی تونل سه بعدی توام گرادیان متقاطع با استفاده از قید همواری برای داده های گرانی و مغناطیس کانسار آهن هماتیتی جلال آباد

فرشاد ژولیده سر^۱، علی مرادزاده^{۲*}، فرامرز دولتی ارده جانی^۳

۱- دانش آموخته دکتری اکتشاف معدن، دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، f.joulidehsar@ut.ac.ir

۲- استاد، دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، a_moradzadeh@ut.ac.ir

۳- استاد، دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران، fdoulati@ut.ac.ir

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۳/۰۵ - تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۱۸)

چکیده

روش وارون سازی توام گرادیان متقاطع به عنوان یک روش بسیار مفید برای کاهش غیر یکتایی و همچنین رفع نقص های موجود در مدل های حاصل از وارون سازی مجزا محسوب می شود. این روش در حین داشتن این مزایا دارای معایبی است. به طوری که الگوریتم روش وارون سازی توأم مبتنی بر گرادیان متقاطع زمانی که ابعاد مسئله بزرگ باشد به کندی اجرا می شود و در بعضی مواقع به کل قابل اجرا نیست. در این مقاله به منظور رفع این نقص، روش فضای داده به کار گرفته شده و الگوریتم بر این مبنا در محیط نرم افزار متلب کد نویسی شده است. به منظور بررسی کارایی کد، یک مدل مصنوعی حاوی سه مکعب با ابعاد و عمق های مختلف استفاده شد. در ابتدا داده های گرانی و مغناطیس حاصل از این مدل مصنوعی با کد نوشته شده مدل سازی پیشرو تهیه شد و سپس با اضافه کردن نوفه تصادفی بصورت مجزا و در فضای داده و به صورت سه بعدی وارون سازی شدند. در ادامه، الگوریتم بهبود یافته وارون سازی توأم و توسعه داده شده در محیط متلب مبتنی بر گرادیان متقاطع با اعمال قید همواری برای وارون سازی توام سه بعدی داده ها استفاده شد. نتایج، بهبودهای قابل توجهی در مدل های حاصل در یک شرایط مساوی را ایجاد کرد. این بهبودها هم از جنبه تعیین موقعیت و گسترش عمقی مدل مصنوعی و هم از جنبه قابلیت اجرای کد با این تعداد پارامتر مدل بود. پس از تأیید نتایج، الگوریتم مذکور برای وارون سازی توام و سه بعدی داده های گرانی و مغناطیسی برداشت شده از محدوده هماتیتی اطراف معدن جلال آباد زرنده (استان کرمان) به منظور نمایش کارایی الگوریتم در وارون سازی داده های مغناطیسی محدوده مذکور به کار رفت. مقایسه مدل های به دست آمده با نتایج حفاری مؤید صحت کار و کارایی بالای این الگوریتم، حتی در زمانی که با نقص داده ها روبرو هستیم، می باشد.

کلمات کلیدی: میدان پتانسیل، تشابه ساختاری، غیر یکتایی مدل، وارون سازی توام، فشرده سازی، گرادیان متقاطع

۱- مقدمه

از یکپارچه‌سازی داده‌های به‌صورت ذهنی و فقدان یک چهارچوب کمی قوی رنج می‌برد. همچنین، چنین روندی می‌تواند با ناسازگاری‌های موجود بین مدل‌های ژئوفیزیکی که به خاطر داده‌های غیر دقیق ایجاد می‌شود پیچیده شود [۸]. به علاوه، در اکتشاف ژئوفیزیکی، ترکیب دو تصویر ژئوفیزیکی غیر دقیق باعث وارد شدن این اختلافات در مدل نهایی شده و صحت مدل را کاهش می‌دهد. بعدها بعضی از روش‌های موضوعی در مدل‌سازی اینگونه مسائل مورد استفاده قرار گرفتند که یکی از آن‌ها وارون‌سازی ترتیبی یا متوالی^۴ بود [۱۹]. در این روش، داده‌هایی که قدرت تفکیک خوبی دارند در ابتدا پردازش شده و بعضی از ویژگی‌های مدل تولید شده (از جمله عمق لایه‌ها، خواص فیزیکی توده و غیره) انتخاب، و در روند پردازش و دسته‌بندی داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱۹، ۲۰]. این روش بیشتر در مورد مجموعه داده‌های لرزه‌ای و مدل‌های گرانی استفاده است [۲۱، ۲۲]. روش دیگر وارون‌سازی مشارکتی^{۱۵} نامیده می‌شود که لاین و همکارانش آن را در سال ۱۹۸۸ برای تخمین مدل زیرسطحی با چندین دسته داده مستقل ژئوفیزیکی استفاده کردند [۱۹]. این روش، یک روش بسیار کارآمد است که برای وارون‌سازی توام داده‌های همبسته و یا غیر همبسته^{۱۶} استفاده شده است [۷، ۱۹، ۲۳-۲۵]. بعلاوه، وارون‌سازی توام با استفاده از رهیافت پتروفیزیکی^{۱۷} نیز برای همبسته کردن بعضی پارامترهای ژئوفیزیکی روش‌های مختلف استفاده شده است [۲۶]. از معایب این رهیافت این است که نیاز به دانش اولیه دقیق از تعداد توده‌ها، شکل احتمالی و توزیع آن‌ها دارد. رهیافت دیگر که بسیار کارآمد است ارائه مدل‌های ژئوفیزیکی از تجمع عناصر هموزن با هندسه ثابت اما پارامترهای متغیر است. متأسفانه در روشی که داده‌ها به وسیله روابط پتروفیزیکی به هم مرتبط می‌شوند، عدم اطمینان رابطه پتروفیزیکی مهم‌ترین نقطه ضعف این روش است. از بین روش‌های توام ترکیب داده، روشی که گالاردو [۲۶] بر مبنای قید گرادیان متقاطع ارائه نمود نتایج بسیار خوبی را به همراه داشت. به همین دلیل به‌عنوان یکی از روش‌های خوب ترکیب داده مورد توجه قرار گرفت. چون هرگاه بین ویژگی‌های فیزیکی روش‌های ژئوفیزیکی مختلف ارتباط تحلیلی خاصی برقرار نباشد می‌توان با استفاده از این روش

وارون‌سازی داده‌ها یکی از بهترین روش‌ها برای تجزیه و تحلیل داده‌های اکتشافی است. در این روش یک نمای بصری از اهداف زیر سطحی در اختیار مفسر قرار می‌گیرد. هر روش وارون‌سازی در عین داشتن مزایا دارای مشکلاتی نیز است. در حل یک مسئله وارون، عدم یکتایی^۱ مدل‌های حاصل مشکل بزرگی است که به‌عنوان یک موضوع تحقیقاتی مهم برای بسیاری از محققان مطرح بوده که در این راستا به کمک روش‌های مختلف، عدم یکتایی مدل‌ها بررسی شده است. از این قبیل تحقیقات می‌توان به وارون‌سازی هموار و وارون‌سازی مدل کوچک^۲ [۱، ۲]؛ وارون‌سازی متمرکز^۳ [۳، ۴]؛ توسعه مدل‌هایی بر اساس منبع رشد کننده^۴؛ وارون‌سازی بر اساس ترکیبی از مدل‌های ریاضی^۵ [۵]؛ وارون‌سازی براساس کوواریانس^۶ [۶]؛ بازیابی لایه‌های دلخواه با خواص متغیر^۷ [۷]؛ وارون‌سازی تصادفی بر اساس سنگ‌شناسی^۸ [۸]؛ وارون‌سازی ساختاری بر اساس برنامه‌نویسی خطی [۹]؛ وارون‌سازی با استفاده از یک شبکه تطبیقی^۹ [۱۰ و ۱۱]؛ وارون‌سازی آموزشی-تطبیقی^{۱۰} [۱۲]؛ وارون‌سازی توأم احتمالی داده‌های گرانی و مغناطیسی با استفاده از روش‌های زمین‌آماری [۱۳] و وارون‌سازی توأم^{۱۱} داده‌های میدان پتانسیل با قید گرادیان متقاطع [۷، ۱۴، ۱۵] اشاره کرد. در بین این روش‌ها، روش‌های ترکیب دو دسته داده که از یک منبع واحد برداشت شده‌اند، به دو دلیل می‌تواند مفید واقع شود. اولاً، مدل‌سازی روش‌های مختلف ژئوفیزیکی ماتریس‌های کرنل متفاوتی دارند که این موجب می‌شود فضای تهی^{۱۳} برای یک نوع داده توسط داده‌های نوع دیگر رفع شود [۱۶]. ثانیاً، با توجه به اینکه منابع نوفه و تأثیرشان روی داده غالباً متفاوت است می‌توان نتایج را با اضافه کردن نوعی دیگر از داده‌ها (که با روشی دیگر ولی از یک منبع برداشت می‌شوند) بهبود بخشید.

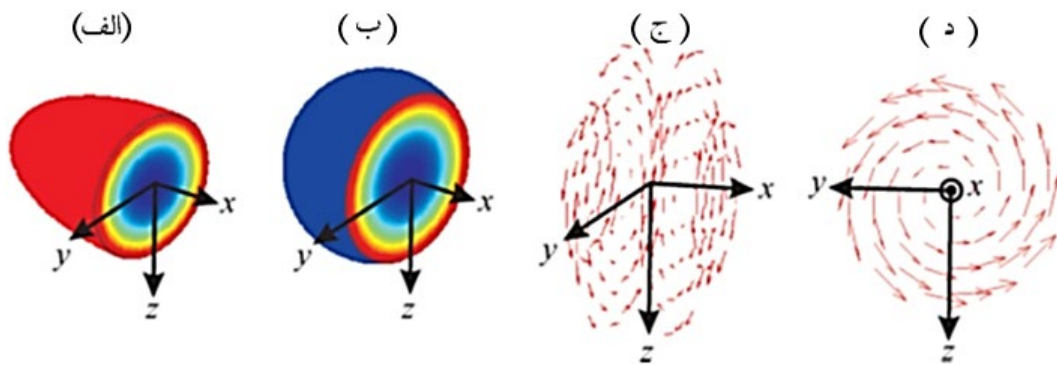
یکی از ساده‌ترین روش‌های ترکیب چند دسته داده، تفسیر حاصل از شرایط مختلف ژئوفیزیکی بر پایه مدل‌های پردازش شده مستقل [۱۷، ۱۸]؛ بدین نحو است که ابتدا دو مدل مجزا مقایسه شده و در یک مدل مفهومی توسط کاربر تجمیع پیدا می‌کند. این روش با وجود تولید مدل‌های زمین‌شناسی مفید،

بهبود آن و همچنین روابط مربوط به آن‌ها ارائه شده و سپس به وارون‌سازی داده‌های مصنوعی و واقعی پرداخته می‌شود.

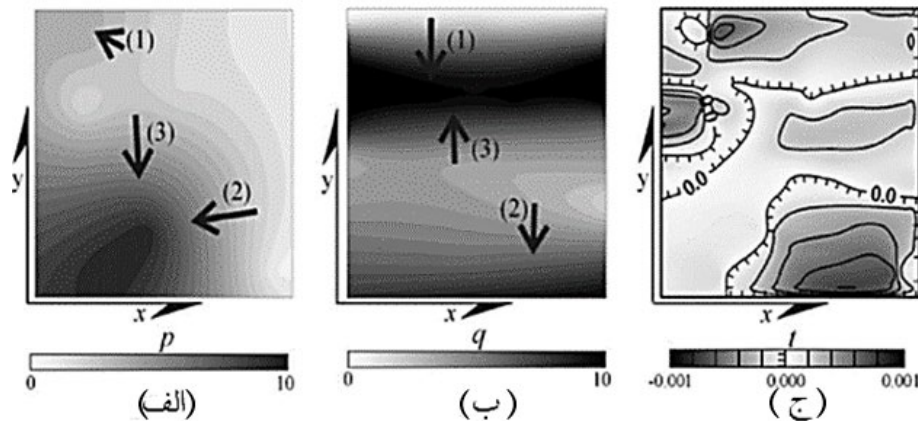
۲- روش‌شناسی

از بین روش‌های وارون‌سازی ترکیبی، روش وارون‌سازی توأم داده‌های ژئوفیزیکی میدان پتانسیل با قید گرادیان متقاطع که توسط فرگوسو و گالاردو [۱۴] ارائه شد، جایگاه بالایی دارد. برای توضیح مفاهیم گرادیان متقاطع از شکل ۱ استفاده شده است. در این شکل دو مدل هتروژن شامل بیضی و کره نشان داده شده است. برش قائم شکل (۱-الف و ب) نشان‌دهنده شباهت ساختاری دوبعدی است در این مدل‌ها بردار t_x در تمام فضای مدل محو شده است اما بردارهای t_y و t_z هنوز اختلافات سه‌بعدی هندسی مدل‌های سه‌بعدی را نمایش می‌دهد. شکل (۱-ج و د) این اختلافات را به‌صورت چرخش بردار اختلافات در هر مکان حول محور x (مبدأ در حالت دوبعدی) نمایش می‌دهد. دامنه مؤلفه تانژانت $y-z$ با نزدیک شدن به مبدأ افزایش یافته و شباهت ساختاری زمانی حاصل می‌شود که هر سه مؤلفه گرادیان متقاطع صفر شود که در مرکز مقطع قائم رخ خواهد داد.

