

## «یادداشت فنی»

### ارایه مدل ریاضی عملیاتی بر مبنای برنامه‌ریزی عدد صحیح برای برنامه‌ریزی

### تولید کوتاه مدت معادن روباز

احمد جعفری<sup>۱</sup>؛ عباس ابراهیمی دنجکلایی<sup>۲</sup>؛ جواد غلام نژاد<sup>۳\*</sup>

- ۱- استادیار دانشکده مهندسی معدن، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران؛ Email: ajafari@ut.ac.ir  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشکده مهندسی معدن  
۳- استادیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد؛ Email: j.gholamnejad@yazduni.ac.ir

(دریافت ۴ آذر ۱۳۸۸، پذیرش ۲۱ مرداد ۱۳۸۹)

#### چکیده

برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت چگونگی ترتیب استخراج بلوک‌های کانسنگ و باطله را برای دوره‌های زمانی شیفتی، روزانه، هفتگی یا ماهانه تعیین می‌کند. هدف از این برنامه‌ریزی تعیین زمان استخراج بلوک‌ها به گونه‌ای است که محدودیت‌هایی نظیر حداقل و حداکثر عیار مواد ارسالی به کارخانه فرآوری، تناژ کانسنگ و باطله استخراجی از معدن، شیب معدن و غیره در هر دوره زمانی برآورده شوند. تاکنون مدل‌های ریاضی متعددی برای برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت ارائه شده است، اما به دلیل این که این مدل‌ها نتوانستند محدودیت فضای کاری برای ماشین‌آلات را در مدلسازی به طور موثر پیاده کنند، از لحاظ عملیاتی قابل اجرا نیستند. در این مقاله، مدل موجود برای برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت طوری بسط داده شده است که جواب بدست آمده از حل آنها تضمین می‌کند که قبل از استخراج هر بلوک نه تنها باید ۹ بلوک فوقانی آن برداشت شود بلکه باید ۲ یا ۳ بلوک موجود در پیش روی آن بلوک، در همان سطح، نیز استخراج شود. در این راستا محدودیت دسترسی به بلوک‌های موجود در یک تراز معدن روباز تعریف شد. این مدل‌ها دارای یک تابع هدف و تعدادی محدودیت هستند و شرط فراهم بودن فضای کاری برای ماشین‌آلات در قالب محدودیت دسترسی وارد مدل شد. همچنین در این مقاله ابتدا سه مدل ریاضی مختلف برای برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت بیان شده است. هر سه مدل بر پایه برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح می‌باشند و تفاوت آنها در روش دسترسی به بلوک‌های واقع در پله هم تراز است. در نهایت با ذکر یک مثال این سه مدل در نرم افزار Excel 2007 پیاده شد و سپس توسط نرم افزار Premium Solver Version 9.0 مدل‌های ساخته شده حل گردید و نتایج حل آنها با هم مقایسه شده‌اند.

#### کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت، معدن روباز، محدودیت دسترسی، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح

\* نویسنده مسئول و عهده‌دار مکاتبات

## ۱- مقدمه

در ابتدا علائم اختصاری استفاده شده در مدل ریاضی برنامه‌ریزی کوتاه مدت تشریح می‌شود:

$t$ : بازه زمانی است که برنامه‌ریزی در آن انجام می‌شود،  
 $T$ : تعداد کل بازه های زمانی برنامه‌ریزی،  $t = 1, 2, \dots, T$   
 $i, j, k$ : مختصات بلوک در جهت محور مختصاتی  $x, y, z$   
 $I, J, K$ : شماره کلی بلوک موجود در مدل بلوکی در جهت-  
 های  $x, y, z$