وارون‌سازی توأم داده‌ها، مدل‌هایی را به دست آورد که با همدیگر انطباق نسبتاً خوبی دارند [۱۴، ۱۵، ۲۷-۳۰]. روش وارون‌سازی توأم مبتنی بر قید گرادیان متقاطع از لحاظ ساختاری و ریاضی یک روش بسیار خوب برای وارون‌سازی چند نوع داده ژئوفیزیکی که از یک منبع واحد برداشت شده‌اند و مدل حاصل از هر کدام آن‌ها نواقصی دارند، محسوب می‌شود. این روش علی‌رغم بهبودهایی که در مدل‌های به‌دست آمده ایجاد کرده است، از جنبه محاسباتی دارای نواقصی است که نیاز به بررسی‌های بیشتری دارد. بررسی‌ها نشان می‌دهد که هرگاه عملیات وارون‌سازی این روش در فضای پارامترهای مدل انجام شود ابعاد ماتریس‌ها بسیار بزرگ بوده و اولاً نیاز به حافظه اجرایی (RAM) بسیار بالا بوده و ثانیاً سرعت اجرای الگوریتم بخاطر ضرب‌های ماتریس برداری بسیار پایین خواهد بود [۳۱]. این موضوع یکی از نواقص اساسی این روش وارون‌سازی توأم داده‌های ژئوفیزیکی است که در این مقاله برای رفع این مشکل تلاش شده تا از روش انتقال به فضای داده استفاده شود. همچنین در این مقاله ماتریس کواریانس پارامترهای مدل اولیه ضربی از ماتریس وزنی عمقی در عددی ثابت فرض شده است. این موارد باعث بهبود قابل توجهی در مدل‌ها شده است. در ادامه ابتدا توضیحاتی در مورد روش مورد مطالعه، روش‌های



شکل ۱- مقایسه مدل‌های (الف) بیضی و (ب) کره برای تخمین شباهت ساختاری سه بعدی. (ج) نمای سه بعدی چهار برش قائم انتخاب شده راستای بردار گرادیان متقاطع (د) رفتار حلقوی بردار گرادیان متقاطع در صفحه $y-z$ [۱۴].



شکل ۲- نمای شماتیک برای توضیح مفهوم شباهت ساختاری. در شکل‌های الف و ب واحدها به صورت اختیاری بین ۰ تا ۱۰ می‌باشند. (ج) نقشه کنوری حاصله تابع گرادیان متقاطع [۳۲].

$$\vec{\tau}(x, y, z) = 0; \quad (2)$$

رابطه ۲ به این معنی است که بردارهای گرادیان حاصله به موازات هم بوده و یا یکی از آن‌ها صفر باشد. برای مدل سه‌بعدی مؤلفه‌های x ، y و z بردار $\vec{\tau}$ به صورت زیر تعریف می‌شوند [۱۴]:

$$\tau_x = \frac{\partial m_g}{\partial y} \frac{\partial m_t}{\partial z} - \frac{\partial m_g}{\partial z} \frac{\partial m_t}{\partial y};$$

$$\tau_y = \frac{\partial m_g}{\partial z} \frac{\partial m_t}{\partial x} - \frac{\partial m_g}{\partial x} \frac{\partial m_t}{\partial z}; \quad (3)$$

$$\tau_z = \frac{\partial m_g}{\partial x} \frac{\partial m_t}{\partial y} - \frac{\partial m_g}{\partial y} \frac{\partial m_t}{\partial x};$$

هر یک از مؤلفه‌های رابطه ۳، شباهت ساختاری در صفحه‌ای که بردار مربوطه به آن عمود است را نشان می‌دهد. مبانی وارون‌سازی توأم مشابه وارون‌سازی منفرد است. در این وارون‌سازی بردارهای مدل ژئوفیزیکی مجزا یک بردار را تشکیل می‌دهند به این علت می‌توان روابط پتروفیزیکی و ساختاری را به صورت قید وارد مسئله وارون‌سازی کرد. برای ساخت معادله قید $f(x)=0$ ، در وارون‌سازی توأم دو سری داده مختلف ژئوفیزیکی باید اپراتور همواری D (اعمال شده بر هر مدل)، و قید گرادیان متقاطع حاصله از معادله ۳ بررسی شود. تمام این روابط می‌توانند به شکل فشرده زیر نوشته شوند:

برای نمایش و درک بهتر مفهوم هندسی گرادیان متقاطع، از دو تصویر هموار که از اندازه‌گیری‌های متفاوت حاصل شده‌اند استفاده می‌شود. شکل (۲-الف و ب) دو تصویر هموار و شکل (۲-ج) نقشه کنوری نتایج گرادیان متقاطع را نمایش می‌دهد. فرض بر این است که دو تصویر (الف و ب) از یک منبع واحد با روش‌های ژئوفیزیکی متفاوتی باشند. اختلاف هندسی بین دو تصویر بر اساس رهیافت گرادیان متقاطع، توسط دامنه مؤلفه‌های قائم متقابل میدان‌های گرادیان آنها تحمیل می‌شود و در مناطقی که گرادیان‌ها هم‌راستا هستند دارای مقدار صفر است. شکل (۲-ج) نقشه مقادیر گرادیان متقاطع محاسبه شده از تصاویر را نمایش می‌دهد. در این شکل، مقادیر بزرگ‌تر گرادیان متقاطع (t) با مناطق اختلاف بیشینه از جنبه هندسی تصویرهای (۲-الف و ب) منطبق است. از جنبه ریاضیات، انطباق کامل راستای بردار میدان گرادیان‌های این تصویرها توسط مقادیر $t=0$ منعکس می‌شود [۳۲]. این حقیقت در تعریف تابع هدف وارون‌سازی استفاده خواهد شد. تابع گرادیان متقاطع به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\tau}(x, y, z) = \nabla m_g(x, y, z) \times \nabla m_t(x, y, z); \quad (1)$$

که در آن m_g و m_t پارامترهای دو مدل ژئوفیزیکی و $\vec{\tau}$ بردار گرادیان متقاطع هستند. با بررسی‌هایی که روی روش گرادیان متقاطع انجام شده است، شباهت ساختاری زمانی رخ می‌دهد که:

همواری دو دسته داده، C_{m_0} ماتریس قطری شامل کواریانس پارامترهای مدل و بردار $(d_0 - g_D(\hat{m}_k))$ اختلاف بین داده‌های مشاهده‌ای و محاسبه‌ای، $g_m(\hat{m}_k)$ شامل مولفه‌های بردار گرادیان متقاطع و B_k ماتریس ژاکوبین وابسته با تابع گرادیان متقاطع می‌باشند. این ماتریس‌ها در پیوست الف تعریف شده‌اند.

در روابط اشاره شده‌ی بالا یک ماتریس N_1 و عبارت $(B_k N_1^{-1} B_k^T)$ وجود دارد که در طول روند مدل‌سازی باید وارون شوند. حاصل عبارت $G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k$ به علت اینکه از ضرب ماتریس حساسیت و کواریانس داده‌ها به دست می‌آید یک ماتریس تکین بوده، ولی به علت جمع شدن با یک ماتریس قطری $(C_{m_0}^{-1})$ یک ماتریس کامل تشکیل می‌شود. در نتیجه با روش‌های وارون‌سازی رایج قابل محاسبه است. ولی عبارت $(B_k N_1^{-1} B_k^T)$ تشکیل یک ماتریس تکین داده و قابل حل با روش‌های معمول نیست. فرگوسو و گالاردو [۱۴] از روش $TSVD$ برای محاسبه وارون این ماتریس استفاده کردند که نتایج قابل قبولی به دست آوردند. ابعاد ماتریس N_1 ، $(2m \times 2m)$ است. پس وارون‌سازی این ماتریس در فضای پارامترهای مدل انجام خواهد شد که بعد بالایی دارد. ولی در مسائل وارون ژئوفیزیکی تعداد داده‌ها بسیار کمتر از تعداد پارامترهای مدل است و انتقال ماتریس‌ها به فضای داده برای محاسبه وارون باعث افزایش سرعت و کاهش حافظه مورد نیاز می‌شود. به همین علت پاک و همکاران از این روش برای محاسبه وارون ماتریس فوق‌الذکر برای وارون‌سازی توأم دوبعدی استفاده کردند [۳۴].

هرگاه رابطه ۶ در $C_{m_0} G^T$ ضرب شود می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} d_g - f_g(m_g) &= 0 \\ d_t - f_t(m_t) &= 0 \\ L_g - Dm_g &= 0 \\ L_t - Dm_t &= 0 \\ 0 - \tau_x(m_g, m_t) &= 0 \\ 0 - \tau_y(m_g, m_t) &= 0 \\ 0 - \tau_z(m_g, m_t) &= 0 \end{aligned} \quad (۴)$$

که در آن d_g و d_t داده‌های اندازه‌گیری شده برای دو دسته داده ژئوفیزیکی (گرانی و مغناطیس)، L_g و L_t مقادیر قید همواری (برپایه هر گرادیان یا اپراتور لاپلاسین)، τ_x ، τ_y و τ_z مؤلفه‌های قید گرادیان متقاطع در هر راستا هستند. به علاوه، در قید گرادیان متقاطع، این فرمول‌بندی اجازه وارد کردن دیگر روابط فیزیکی و یا تجربی را می‌دهد که ممکن است دو پارامتر را به‌طور مستقیم همبسته کند. یک مثال رابطه پواسون بین داده‌های گرانی و مغناطیس است وقتی که داده‌ها از یک منبع واحد به دست آمده باشند [۱۴].

برای پیدا کردن یک حل تلویحی، روش نقطه-ثابت که توسط تارانتولا و والت پیشنهاد شد [۳۳] استفاده می‌شود. در این صورت روش تکراری برای حل، پس از فشرده‌سازی به صورت زیر بیان می‌شود [۱۴]:

$$\begin{aligned} \hat{m}_{k+1} &= \hat{m}_k + N_1^{-1} n_2 - N_1^{-1} B_k^T (B_k N_1^{-1} B_k^T)^{-1} \\ &\times (B_k N_1^{-1} n_2 + g_m(\hat{m}_k)), \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن \hat{m}_k و \hat{m}_{k+1} پاسخ مدل‌سازی در تکرار k و $k+1$ است و داریم:

$$N_l = (G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k + C_{m_0}^{-1}); \quad (۶)$$

$$\begin{aligned} n_2 &= G_k^T C_{d_0}^{-1} (d_0 - g_D(\hat{m}_k)) \\ &- C_{m_0}^{-1} (\hat{m}_k - m_0), \end{aligned} \quad (۷)$$

در روابط ۶ و ۷ ماتریس G شامل ماتریس‌های حساسیت و همواری، C_{d_0} ماتریس قطری شامل کواریانس و مقادیر قید

بعدی) با هندسه ثابت و تباین خودپذیری و چگالی نامشخص تقسیم‌بندی می‌شوند. این مدل انعطاف‌پذیری مناسبی برای نشان دادن توزیع چگالی یا مغناطیس‌پذیری در سطح زیرین دارد و امکان مدل‌سازی هم‌زمان چندین توده‌ی آنومالی را فراهم می‌آورد [۳۵]. در این مطالعه فرض بر این است که مغناطیس پسماند وجود ندارد و فقط مغناطیس‌شدگی القایی در نظر گرفته می‌شود. این مغناطیس‌شدگی در داخل هر مکعب یکسان فرض شده و با حاصل‌ضرب خودپذیری مغناطیسی و میدان ژئومغناطیس القایی بیان می‌شود [۱].

میدان کل (مغناطیسی و یا گرانی) در یک نقطه اندازه‌گیری سطح زمین برابر با مجموع اثرات تک تک مکعب‌ها در آن نقطه است [۳۷-۳۵]:

$$\Delta(T \langle or \rangle g)_i = \sum_{j=1}^m A_{t \langle or \rangle g}^{ij} (k \langle or \rangle \rho)_j, \quad n \langle m; \quad (10)$$

که در آن m تعداد مکعب‌های موجود در مدل، n تعداد نقاط اندازه‌گیری و k_j و ρ_j به ترتیب خودپذیری مغناطیسی و چگالی مکعب j ام است. ماتریس $A_{t \langle or \rangle g}^{ij}$ ، ماتریس حساسیت خودپذیری مغناطیسی و یا چگالی سلول j ام را در محل نقطه i ام ارائه می‌کنند.

روابط ۱۱ و ۱۲ به ترتیب برای محاسبه میدان گرانی و مغناطیس حاصل از یک مکعب استفاده می‌شوند [۳۶، ۳۷].

$$\Delta g(x, y, 0) = \gamma \rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 S_{ijk} \begin{bmatrix} z_k \arctan \frac{x_i y_j}{z_k R_{ijk}} \\ -x_i \log(R_{ijk} + y_j) \\ -y_j \log(R_{ijk} + x_i) \end{bmatrix}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} N_1 C_{m_0} G^T &= \\ (G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k + C_{m_0}^{-1})_{2m \times 2m} C_{m_0} G^T &= \\ (G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k C_{m_0} + I_{2m \times 2m}) G^T & \\ \Rightarrow N_1 C_{m_0} G^T &= \\ G^T (C_{d_0}^{-1} G_k C_{m_0} G^T + I_{2n \times 2n}) &= \\ G^T C_{d_0}^{-1} (G_k C_{m_0} G^T + C_{d_0})_{2n \times 2n} & \\ \Rightarrow (G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k + C_{m_0}^{-1})_{2m \times 2m} C_{m_0} G^T &= \\ G^T C_{d_0}^{-1} (G_k C_{m_0} G^T + C_{d_0})_{2n \times 2n} & \end{aligned} \quad (8)$$

پس با توجه به وارون رابطه (۶) داریم [۳۴]:

$$\begin{aligned} (G_k^T C_{d_0}^{-1} G_k + C_{m_0}^{-1})_{2m \times 2m}^{-1} G^T C_{d_0}^{-1} & \\ = C_{m_0} G^T (G_k C_{m_0} G^T + C_{d_0})_{2n \times 2n}^{-1} & \end{aligned} \quad (9)$$

رابطه ۹ نشان‌دهنده این است که می‌توان یک ماتریس با $2n \times 2n$ را جایگزین یک ماتریس با ابعاد $2m \times 2m$ کرد تا کارایی و سرعت محاسبه وارون ماتریس افزایش یابد (با در نظر گرفتن این حقیقت که $n \ll m$).

در این تحقیق با فرض بر این ادعا که افزودن قید گرادیان متقاطع به روش وارون‌سازی توأم باعث بهبود نتایج خروجی می‌شود اقدام به بهبود عملکرد الگوریتم وارون‌سازی توأم شد. در این راستا روش فضای داده روی الگوریتم وارون‌سازی توأم مبتنی بر گرادیان متقاطع پیاده شد و کدنویسی الگوریتم وارون‌سازی توأم بهبود یافته در محیط نرم‌افزار متلب صورت گرفت. در ادامه نتایج الگوریتم بهبود یافته با نتایج وارون‌سازی سه‌بعدی هر یک از دسته داده‌ها به صورت مجزا روی داده‌های مصنوعی بررسی خواهد شد تا هم صحت ادعای فرض شده در بالا تأیید شود و هم کارایی عملیاتی الگوریتم روی مدلی با تعداد ۴۸۰۰ پارامتر که قبل از بهبود قابل اجراء به وسیله رایانه شخصی با ۵ هسته CPU و مشخصه رم ۸ گیگابایت نبود آزمایش شود.

۳- مدل مصنوعی

در وارون‌سازی سه‌بعدی داده‌های میدان پتانسیل سطح زیرین محدوده برداشت داده به مجموعه‌ای از مکعب‌ها (مش‌های سه

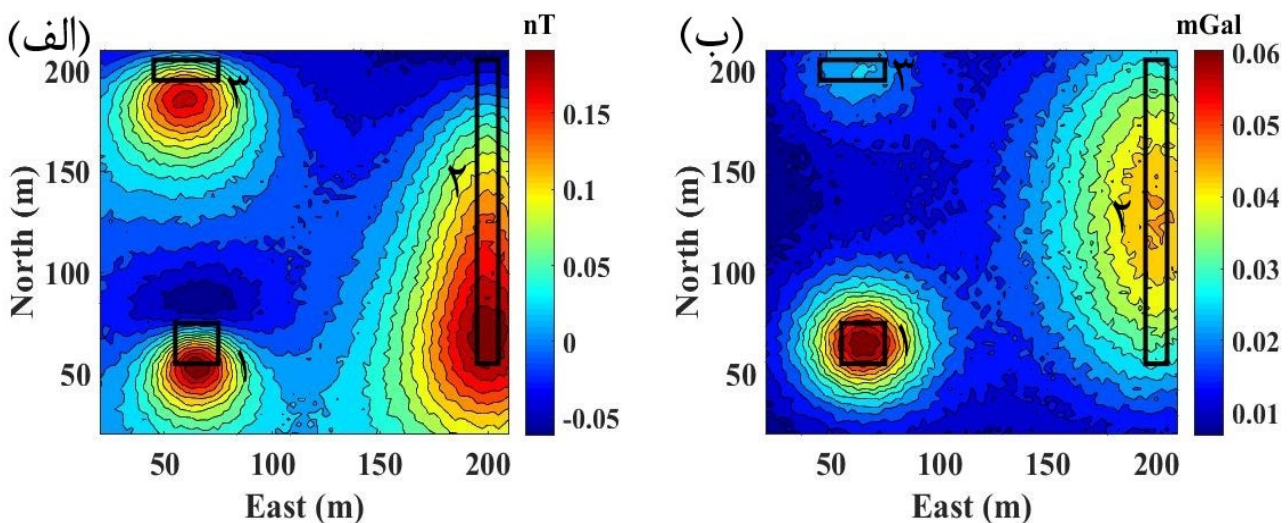
حساسیت در محیط نرم‌افزار متلب کدنویسی شده و سپس برای تولید داده‌های مصنوعی و همچنین اطلاعات ورودی روند وارون‌سازی بکار گرفته شده‌اند.

یک مدل حاوی سه مکعب با ابعاد و عمق‌های مختلف به عنوان مدل مصنوعی مورد استفاده قرار گرفته است. فرض بر این است که در مدل، مغناطیس پسماند وجود ندارد و در نتیجه راستای میدان مغناطیسی زمین و مغناطیس القایی موازی است. چگالی و مغناطیس‌پذیری زمینه (اطراف مدل مصنوعی) صفر در نظر گرفته شده است. نوفه تصادفی نرمال با انحراف معیار ۰/۰۵ بیشینه دامنه هر دسته داده به داده‌ها اضافه شده است. شکل ۳، آنومالی گرانی و مغناطیسی ناشی از این مدل که در سطح زمین به کمک الگوریتم مدل‌سازی پیشرو تهیه شده است را به همراه موقعیت افقی مکعب‌ها (مدل مصنوعی) نشان می‌دهد. محدوده ثبت داده‌های مصنوعی بگونه‌ای انتخاب شده است که باعث بروز کمبود اطلاعات شود. جدول ۱ ابعاد مدل مصنوعی در هر راستا و خصوصیات فیزیکی آن‌ها را نمایش می‌دهد.

$$\Delta T(x, y, 0) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 s_{ijk} \begin{bmatrix} G_1 \ln(R_{ijk} + x_i) + \\ G_2 \ln(R_{ijk} + y_j) + \\ G_3 \ln(R_{ijk} + z_k) + \\ G_4 \arctan \frac{x_i z_k}{R_{ijk} y_j} + \\ G_5 \arctan \frac{y_j z_k}{R_{ijk} x_i} \end{bmatrix}; \quad (12)$$

که $R_{ijk} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$ ، $s_{ijk} = (-1)^{i+j+k}$ ، $G_1 = EI(Mr + Nq)$ ، $G_2 = EI(Lr + Np)$ ، $G_3 = EI(Lq + Mp)$ ، $G_4 = EI(Nr - Mq)$ ، $G_5 = EI(Nr - Lp)$ ، γ ثابت گرانش، $(x, y, 0)$ و (a_i, b_j, z_k) به ترتیب بیانگر مختصات نقطه (ایستگاه) برداشت و گوشه‌های منشورها، EI شدت مغناطیس‌پذیری، r, p, q راستای کوسینوس‌های میدان مغناطیسی و L, M, N راستای کوسینوس‌های مغناطیس‌پذیری است.

فرمول‌بندی فوق برای محاسبات سریع کامپیوتری مناسب است و در این مقاله از این روابط استفاده شده است. جزئیات این فرمول‌بندی در مقالات راوو و همکاران [۳۷] و راوو و بابو [۳۸] به تفصیل توضیح داده شده است و در اینجا از تکرار آن‌ها اجتناب می‌شود. الگوریتم وارون‌سازی پیشرو و محاسبه ماتریس



شکل ۳- آنومالی حاصل از محاسبات مدل‌سازی پیشرو مدل مصنوعی به همراه موقعیت مکعب. (الف) آنومالی مغناطیسی، (ب) آنومالی گرانی.

جدول ۱- مشخصات مدل مصنوعی

شماره توده (مکعب)	گسترش در راستای x (شمال) (به متر)	گسترش در راستای y (شرق) (به متر)	گسترش در راستای z (عمق) (به متر)	چگالی (g/cm ³)	مغناطیس پذیری (A/m)
۱	۵۵-۷۵	۵۵-۷۵	۲۰-۴۰	۱	۰,۵
۲	۵۵-۲۰۵	۱۹۵-۲۰۵	۴۰-۸۰	۰,۶	۱
۳	۱۹۵-۲۰۵	۴۵-۷۵	۳۰-۵۰	۰,۸	۱,۵

فلوچارت‌های روند وارون‌سازی‌های مورد استفاده در این مقاله در شکل ۴ ارائه شده است. در شکل ۴-الف فلوچارت روند وارون‌سازی تنک توأم مبتنی بر گرادیان متقاطع دیده می‌شود. تفاوتی که این الگوریتم با الگوریتم ارائه شده توسط فرگوسو و گالاردو [۱۴] دارد در مرحله محاسبه وارون ماتریس N_I است. طبق این فلوچارت پس از محاسبه ماتریس همواری، تشکیل ماتریس حساسیت توأم، کواریانس داده‌ها و پارامترهای مدل، محاسبه وارون ماتریس NI و بردار $n2$ و همچنین نسبت دادن بردار صفر برای بردار پارامترهای مدل اولیه روند تکراری الگوریتم آغاز می‌شود. ماتریس و برداری که در هر تکرار به روز می‌شوند عبارتند از: ماتریس B و بردار T . پس از محاسبه ماتریس‌ها و بردارهای ذکر شده بردار پارامترهای مدل از رابطه (۵) محاسبه می‌شود. همان طوری که قبلاً اشاره شد برای توقف الگوریتم نیاز به معیار توقف است. پس از هر تکرار الگوریتم شرط توقف بررسی شده و اگر قابل قبول باشد الگوریتم متوقف و نتایج نمایش داده می‌شود. برای وارون‌سازی تنک مجزا نیز از روند ارائه شده در شکل ۴-ب استفاده شده است. در این الگوریتم پس از محاسبه ماتریس وزنی عمقی، $f(k)$ و $A(k)$ طبق روابط ارائه شده در متن فلوچارت، بردار پارامترهای مدل از حل معادله خطی ۱۳ محاسبه می‌شود و پس از ارضا شدن شرط توقف مدل‌های به دست آمده نمایش داده می‌شود.