$Y_{ijk}^t$ : یک متغیر تصمیم صفر و یک است که اگر بلوک  $i, j, k$  در بازه زمانی  $t$  استخراج شود، مقدار آن برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است،  
 $g_{ijk}^c$ : عیار عنصر  $c$  موجود در بلوک  $i, j, k$  که اگر  $c=1, 2, \dots, C$  باشد آنگاه  $C$  تعداد عناصر مزاحم موجود در بلوک  $i, j, k$  است و اگر  $c=C+1, C+2, \dots, P$  پارامتر  $P$  شاخصی برای وجود عناصر مفید موجود در بلوک  $i, j, k$  می-باشد،

$TO_{ijk}$ : تناژ کانسنگ موجود در بلوک  $i, j, k$

$TW_{ijk}$ : تناژ باطله موجود در بلوک  $i, j, k$

$G_u^c$ : حد بالایی عیار متوسط مواد ارسالی به کارخانه فرآوری در خصوص عنصر  $c$ ،

$G_l^c$ : حد پایینی، عیار متوسط مواد ارسالی به کارخانه فرآوری در خصوص عنصر  $c$ ،

$OC_{max}^t$ : حداکثر کل تناژ کانسنگی که باید توسط کارخانه در دوره زمانی  $t$  فرآوری شود.

$OC_{min}^t$ : حداقل کل تناژ کانسنگی که باید توسط کارخانه در دوره زمانی  $t$  فرآوری شود.

$TC_{max}^t$ : حد بالای کل سنگ، اعم از باطله و کانسنگ، که می‌تواند در دوره زمانی  $t$  معدنکاری شود.

$TC_{min}^t$ : حداقل مقدار سنگ، اعم از باطله و کانسنگ، که باید در دوره  $t$  معدنکاری شود.

با توجه به تعاریف فوق، شکل اولیه مدل برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت شامل قسمت‌های زیر است:

**تابع هدف:** هدف از استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی در برنامه‌ریزی تولید، تعیین ترتیب بهینه استخراج بلوکها است [۵]. این بهینه‌سازی می‌تواند بر اساس توابع هدف مختلفی صورت گیرد. در این مقاله دو نوع تابع هدف بررسی می‌شود؛ یکی استفاده از یک تابع هدف منفرد بطوریکه این تابع منجر به ارایه برنامه‌ریزی تولیدی برای کوتاه مدت شود که اهداف برنامه‌ریزی تولید بلند مدت در آن برآورده گردد. به عنوان مثال، استخراج بلوک‌هایی با درصد عناصر مزاحم بیشتر در

هدف اصلی در برنامه‌ریزی تولید بلند مدت، تحلیل جریان نقدینگی و تهیه نقشه های سالانه پیشروی، مراحل رشد معدن روباز در طی زمان، است در حالی که برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت بر روی نقشه های تولید سالانه معدن اعمال می‌شود که این نقشه ها قبلاً توسط برنامه‌ریزی تولید بلند مدت تهیه شده‌اند [۱]. هدف از برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت عبارت است از:

- ارسال کانسنگ با عیار و تناژ مشخص به کارخانه فرآوری در هر بازه زمانی به منظور اطمینان یافتن از تولید کنسانتره نهایی با کمیت و کیفیت مناسب.
- فراهم آوردن جاده دسترسی به تمام پله های در حال کار [۳ و ۲].
- به حداکثر رساندن بهره گیری از ظرفیت تجهیزات معدنی مثل شاول، کامیون و غیره
- به حداقل رساندن زمان بیکاری ماشین‌آلات معدنی و جلوگیری از جابجایی بیش از حد آنها [۴].
- به حداقل رساندن انحراف از برنامه‌ریزی تولید بلند مدت.
- در نظر گرفتن زوایای شیب کاری معدن. [۶ و ۵]