برای مقایسه نتایج، داده‌های مصنوعی آلوده به نوفه در ابتدا به صورت مجزا در فضای داده، وارون‌سازی شدند. در این شیوه وارون‌سازی از رابطه زیر استفاده شده است [۳۸]:

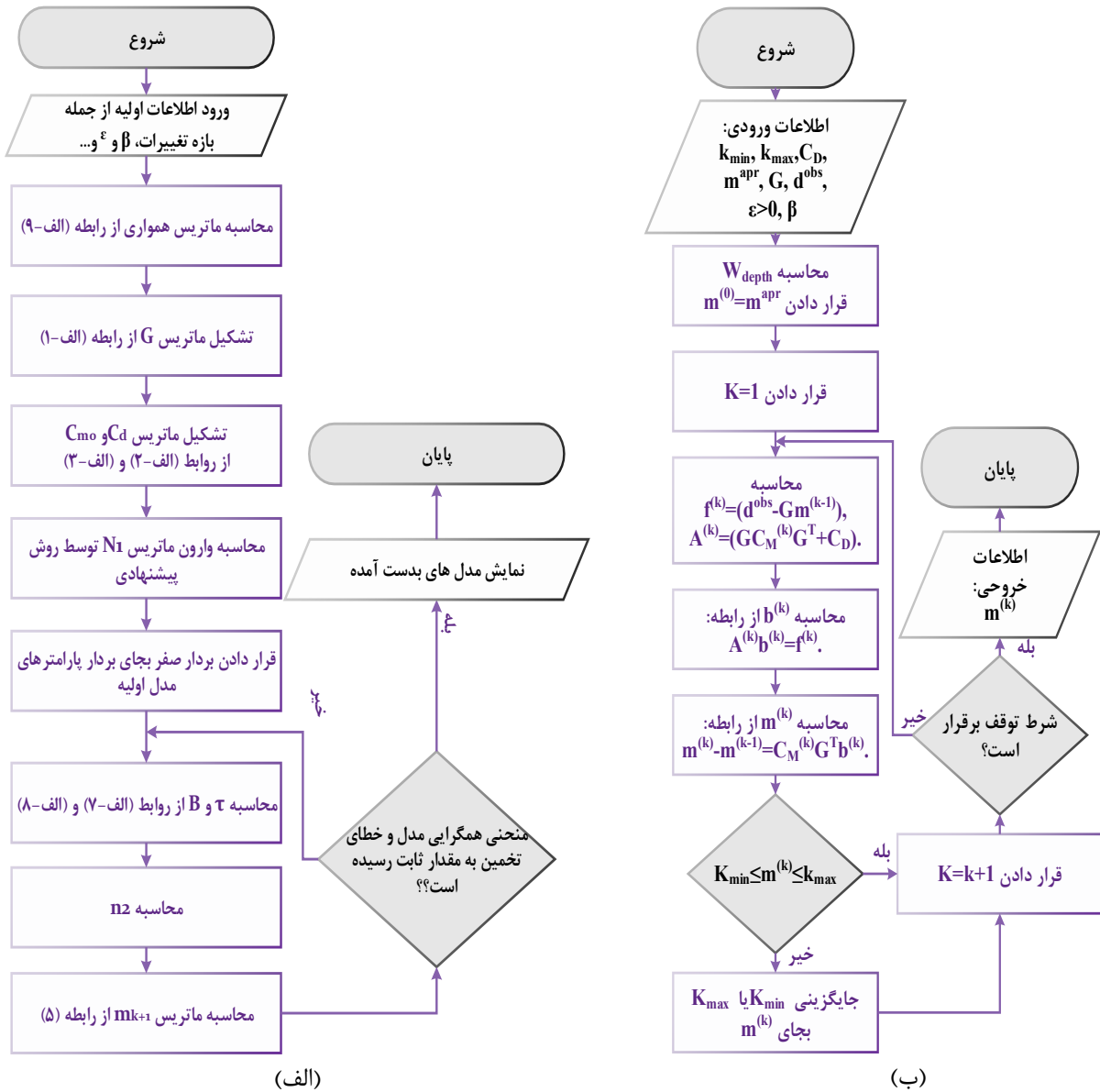
$$m^{(k)} = m^{(k-1)} + C_M^{(k)} G^T (G C_M^{(k)} G^T + C_D)^{-1} (d^{obs} - G m^{(k-1)}) \quad (13)$$

که در آن k تعداد تکرارها، C_M کواریانس پارامترهای مدل، G ماتریس حساسیت، C_D کواریانس داده‌ها، d^{obs} داده‌های اندازه‌گیری شده و یا مشاهده‌ای است. برای خاتمه دادن به این تکرارها باید معیار توقفی تعیین شود. در این مقاله از معیاری که بولانگر و چوتیو [۵] ارائه کردند، استفاده شده است. طبق این معیار هرگاه شرط

$$\chi_{computed}^2 = \left\| \frac{d_i^{obs} - (Gm^{(k)})_i}{\sigma_i} \right\|_2^2 \leq n + \sqrt{2n}$$

برقرار باشد

تکرارها متوقف خواهد شد. در غیر این صورت معیار توقف، بیشینه تعداد تکرارهایی خواهد بود که توسط کاربر تعیین می‌شود. علاوه بر این باید حدود بالا و پایین برای خودپذیری و چگالی مکعب‌ها ($[K_{min}, K_{max}]$) تعیین شود، این کار باعث محدود شدن فضای جستجوی مدل خواهد شد. برای وارون‌سازی تعداد منشورهای مورد استفاده در راستای x (شمال) و y (شرق) برابر ۲۰ و در جهت z (عمق) برابر ۱۲ انتخاب شد و با توجه به آن‌ها ابعاد منشورها در راستای x برابر ۱۰، y برابر ۱۰، z برابر ۱۰ متر بوده است.

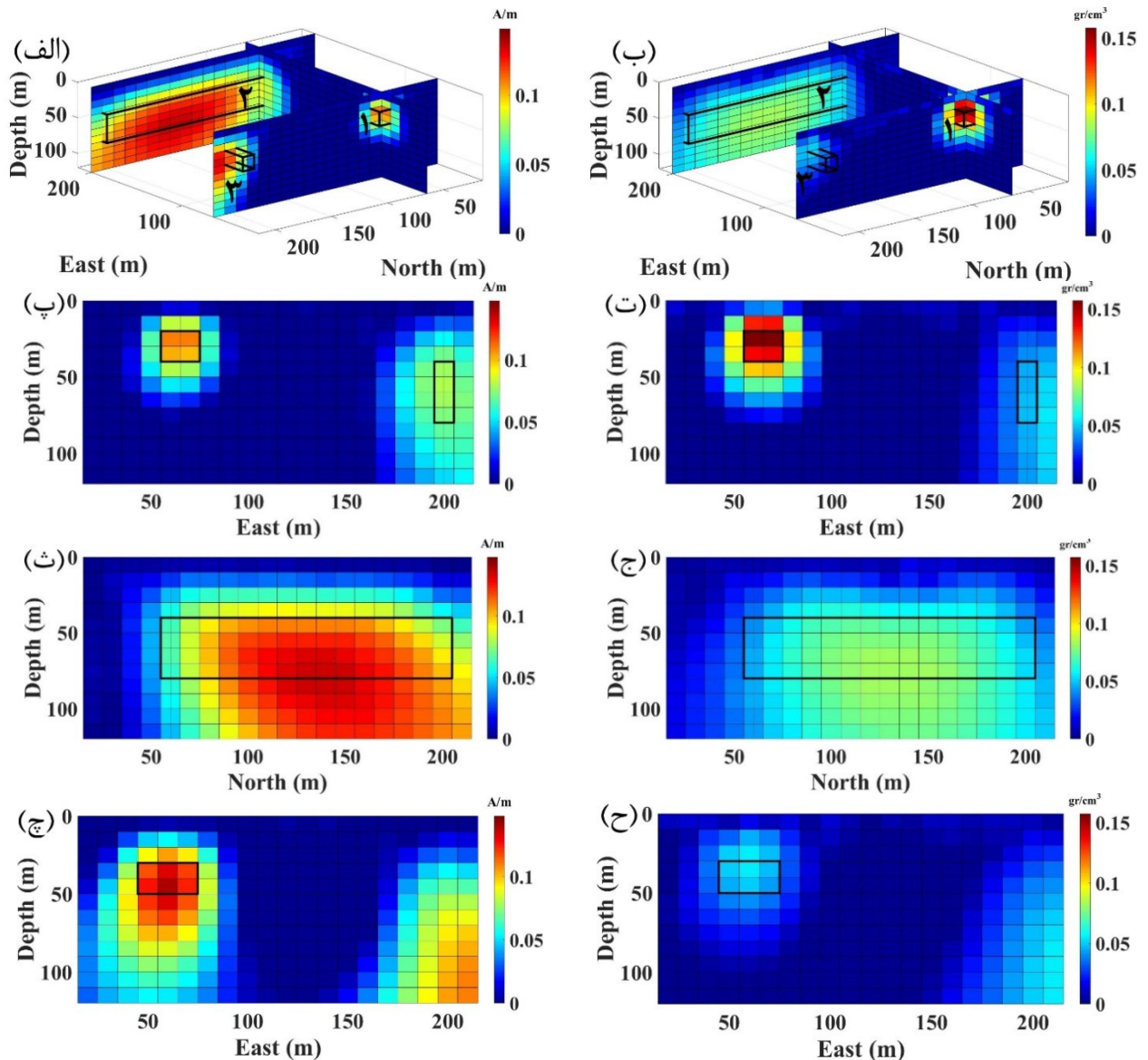


شکل ۴- فلوجارت وارون سازی (الف) وارون سازی تنک توأم، (ب) وارون سازی تنک مجزا

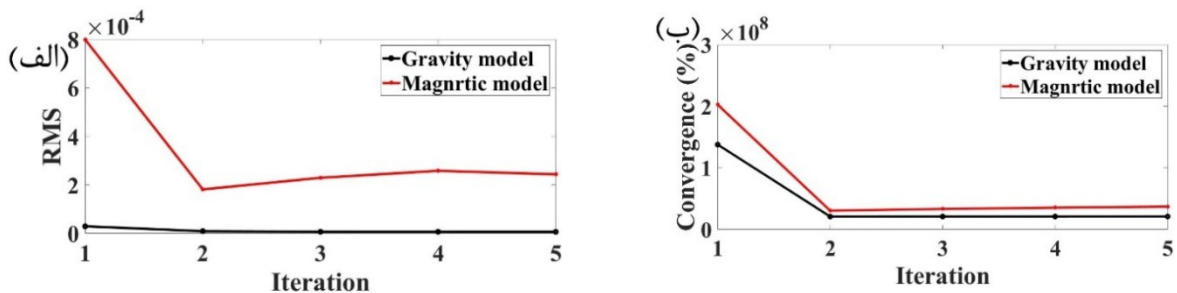
برابر ۱۰ برای مدل مغناطیسی برابر ۱۰^۳ در نظر گرفته شده است (این مقادیر به روش سعی و خطا تخمین زده شده‌اند). بطوریکه با تغییر این پارامترها اقدام به وارون سازی کرده و مقادیری از این پارامترها که مدل‌های بهتری از لحاظ گسترش افقی و قائم ایجاد کند به عنوان مقادیر مطلوب استفاده می‌شوند). مقدار پارامتر β در محاسبه ماتریس وزنی عمقی گرانی برابر ۱،۵ و برای مغناطیسی برابر ۲،۵ است [۲، ۳۹]. الگوریتم زمانی متوقف می‌شود که نمودار خطای تخمین و همچنین همگرایی مدل به مقدار ثابتی برسد.

شکل ۵ نتایج وارون سازی مجزا داده‌های گرانی و مغناطیسی را به کمک الگوریتم وارون سازی تنک مجزا نمایش می‌دهد. آنچه از این شکل‌ها استنباط می‌شود، تخمین غیر دقیق موقعیت آنومالی و گسترش عمقی آن‌ها مخصوصاً در مقاطعی که در شکل ۵-ث و ج نمایش داده شده، می‌باشد.

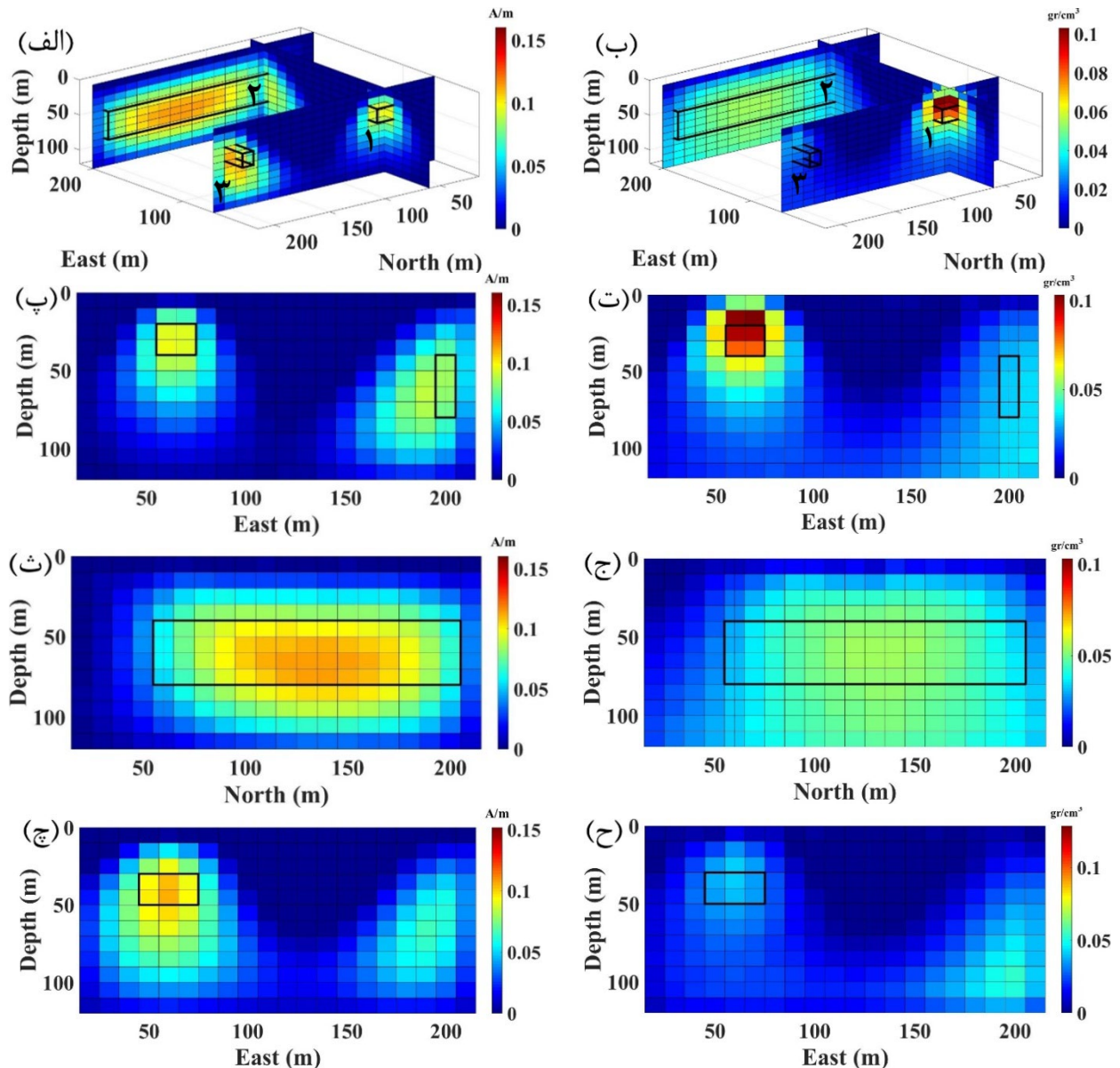
داده‌ها سپس توسط روش وارون سازی توأم با استفاده از قید گرادیان متقاطع به همراه قید همواری وارون سازی شدند. در این روش، مقدار کواریانس پارامترهای مدل اولیه برابر حاصل ضرب ماتریس وزنی عمقی در ضریبی (در این مطالعه ۱۰^۲) در نظر گرفته شده و فاکتور منظم سازی برای مدل گرانی



شکل ۵- مدل‌های وارون به‌دست آمده از وارون‌سازی مجزای داده‌های گرانی و مغناطیسی در فضای داده (کادر مشکی موقعیت واقعی مدل مصنوعی است). (الف و ب) نمای سه‌بعدی مقاطع وارون‌سازی در مختصات‌های $y=65, 200$ (در راستای شرق) و $x=65$ (در راستای شمال) (پ و ت) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $x=65$ (در راستای شرق) (ث و ج) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $y=200$ (در راستای شمال)، (چ و ح) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $x=200$ (در راستای شرق)



شکل ۶- معیارهای توقف الگوریتم وارون‌سازی توأم پیشنهادی. (الف) خطای تخمین مدل در هر تکرار، (ب) همگرایی مدل‌های به‌دست آمده در هر تکرار



شکل ۷- مدل‌های وارون به‌دست آمده از وارون‌سازی توام‌گرادیان متقاطع داده‌های گرانی و مغناطیسی با اعمال قید همواری. (الف و ب) نمای سه‌بعدی مقاطع وارون‌سازی در مختصات‌های $y=65, 200$ (در راستای شرق) و $x=65$ (در راستای شمال) (پ و ت) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $y=65$ (در راستای شرق) (ث و ج) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $y=200$ (در راستای شرق)، (چ و ح) به ترتیب مقاطع عمودی وارون‌سازی عبوری از روی مدل‌های مغناطیس و گرانی در مختصات $x=200$ (در راستای شرق)

از آن نتایج وارون‌سازی توام سه‌بعدی داده‌های گرانی و مغناطیسی به کمک الگوریتم پیشنهادی، برای مقایسه نتایج در راستای پروفیل‌های ترسیم شده وارون‌سازی مجزا ترسیم شدند. شکل ۷ مدل‌ها و مقاطع حاصل از وارون‌سازی توام‌گرادیان متقاطع به همراه قید همواری را نمایش می‌دهد.

تعداد تکرارهای مورد نیاز وارون‌سازی توام ۵ است. نمودار همگرایی و خطای تخمین در هر تکرار در شکل ۶ نمایش داده شده است. برای وارون‌سازی توام پیشنهادی از یک باند ساده برای تخمین پارامترهای مدل استفاده شده است در این شیوه مقادیر پارامترهای مدلی که خارج از بازه تغییرات تخمین زده شده‌اند با نزدیکترین مرز بازه تغییرات جایگزین می‌شوند. پس

مقایسه نتایج بیانگر بهبود قابل توجهی در مدل‌های تولید شده است. شاید با نگاهی بر مقاطع رسم شده در قسمت (پ و ت) شکل‌های ۵ و ۶ به این نتیجه برسیم که بهبودی در تخمین مدل‌ها توسط روش ارائه شده حاصل نشده است ولی مقطع نمایش داده شده در شکل ۷-ث مدل مغناطیسی هموارتر با گسترش عمقی ۴۰ الی ۹۰ متری (هرگاه مرز آنومالی مقدار ۰,۱ در نظر گرفته شود) نشان می‌دهد که در مقایسه با مقطع متناظر در شکل ۵-ث با گسترش عمقی ۴۰ الی بیش از ۱۲۰ متری تخمین بهتری از مدل مصنوعی ۲ دارد. مقایسه مقطع (ج) در شکل ۷ (هرگاه مقدار ۰,۰۶ را به‌عنوان مرز آنومالی در نظر گرفته شود) که گسترش عمقی ۴۰ الی ۸۰ متری را تخمین زده است با همین مقطع در شکل ۵ (هرگاه مرز آنومالی را ۰,۰۸ در نظر بگیریم) که گسترش عمقی ۵۰ الی ۱۲۰ متری را برای مدل گرانی ۲ مشخص می‌کند نشان از این دارد که در وارون‌سازی توأم به تبعیت از مدل مغناطیسی، مرکز مدل گرانی هم در موقعیت درستی تخمین زده شده است ولی در مدل مجزا بعلا کعبه اطلاعات، مرکز مکعب ۲ پایین‌تر از موقعیت واقعی تعیین شده است.

مقاطع (چ و ح) در شکل‌های ۵ و ۷، مقاطعی از مدل‌های به‌دست آمده در موقعیت $x=200$ متری (در راستای شرق) را نمایش می‌دهد. مقایسه موقعیت مکعب ۳ که روی این مقاطع دیده می‌شود به وضوح قابل رویت است که روش وارون‌سازی توأم بهبود یافته مبتنی بر گرادیان متقاطع تخمین بهتری نسبت به روش وارون‌سازی مجزا داشته است.

۴- مدل واقعی

در این بخش الگوریتم ارائه شده روی داده‌های واقعی پیاده شده است. به‌منظور نمایش بهتر کارایی الگوریتم وارون‌سازی توأم، یک محدوده هماتیتی که معمولاً آنومالی مغناطیسی خوبی را تولید نمی‌کند انتخاب شده است.

۴-۱- زمین‌شناسی محدوده مورد مطالعه

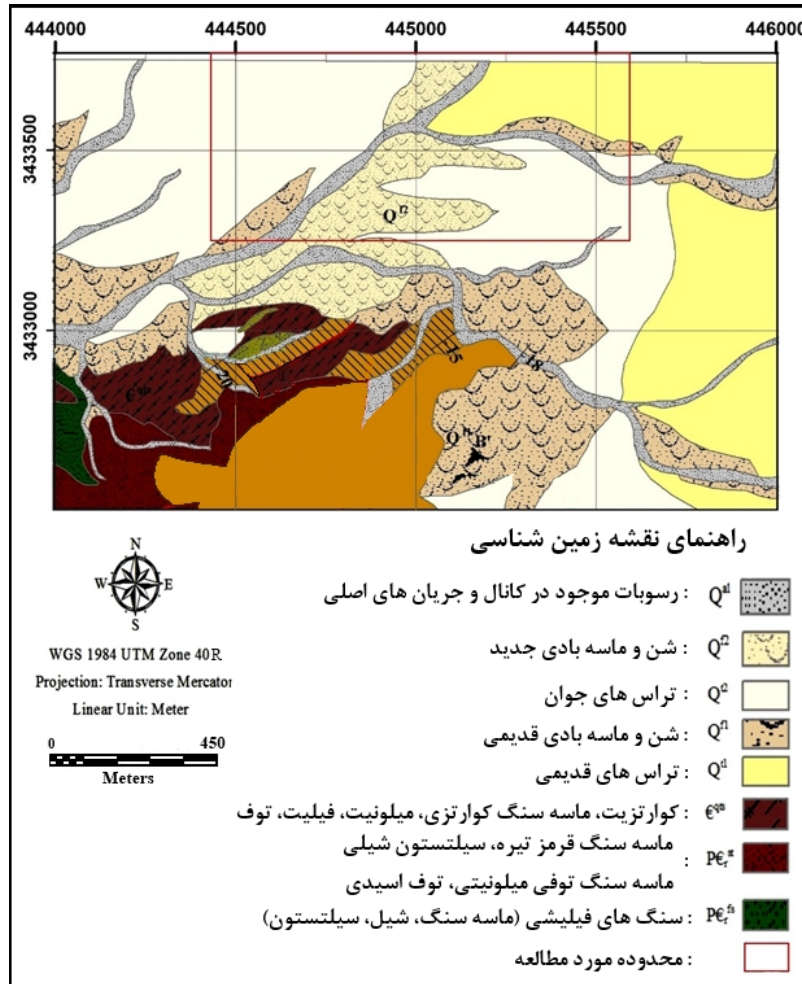
محدوده مورد مطالعه در شهرستان زرنند استان کرمان (ایران) و در شمال معدن آهن جلال‌آباد زرنند واقع شده است. سنگ

میزبان این محدوده، سنگ‌های آتشفشانی و رسوبی سری ریزو است. دایک‌ها و سیل‌ها در سنگ‌های ولکانوکلاستیک و سنگ‌های رسوبی نفوذ کرده و جوان‌تر از آن‌ها هستند. شواهد نشان می‌دهد که آن‌ها قدیمی‌تر و یا هم‌زمان با کانی‌سازی آهن می‌باشند. کانی‌سازی آهن در کانسار جلال‌آباد در اعماق زیاد انجام شده است. شکل کلی کانسارهای اطراف محدوده به صورت یک عدسی کشیده با امتداد شمال‌غربی-جنوب‌شرقی است که در یک ساختمان چین خورده واقع شده است. هماتیت عمدتاً به‌صورت ثانویه از اکسایش مگنتیت ایجاد شده و در بخش‌های کم عمق و سطحی و محل شکستگی‌ها فراوان است. مهم‌ترین انواع دگرسانی در جلال‌آباد شامل دگرسانی در سنگ‌های میزبان کانسار، دگرسانی سدیک، کلریتی، سرسیتی و سیلیسی شدن هستند. بررسی ویژگی‌های مشخصه کانی‌سازی در جلال‌آباد نشان می‌دهد که ویژگی‌های کانی‌سازی در جلال‌آباد مشابه کانسارهای هیدروترمال است [۴۰]. بخشی از نقشه زمین‌شناسی محدوده معدن جلال‌آباد که منطقه مورد مطالعه با کادر قرمز روی آن مشخص شده، در شکل ۸ نشان داده شده است.