استفاده از مدل‌سازی ریاضی در برنامه‌ریزی تولید از سال ۱۹۶۰ میلادی در معادن روباز متداول شده است. تاکنون مدل های متعددی برای برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت ارائه شده است اما این مدل‌ها یا نتوانستند محدودیت فضای کاری برای ماشین آلات را به طور موثر در نظر بگیرند و یا مبنای ریاضی نداشته و تضمینی برای بهینه بودن جواب آنها وجود نداشته است. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل ویلکه و کالدر [۲]، مدل ویلکه و ریمر [۵]، مدل مان و ویلکه [۸]، مدل چاندا و ویلکه [۹] و مدل اسمیت [۴] اشاره نمود. در این مقاله، مدل برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت طوری بسط داده می‌شود که جواب بدست آمده از حل آنها تضمین نماید که قبل از استخراج هر بلوک نه تنها باید ۹ بلوک فوقانی آن برداشت شود بلکه باید ۲ یا ۳ بلوک موجود در پیش روی آن بلوک نیز استخراج گردد. در این راستا محدودیت دسترسی به بلوک‌های موجود در یک تراز معدن روباز جهت برداشت توسط ماشین‌آلات، تعریف می‌شود. این مدل دارای یک تابع هدف و تعدادی محدودیت است و شرط فراهم بودن فضای کاری برای ماشین‌آلات در قالب محدودیت دسترسی برآورده می‌شود.

## ۲- مدل ریاضی برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت معادن روباز

محدودیت زاویه شیب: این محدودیت اطمینان می‌دهد که همه بلوک‌هایی که به‌طور مستقیم روی بلوک  $i,j,k$  قرار گرفته‌اند همزمان با بلوک  $i,j,k$  یا قبل از آن استخراج شده باشد. برای نمایش بلوک‌های محدود کننده یک بلوک، از الگوی مخروطی استفاده می‌شود. متداول‌ترین الگوی مخروطی الگوی ۹ بلوکی است. در این الگو بلوک‌های فوقانی هر بلوک ۹ عدد در نظر گرفته می‌شود.

$$9Y'_{i,j,k} - \sum_{l=1}^t \sum_{m=i-1}^{i+1} \sum_{n=j-1}^{j+1} Y'_{m,n,k+1} \leq 0 \quad (6)$$

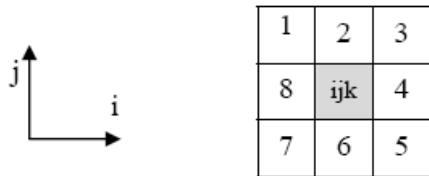
For  $t = 1, 2, \dots, T$  ;  $i = 1, 2, \dots, I$  ;  $j = 1, 2, \dots, J$  &  $k = 1, 2, \dots, K$ .

**محدودیت ذخیره:** این محدودیت تضمین می‌کند که هر بلوک در مدل فقط یک بار استخراج شود:

$$\sum_{t=1}^T Y'_{ijk} \leq 1 \quad (7)$$

For  $t = 1, 2, \dots, T$  ;  $i = 1, 2, \dots, I$  ;  $j = 1, 2, \dots, J$  &  $k = 1, 2, \dots, K$

**محدودیت دسترسی ماشین آلات به بلوک:** با توجه به اینکه هر بلوک موجود روی یک پله معدن روباز، توسط ۸ بلوک مجاور خود که در همان تراز پله واقع شده‌اند، احاطه شده است (شکل ۱)، در این حالت محدودیتی به نام محدودیت دسترسی به بلوک‌های موجود در پله معدن روباز تعریف می‌شود.



شکل ۱: بلوک‌های احاطه کننده بلوک  $i,j,k$  واقع در روی یک پله معدن روباز

با توجه به شکل ۱ فرض می‌شود که برای استخراج بلوک  $i,j,k$  باید حداقل ۲ یا ۳ بلوک مجاور آن معدنکاری شود. در این حالت سه روش مختلف برای دسترسی به بلوک  $ijk$  می‌توان بررسی نمود:

الف- در روش اول فرض بر این است که برای دسترسی به بلوک  $i,j,k$  باید ۳ بلوکی که از نظر مختصاتی در پیش روی آن بلوک قرار دارد، برداشت شوند تا به بلوک مورد نظر دسترسی پیدا کرد. این محدودیت، محدودیت دسترسی ۳ بلوکی نوع اول نامگذاری می‌شود. با این فرض برای بسط مدل ریاضی محدودیت دسترسی بلوک‌ها، ابتدا یک مخروط افقی روی بلوک

سالهای اول پروژه به شرطی که درصد این عناصر از حد مجاز فراتر نرود، می‌تواند به عنوان یک هدف مطرح باشد. این تابع تضمین می‌کند که بلوک‌هایی با درصد عناصر مزاحم بیشتر در بازه‌های زمانی اولیه استخراج شده و در بازه‌های آتی احتمال برخورد به بلوک‌هایی با درصد عناصر مزاحم بالا، کمتر شود. روش دوم استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی است. در این روش تابع هدف، کمینه‌سازی انحرافات تعدادی از اهداف از مقادیر مورد انتظارشان است. این انحرافات به صورت متغیرهایی در محدودیت‌های مدل اعمال می‌شود. در این مقاله از روش اول استفاده می‌شود، لذا تابع هدف به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Max Z = \sum_{t=1}^T \sum_{c=1}^C \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{Y'_{ijk} \cdot g'_{ijk} \cdot TO_{ijk}}{(1+d)^t} \quad (1)$$

در این رابطه  $d$  یک نرخ تنزیل مجازی است که باعث می‌شود استخراج بلوک‌هایی که درصد عناصر مزاحم بالاتری دارند زودتر انجام شود.

**محدودیت اختلاط عیار:** عیار متوسط عنصر مضر موجود در کانسنگ ارسالی به کارخانه فرآوری باید کوچکتر از حد بالای آن،  $G_u^c$ ، در هر دوره معدنکاری باشد [۴]:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{Y'_{ijk} \cdot g'_{ijk} \cdot TO_{ijk}}{Y'_{ijk} \cdot TO_{ijk}} \leq C_u^c \quad (2)$$

For  $c = 1, 2, \dots, C$ ;  $t = 1, 2, \dots, T$

همچنین عیار متوسط عنصر مفید موجود در مواد ارسالی به کارخانه فرآوری باید کوچکتر از حد بالای  $G_u^c$  و بزرگتر از حد پایین آن،  $G_l^c$ ، در هر دوره معدنکاری باشد:

$$C_l^c \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \frac{Y'_{ijk} \cdot g'_{ijk} \cdot TO_{ijk}}{Y'_{ijk} \cdot TO_{ijk}} \leq C_u^c \quad (3)$$

For  $c = C+1, C+2, \dots, P$  ,  $t = 1, 2, \dots, T$

**محدودیت استخراج کانسنگ:** کل تناژ کانسنگ استخراج شده در هر دوره معدنکاری باید بزرگتر از حد پایین،  $OC_{min}^t$ ، و کوچکتر از حد بالای آن،  $OC_{max}^t$ ، باشد [۴]:

$$OC_{min}^t \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K Y'_{ijk} \cdot TO_{ijk} \leq OC_{max}^t \quad (4)$$

For  $t = 1, 2, \dots, T$

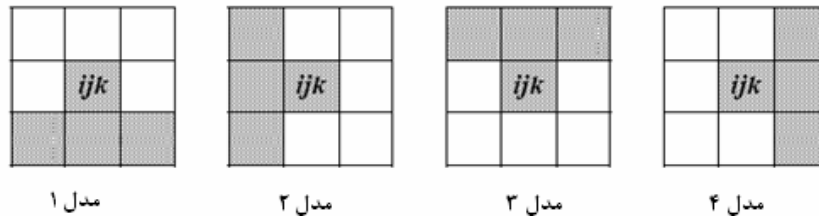
**محدودیت ظرفیت استخراج:** کل تناژ سنگ، اعم از باطله و کانسنگ، که در هر دوره معدنکاری می‌شود باید بزرگتر از حد پایین،  $TC_{min}^t$ ، و کوچکتر از حد بالای آن،  $TC_{max}^t$ ، باشد:

$$TC_{min}^t \leq \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K Y'_{ijk} \cdot (TO_{ijk} + TW_{ijk}) \leq TC_{max}^t \quad (5)$$

For  $t = 1, 2, \dots, T$

مخروط انجام می‌گیرد.