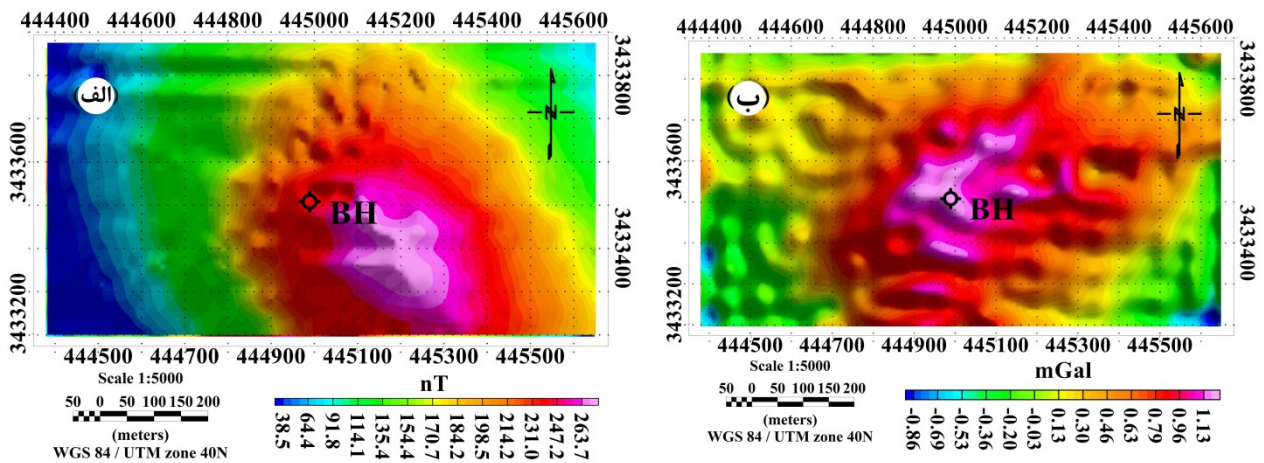
۲-۴- داده‌ها و وارون‌سازی توأم آن‌ها

با در نظر گرفتن شرایط زمین‌شناسی محدوده مورد مطالعه، در ابتدا از روش مغناطیس‌سنجی استفاده شده و برداشت‌ها تحت یک شبکه (فاصله نقاط) 20×20 (فاصله پروفیل‌ها) ۴۰ متری صورت گرفته است. شدت میدان مغناطیسی کل محدوده ۴۶۶۰۰ نانو تسلا، میل مغناطیسی ۴۸,۲ درجه و انحراف مغناطیسی ۲,۸ درجه است. شکل ۹-الف نقشه آنومالی باقیمانده مغناطیسی این محدوده را پس از اعمال تصحیح روزانه نشان می‌دهد. چون در این نقشه دوقطبی بارزی مرتبط با کانی‌سازی مگنتیتی ملاحظه نمی‌شود به‌همین دلیل روش گرانی‌سنجی برای بررسی بهتر محدوده پیشنهاد شد. این برداشت‌ها نیز طبق فواصل شبکه‌ای برداشت‌های مغناطیس‌سنجی انجام شده است. شکل ۹-ب نقشه آنومالی بوگه محدوده را پس از انجام تصحیحات مربوطه نشان می‌دهد. در این نقشه، یک آنومالی

گرانی در محدوده دیده می شود که شدت کمی داشته ولی به علت واقع شدن در این محدوده و رخنمون های سطحی می توان آنرا به آنومالی آهن نسبت داد.



شکل ۸- بخشی از نقشه زمین شناسی محدوده معدن جلال آباد زرنند [۴۰]



شکل ۹- نقشه آنومالی‌های باقیمانده داده‌های گرانی و مغناطیس اندازه‌گیری شده محدوده اطراف معدن جلال آباد به همراه موقعیت گمانه حفاری شده در منطقه. (الف) نقشه آنومالی مغناطیس‌سنجی محدوده (ب) نقشه آنومالی گرانی‌سنجی محدوده

شده‌اند) به علت نمایش توانایی الگوریتم، داده‌های مغناطیسی و گرانی این محدوده برای وارون‌سازی انتخاب شدند. برای انجام مدل‌سازی سه بعدی از ۳۲ منشور در راستای شمال، ۱۶ منشور در راستای شرق، ۸ منشور در راستای عمق و جمعاً ۴۰۹۶ منشور استفاده شده است. ابعاد منشورها در این راستاها به ترتیب ۴۰، ۴۰ و ۵۰ متر است. سایر پارامترهای مورد نیاز برای وارون‌سازی توام سه بعدی در جدول ۲ ارائه شده است. با اعمال این پارامترها و انجام روند تکراری الگوریتم، وارون‌سازی بر روی داده‌های محدوده جلال‌آباد به اجرا درآمد.

لازم به ذکر است که مطالعات ژئوفیزیکی در محدوده معدن جلال آباد در سال ۱۳۹۲ از طریق برداشت مغناطیس‌سنجی و در سال ۱۳۹۳ از طریق برداشت‌های گرانی‌سنجی توسط شرکت مهندسی مشاور معدنکاو انجام شده است. چون در نقشه آنومالی باقیمانده مغناطیسی این محدوده، دوقطبی مغناطیسی بازرری دیده نمی‌شود، داده‌های مغناطیسی از کیفیت پایینی به‌منظور وارون‌سازی برخوردارند از طرفی روش پیشنهادی وارون‌سازی توأم کارایی بالایی در وارون‌سازی این قبیل داده‌ها دارد (بهبود مدل‌های به‌دست آمده از طریق ترکیب دو نوع داده متفاوت که از یک منبع واحد برداشت

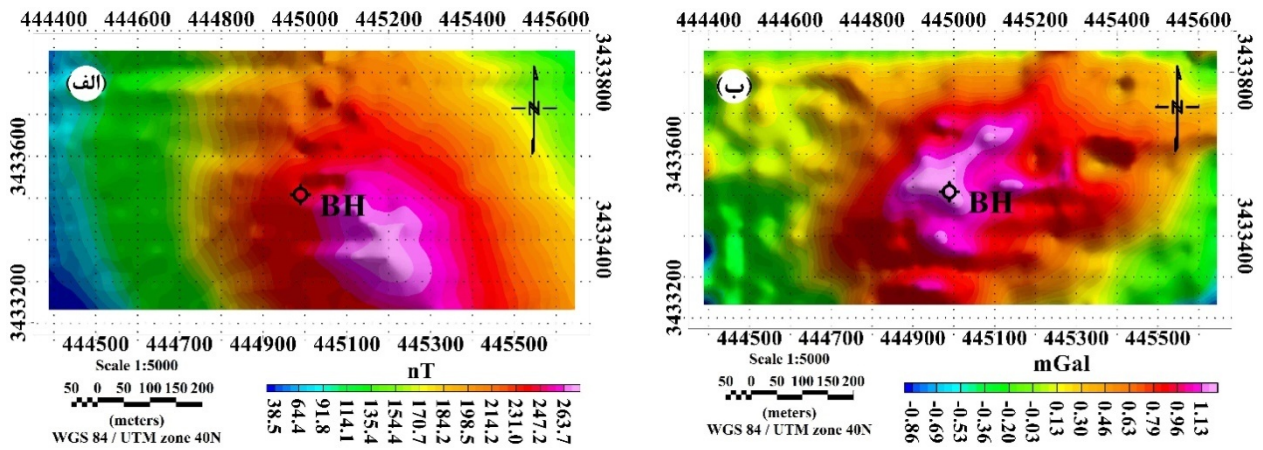
جدول ۲- پارامترهای مورد نیاز برای وارون‌سازی

NIA	Cm	c_1	C_d	β_g	β_t	\overline{M}_g	\overline{M}_t
۱۰	۱۰ ^۲	I	$0.01 \max(dt \langle or \rangle dg)$	۱ / ۳	۱ / ۲	[0 1]	[0 1]

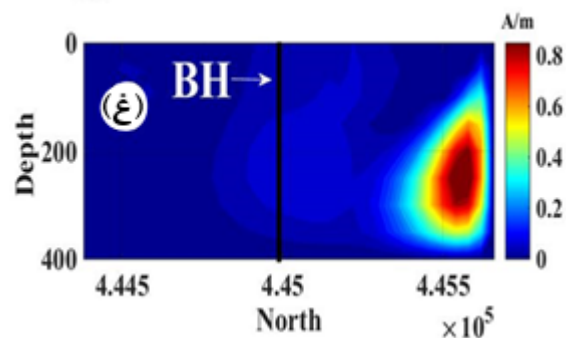
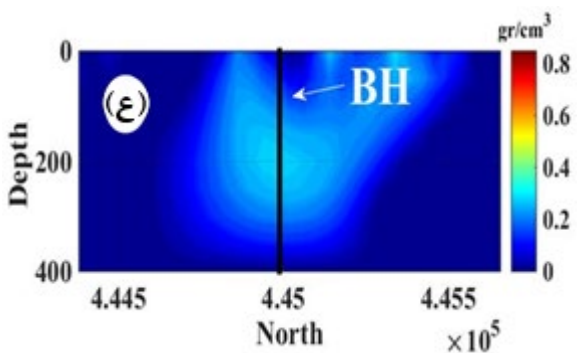
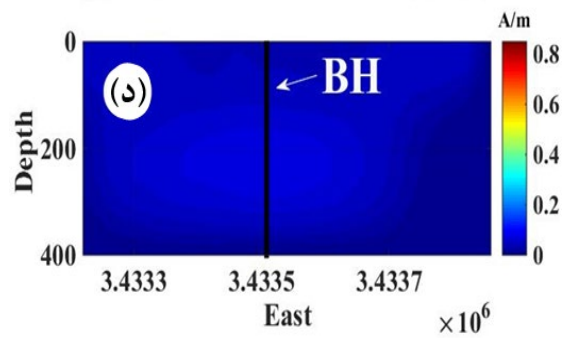
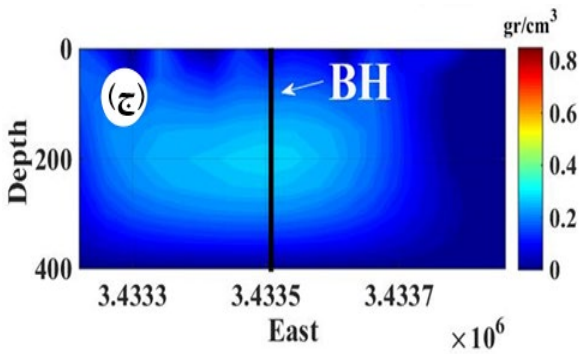
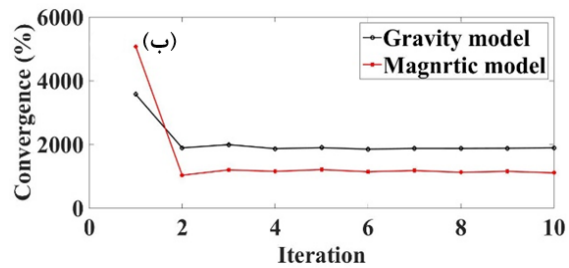
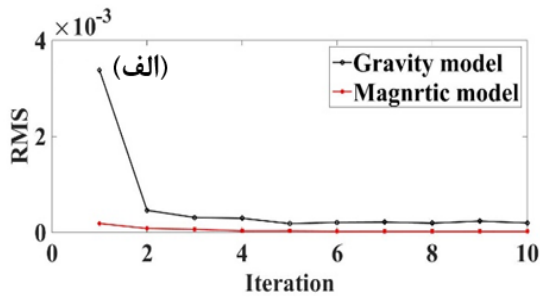
NIA تعداد تکرارهای الگوریتم، β پارامتر رابطه ماتریس وزنی، C_d کواریانس داده‌ها، c_1 فاکتور منظم‌سازی، \overline{M} بازه تغییرات

مدل‌های تخمین زده شده می‌شود. شکل ۱۱ نتایج این وارون‌سازی بدون قید فشرده‌سازی را نشان می‌دهد. شکل ۱۱- الف و ب، خطای تخمین نسبی و همگرایی مدل در هر تکرار روند وارون‌سازی را نشان می‌دهد. این نمودارها از تکرار ۸ام به بعد به مقداری ثابت رسیده و در نتیجه نتایج مطلوب به‌دست آمده است. موقعیت مقاطع وارون‌سازی به‌دلیل مقایسه نتایج به‌دست آمده با واقعیت، طوری تعیین شده است که عمود بر هم بوده و از روی گمانه اکتشافی حفاری شده در محدوده عبور کند.

شکل ۱۰ نقشه آنومالی‌های گرانی و مغناطیسی محاسبه شده (پاسخ مدل سه بعدی) را به همراه موقعیت گمانه حفاری شده در محدوده مورد مطالعه نشان می‌دهد. مقایسه شکل‌های ۹ و ۱۰ بر این واقعیت صحنه می‌گذارد که الگوریتم وارون‌سازی سه بعدی توام داده‌های گرانی و مغناطیس بخوبی توانسته است آنومالی‌های موجود در محدوده را باز تولید کند. اختلاف اندکی که بین آنومالی‌ها وجود دارد مربوط به حضور نوفه در داده‌های اندازه‌گیری شده است. چون داده‌های واقعی همیشه مقداری نوفه به همراه دارند و بازتولید دقیق آن‌ها باعث ورود نوفه به



شکل ۱۰- نقشه آنومالی های باقیمانده داده های گرانی و مغناطیس محاسبه شده محدوده اطراف معدن جلال آباد به همراه موقعیت گمانه حفاری شده در منطقه. (الف) نقشه آنومالی مغناطیس سنجی محدوده (ب) نقشه آنومالی گرانی سنجی محدوده



شکل ۱۱- نتایج وارون‌سازی توام بدون قید فشرده در محدوده مورد مطالعه به همراه موقعیت گمانه حفاری شده. (الف) خطای نسبی تخمین در هر تکرار. (ب) همگرایی مدل به دست آمده. (ج و د) به ترتیب مقطع قائم حاصل از مدل‌های سه‌بعدی گرانی و مغناطیسی به دست آمده در نقطه $x=444989(m)$ و در راستای شرق. (ع و غ) به ترتیب مقطع قائم حاصل از مدل‌های سه‌بعدی گرانی و مغناطیسی به دست آمده در نقطه $y=3433508(m)$ و در راستای شمال

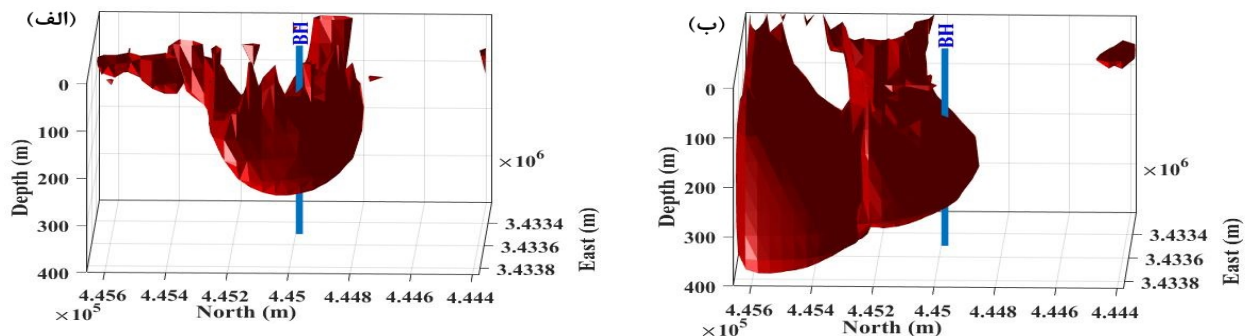
است، به طوری که مرزهایی که برای یک دسته داده به عنوان مرز قابل قبول محسوب نمی‌شوند هم حذف نشده و در روند وارون‌سازی دخالت می‌کنند. برای نمایش بهتر توده‌های زیرسطحی، نمای سه‌بعدی مدل‌های گرانی و مغناطیسی به همراه گمانه حفاری شده در محدوده در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. آزمون و ارتفاع زاویه دید این مدل‌ها به منظور نمایش حداکثر جزئیات بدین صورت انتخاب شده‌اند.

طبق مغزه‌های حفاری به دست آمده، آثار ماده معدنی از عمق ۱۲۰ متری آغاز و تا عمق ۳۵۰ متری ادامه دارد (جدول ۳). بررسی مقاطع ترسیم شده در شکل ۱۱- ج الی غ نشان‌دهنده عبور گمانه از روی ماده معدنی و وجود آنومالی در عمق ۱۲۰ متری الی ۳۵۰ متری می‌باشد. شکل ۱۱- غ که مقطع عبوری روی مدل مغناطیسی است دو توده آنومال را نشان می‌دهد که توده آنومال با مغناطیس‌پذیری زیاد توسط مدل گرانی دیده نمی‌شود. این مثال بسیار خوبی برای بررسی عملکرد الگوریتم

جدول ۳- اطلاعات حاصل از گمانه حفاری شده در منطقه جلال‌آباد [۴۰]

موقعیت قائم محل حفاری			سنگ شناسی
طول حفاری (m)	انتهای (m)	ابتدا (m)	
۱۶/۴	۱۶/۴	۰	نبود مغزه به علت شسته شدن رسوبات آبرفتی
۴۲/۸	۵۹/۲	۱۶/۴	کنگلوما
۲۲/۸	۸۲	۵۹/۲	دولومیت قهوه‌ای سیلیسی شده
۲۹	۱۱۱	۸۲	ماسه‌سنگ قرمز و بنفش با میان لایه‌هایی از شیل
۱۲/۶	۱۲۳/۶	۱۱۱	دولومیت
۸/۱	۱۳۱/۷	۱۲۳/۶	دولومیت قهوه‌ای آغشته به اکسید آهن
۴۶/۳	۱۷۸	۱۳۱/۷	دولومیت قهوه‌ای تیره و سیلیسی شده آغشته به اکسید آهن
۱۱۵/۵	۲۹۳/۵	۱۷۸	دولومیت خاکستری روشن سیلیسی شده آغشته به اکسید آهن
۷/۵	۳۰۱	۲۹۳/۵	دولومیت تیره با میان لایه‌های ماسه‌سنگ سبز
۶۶/۵	۳۶۷/۵	۳۰۱	دولومیت آغشته به اکسید آهن
۲۲/۵	۳۹۰	۳۶۷/۵	شیل
۳/۶	۳۹۳/۶	۳۹۰	ماسه‌سنگ خاکستری
۱/۳	۳۹۴/۹	۳۹۳/۶	دایک دیوریتی

۲	۳۹۶/۹	۳۹۴/۹	ماسه سنگ
۱۲/۲	۴۰۹/۱	۳۹۶/۹	شیل
۱۰/۹	۴۲۰	۴۰۹/۱	دولومیت قهوه‌ای



شکل ۱۲- نمای سه بعدی مدل‌های بدست آمده از وارون سازی توأم ارائه شده به همراه موقعیت گمانه توسط منحنی هم مقدار. (الف) مدل گرانی، (ب) مدل مغناطیسی

۵- نتیجه گیری

مقیاس روبروست. از اینرو پیشنهاد می‌شود از روش‌های سریع حل وارون ماتریس‌ها برای بهبود آن بهره برد که این موضوع در یک کار جداگانه تحقیقاتی توسط نگارندگان در حال انجام است.

تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله از جناب مهندس شهرام ادیب به دلیل در اختیار گذاشتن داده‌های گرانی و مغناطیسی و همچنین داده حفاری محدوده هماتیتی اطراف معدن جلال‌آباد کمال تشکر را دارند.

مراجع

- [۱] Li Y, Oldenburg DW; 1996; "3-D inversion of magnetic data"; Geophysics 61: 394-408
- [۲] Li Y, Oldenburg DW; 1998; "3-D inversion of gravity data"; Geophysics 63: 109-19
- [۳] Portniaguine O, Zhdanov MS; 1999; "Focusing geophysical inversion images"; Geophysics 64: 874-87
- [۴] Portniaguine O, Zhdanov MS; 2002; "3-D magnetic inversion with data compression and image focusing"; Geophysics 67: 1532-41
- [۵] Boulanger O, Chouteau M; 2001; "Constraints in 3D gravity inversion"; Geophysical prospecting 49: 265-80

در این مقاله، به منظور بهبود نتایج وارون سازی مجزا، روش وارون سازی توام دو دسته داده که توسط قید گرادیان متقاطع صورت می‌گیرد استفاده شد. چون وارون سازی در فضای مدل نیاز به حافظه و زمان عملیاتی بالایی دارد، از روش فضای داده برای بهبود حافظه و زمان مورد نیاز برای محاسبات استفاده شد. پس از اعتبارسنجی الگوریتم بهبود یافته توسط داده‌های مصنوعی، الگوریتم بر روی داده‌های واقعی برداشت شده از شمال محدوده معدن جلال‌آباد زرنده استان کرمان اعمال شد. مدل‌های بدست آمده از وارون سازی توام توسط داده‌های حفاری موجود در محدوده مورد تأیید قرار گرفته و گسترش عمقی کانی‌سازی را بین ۱۲۰ الی ۳۵۰ متری نمایش دادند. نتایج نشان دادند که مدل‌های وارون توأم داده‌های گرانی و مغناطیسی، تعریف بهتری از ویژگی‌های ساختاری ارائه می‌نمایند و توسط ترکیب با قیدهای مرسوم (از جمله همواری) می‌تواند کمبودهای موجود در قدرت تفکیک عمقی مدل‌های مجزا را برطرف کند. با مقایسه مدل‌های وارون سازی مجزا و توام، این ادعا که استفاده از قید گرادیان متقاطع برای رفع کمبودهای جانبی موجود در مدل‌های مجزا بسیار مناسب است به وضوح دیده می‌شود. اگرچه این روش برای وارون سازی توام سه بعدی داده‌های میدان پتانسیل بسیار کارآمد است ولی با مشکلاتی همچون سرعت اجرای الگوریتم برای مسائل بزرگ

inversion of seismic refraction and geoelectric data"; Computers & Geosciences 26: 177-200

[۲۱] Anderson M, Matti J, Jachens R; 2004; "*Structural model of the San Bernardino basin, California, from analysis of gravity, aeromagnetic, and seismicity data*"; Journal of Geophysical Research: Solid Earth 109

[۲۲] Lees J, VanDecar J; 1991; "*Seismic tomography constrained by Bouguer gravity anomalies: Applications in western Washington*"; Pure and Applied Geophysics 135: 31-52

[۲۳] Berge P, Berryman J, Bertete-Aguirre H, Bonner P, Roberts, J., Wildenschild D; 2000; "*Joint inversion of geophysical data for site characterization and restoration monitoring*". Rep. Proj 55411

[۲۴] Vozoff K, Jupp D; 1975; "*Joint inversion of geophysical data*"; Geophysical Journal International 42: 977-91

[۲۵] Zhang J, Morgan FD; 1997; "*Joint seismic and electrical tomography*". Presented at 10th EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems

[۲۶] Gallardo LA; 2004; "*Joint two-dimensional inversion of geoelectromagnetic and seismic refraction data with cross-gradients constraint*". University of Lancaster

[۲۷] Bennington NL, Zhang H, Thurber CH, Bedrosian PA; 2015; "*Joint inversion of seismic and magnetotelluric data in the Parkfield Region of California using the normalized cross-gradient constraint*"; Pure and Applied Geophysics 172: 1033-52

[۲۸] Gallardo LA; 2007; "*Multiple cross-gradient joint inversion for geospectral imaging*"; Geophysical Research Letters 34

[۲۹] Gallardo LA, Meju MA; 2004; "*Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints*"; Journal of Geophysical Research: Solid Earth 109

[۳۰] Zhou J, Meng X, Guo L, Zhang S; 2015; "*Three-dimensional cross-gradient joint inversion of gravity and normalized magnetic source strength data in the presence of remanent magnetization*"; Journal of Applied Geophysics 119: 51-60

[۳۱] Joulidehsar F, Moradzadeh A, Doulati Ardejani F; 2018; "*An improved 3D joint inversion method of potential field data using cross-gradient constraint and LSQR method*" Pure and Applied Geophysics 175: 4389-4409.

[۳۲] Gallardo LA, Pérez-Flores M, Gómez-Treviño E; 2005; "*Refinement of three-dimensional multilayer models of basins and crustal environments by inversion*

[۶] Chasseriau P, Chouteau M; 2003; "*3D gravity inversion using a model of parameter covariance*"; Journal of applied geophysics 52: 59-74

[۷] Gallardo-Delgado LA, Pérez-Flores MA, Gómez-Treviño E; 2003; "*A versatile algorithm for joint 3D inversion of gravity and magnetic data*"; Geophysics 68: 949-59

[۸] Guillen A, Courrioux G, Calcagno P, Lane R, Lees T, McInerney P; 2004; "*Constrained gravity 3D litho-inversion applied to Broken Hill*"; ASEG Extended Abstracts 2004: 1-6

[۹] van Zon T, Roy-Chowdhury K; 2006; "*Structural inversion of gravity data using linear programming*"; Geophysics 71: J41-J50

[۱۰] Fullagar PK, Pears GA; 2007; "*Towards geologically realistic inversion*";

[۱۱] Fullagar P, Pears G, Milkereit B; 2007; "*Towards geologically realistic inversion*". Presented at Proceeding of Exploration

[۱۲] Silva Dias FJ, Barbosa VC, Silva JB; 2009; "*3D gravity inversion through an adaptive-learning procedure*"; Geophysics 74: I9-I21

[۱۳] Shamsipour P, Marcotte D, Chouteau M; 2012; "*3D stochastic joint inversion of gravity and magnetic data*"; Journal of Applied Geophysics 79: 27-37

[۱۴] Fregoso E, Gallardo LA; 2009; "*Cross-gradients joint 3D inversion with applications to gravity and magnetic data*"; Geophysics 74: L31-L42

[۱۵] Gallardo LA, Meju MA; 2007; "*Joint two-dimensional cross-gradient imaging of magnetotelluric and seismic travelttime data for structural and lithological classification*"; Geophysical Journal International 169: 1261-72

[۱۶] Julia J, Ammon C, Herrmann R, Correig AM; 2000; "*Joint inversion of receiver function and surface wave dispersion observations*"; Geophysical Journal International 143: 99-112

[۱۷] Nelson KD, Zhao W, Brown L, Kuo J, Che J, et al; 1996; "*Partially molten middle crust beneath southern Tibet: synthesis of project INDEPTH results*"; Science 274: 1684-8

[۱۸] Van Overmeeren RA; 1981; "*A combination of electrical resistivity, seismic refraction, and gravity measurements for groundwater exploration in Sudan*"; Geophysics 46: 1304-13

[۱۹] Lines LR, Schultz AK, Treitel S; 1988; "*Cooperative inversion of geophysical data*"; Geophysics 53: 8-20

[۲۰] Nath SK, Shahid S, Dewangan P; 2000; "*SEISRES—a visual C++ program for the sequential*

در آن n تعداد داده‌های مشاهده‌ای مرتبط با مدل m_g و m تعداد پارامترهای مدل است. مؤلفه‌های ماتریس D عبارت‌اند از:

$$D_g^{sj} = \partial(Dm_g)^s / \partial m_g^j, \quad s = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m$$

$$C_{d_0} = \begin{bmatrix} C_{d_g} & & & \\ & C_{d_t} & & \\ & & C_{L_g} & \\ & & & C_{L_t} \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۲})$$

$$C_{m_0} = \begin{bmatrix} C_{m_g} \\ C_{m_t} \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۳})$$

$$d_0 - g_D(\hat{m}_k) = \begin{bmatrix} d_g - f_g(\hat{m}_g^k) \\ d_t - f_t(\hat{m}_t^k) \\ L_g^{apr} - Dm_g^k \\ L_t^{apr} - Dm_t^k \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۴})$$

$$g_m(\hat{m}_k) = \begin{bmatrix} t_x(\hat{m}_g^k, \hat{m}_t^k) \\ t_y(\hat{m}_g^k, \hat{m}_t^k) \\ t_z(\hat{m}_g^k, \hat{m}_t^k) \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۵})$$

$$B_k = \begin{bmatrix} B_{g_x} & B_{t_x} \\ B_{g_y} & B_{t_y} \\ B_{g_z} & B_{t_z} \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۶})$$

که در آن هر مؤلفه ماتریس B_k برابر است با $B_{g_x}^{qj} = \partial t_x^q / \partial m_g^j, q = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m$ و j سطر و q ستون‌های ماتریس B می‌باشند.

به علت این‌که تابع گرادیان متقاطع و عملگر لاپلاسین (برای تنظیم همواری مدل) توابع غیر خطی هستند برای محاسبه آن‌ها نیاز به گسسته‌سازی فضای زیر سطحی است. بدین منظور از شکل الف-۱ استفاده شده است. شکل الف-۱-الف

of gravity and magnetic data"; Tectonophysics 397: 37-54

[۳۳] Tarantola A, Valette B; 1982; "Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion"; Reviews of Geophysics 20: 219-32.

[۳۴] Pak, Y. C., Li, T., & Kim, G. S. 2017; "2D data-space cross-gradient joint inversion of MT, gravity and magnetic data"; Journal of Applied Geophysics, 143, 212-222.

[۳۵] Blakely RJ; 1996; "Potential theory in gravity and magnetic applications": Cambridge University Press

[۳۶] Rao DB, Babu NR; 1991; "A rapid method for three-dimensional modeling of magnetic anomalies"; Geophysics 56: 1729-37

[۳۷] Rao DB, Prakash M, Babu NR; 1990; "3D AND 2½ D MODELLING OF GRAVITY ANOMALIES WITH VARIABLE DENSITY CONTRAST"; Geophysical Prospecting 38: 411-22

[۳۸] Tarantola A; 2005; "Inverse problem theory and methods for model parameter estimation": siam

[۳۹] Cella F, Fedi M; 2012; "Inversion of potential field data using the structural index as weighting function rate decay"; Geophysical Prospecting 60: 313-36.

[۴۰] ژولیده‌سر، ف. و مصطفایی، ک.، ۱۳۹۲؛ "خدمات ژئوفیزیک مگنتومتر و گراویمتری در آنومالی‌های سنگ آهن مرکزی، پروژه اکتشاف گرانی سنجی در محدوده شمالی معدن سنگ آهن جلال آباد زرنند، گزارش گرانی سنجی"، مشارکت شرکت معدنکاو و زمین موج گستر.

پیوست الف

بسط ماتریس‌ها و بردارهای مورد استفاده در رابطه ۵ به قرار زیر است [۱۴]:

$$G = \begin{bmatrix} A_g & & \\ & A_t & \\ D_g & & D_t \end{bmatrix} \quad (\text{الف-۱})$$

هر مؤلفه از ماتریس A_I توسط عبارت $A_g^{ij} = \partial f_g^i / \partial m_g^j, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$ به دست می‌آید. که

$$[B_x^g, B_x^t] = \frac{4}{\Delta y \Delta z} [\dots(m_t(i, j, k+1) - m_t(i, j, k)) \dots (m_t(i, j+1, k) - m_t(i, j, k+1)) \dots (m_t(i, j, k) - m_t(i, j+1, k)) \dots \quad (\text{الف-۸}) \\ (m_g(i, j, k) - m_g(i, j, k+1)) \dots m_g(i, j, k+1) - m_g(i, j+1, k)) \dots (m_g(i, j+1, k) - m_g(i, j, k)) \dots];$$

شکل (الف-۱-ب) شمای گسسته هفت منشوری که عملگر همواری لاپلاسیان را تعریف می‌کند، است. با استفاده از این شکل رابطه عملگر همواری به صورت رابطه (الف-۹) خواهد بود.

$$D(m(i, j, k)) = \frac{1}{6} [-m(i-1, j, k) - m(i+1, j, k) - m(i, j-1, k) - m(i, j+1, k) - m(i, j, k-1) - m(i, j, k+1) + 6m(i, j, k)]; \quad (\text{الف-۹})$$

برای این که روند تکراری الگوریتم به اتمام برسد نیاز به دو معیار توقف است. به این منظور از خطای تخمین (rms) و همگرایی ($conv$) مدل‌ها استفاده خواهد شد. خطای تخمین و همگرایی مدل‌ها با روابط (الف-۱۰) و (الف-۱۱) به دست می‌آیند [۲۹]:

$$RMS_{g\langle or \rangle t} = \left\{ \left[d_{g\langle or \rangle t} - A_{g\langle or \rangle t} \left(m_{g\langle or \rangle t} \right) \right]^T C_{d_g}^{-1} \left[d_{g\langle or \rangle t} - A_{g\langle or \rangle t} \left(m_{g\langle or \rangle t} \right) \right] / m d_{g\langle or \rangle t} \right\}^{1/2}; \quad (\text{الف-۱۰})$$

که در آن md_t و md_g به ترتیب تعداد داده‌های گرانی و مغناطیسی است و:

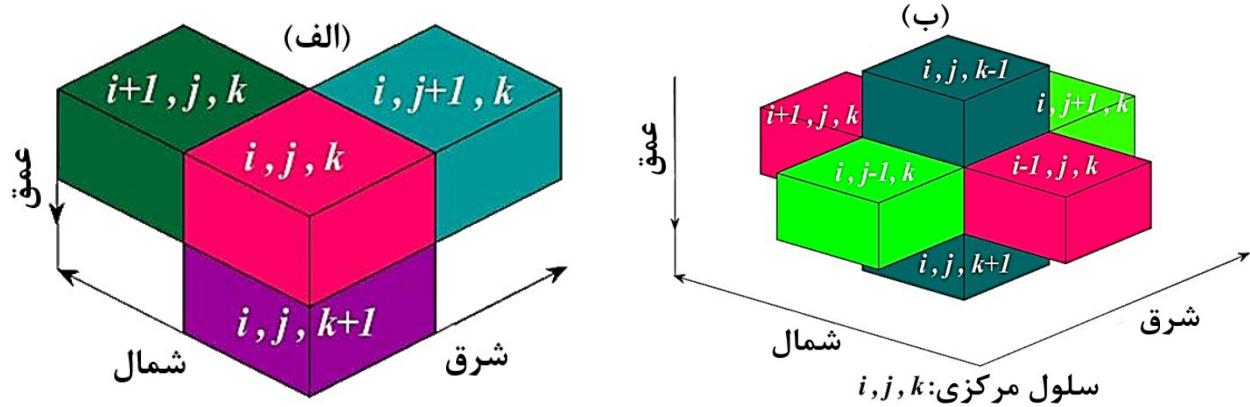
$$conv_{g\langle or \rangle t} (\%) = 100 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\left(m_{g\langle or \rangle t}^k \right)_i - \left(m_{g\langle or \rangle t}^{k-1} \right)_i \right)^2}{\left(m_{g\langle or \rangle t}^{k-1} \right)_i^2 + \varepsilon}} / m \quad (\text{الف-۱۱})$$

شمای چهار منشوری متمرکز مورد استفاده برای محاسبه تابع گرادیان متقاطع را نشان می‌دهد. طبق این شکل، مدل تابع گرادیان متقاطع به صورت رابطه الف-۷ و عبارت مربوط به ژاکوبین تابع گرادیان متقاطع به صورت رابطه الف-۸ است.

$$\tau_x = \frac{4}{\Delta y \Delta z} [(m_g(i, j+1, k) - m_g(i, j, k))m_t(i, j, k+1) + (m_g(i, j, k+1) - m_g(i, j+1, k))m_t(i, j, k) + (m_g(i, j, k) - m_g(i, j+1, k+1))m_t(i, j+1, k)];$$

$$\tau_y = \frac{4}{\Delta x \Delta z} [(m_g(i, j, k+1) - m_g(i, j, k))m_t(i+1, j, k) + (m_g(i+1, j, k) - m_g(i, j, k+1))m_t(i, j, k) + (m_g(i, j, k) - m_g(i+1, j, k))m_t(i, j, k+1)]; \quad (\text{الف-۷})$$

$$\tau_z = \frac{4}{\Delta x \Delta y} [(m_g(i+1, j, k) - m_g(i, j, k))m_t(i, j+1, k) + (m_g(i, j+1, k) - m_g(i+1, j, k))m_t(i, j, k) + (m_g(i, j, k) - m_g(i, j+1, k))m_t(i+1, j, k)];$$



شکل الف-۱- گسسته‌سازی فضای زیرسطحی. (الف) شمای گسسته چهار منشوری در راستای شمال، شرق و عمق برای تعریف تابع گرادیان متقاطع (با تغییر [۱۴]). (ب) شمای گسسته هفت منشوری متمرکز برای تعریف عملگر سه بعدی لاپلاسیان.

^۱ Non uniqueness

^۲ Smooth and small model inversion

^۳ Focused inversion

^۴ Growing source bodies

^۵ Combination of mathematic models

^۶ Covariance-based inversion

^۷ Recovery of arbitrary layers of variable properties

^۸ Stochastic lithology-based inversion

^۹ Adaptive inversion

^{۱۰} Adaptive- Learning inversion

^{۱۱} Joint inversion

^{۱۲} Cross-gradient constraint

^{۱۳} Data-free space

^{۱۴} Sequential inversion

^{۱۵} Cooperative inversion

^{۱۶} Correlated and uncorrelated data

^{۱۷} Petrophysical approach