$i,j,k$  ساخته می‌شود (شکل ۲) و مدل‌سازی بر اساس این



شکل ۲: انواع روش‌های دسترسی به یک بلوک در محدودیت دسترسی ۳ بلوکی نوع اول

۸ تا ۱۱ انتخاب شود و فعال باشد. برای مثال اگر فرض شود که  $X'_1=1, X'_2=1, X'_3=0, X'_4=1$  باشند، بنابراین محدودیت ۹ انتخاب شده و بلوک  $i,j,k$  از سمت شرق قابل دسترسی خواهد بود. حال اگر فرض شود که  $X'_1=1, X'_2=0, X'_3=0, X'_4=1$ ، آنگاه محدودیت‌های ۹ و ۱۰ انتخاب شده و بلوک  $i,j,k$  از سمت شرق و شمال قابل دسترس خواهد بود. با توجه به مطالب بالا، می‌توان گفت که  $X'_i$  موجود در روابط بالا، شاخصی برای انتخاب جهت مناسب برای دسترسی به بلوک‌ها است.

ب- روش دوم این است که، تعداد بلوکی که باید برداشت شوند تا به بلوک مفروض دسترسی پیدا شود، همان ۳ بلوک مجاور باشد به طوری که یکی از ۳ بلوک مجاور در گوشه این ۹ بلوک واقع باشد، با تاکید بر این نکته که ۳ بلوک مفروض باید بهم چسبیده بوده و در کنار یکدیگر قرار داشته باشند. این محدودیت، محدودیت دسترسی ۳ بلوکی نوع دوم نام دارد. حال با این فرض، برای بسط مدل بر اساس این محدودیت، ابتدا مانند حالت قبل یک مخروط افقی روی بلوک مفروض  $i,j,k$ ، مطابق شکل ۳ ایجاد شده و محدودیت‌های جدید بر اساس الگوی نشان داده شده تعریف می‌شود.

با توجه به شکل ۲، از چهار جهت مختلف می‌توان به بلوک  $i,j,k$  دسترسی پیدا کرد: از جهت‌های شمال، جنوب، غرب و شرق. حال اگر بلوک‌هایی که داخل یکی از این مخروطها قرار می‌گیرند قبل از بلوک  $i,j,k$  یا به طور همزمان با بلوک  $i,j,k$  استخراج شوند، در این صورت بلوک  $i,j,k$  قابل دسترس و استخراج خواهد بود. با تاکید بر این نکته که لاقل یکی از جهت‌های چهارگانه برای دسترسی بلوک‌ها لازم و کافی است، بنابراین محدودیت دسترسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$(8) \text{ مدل ۱} \quad 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^l (Y'_{i-1,j-1,k} + Y'_{i,j-1,k} + Y'_{i+1,j-1,k}) \leq BX'_4$$

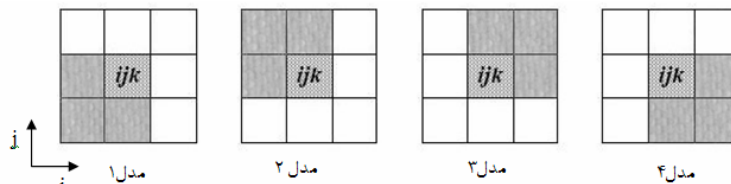
$$(9) \text{ مدل ۲} \quad 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^l (Y'_{i-1,j-1,k} + Y'_{i,j-1,k} + Y'_{i+1,j-1,k}) \leq BX'_3$$

$$(10) \text{ مدل ۳} \quad 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^l (Y'_{i+1,j+1,k} + Y'_{i,j+1,k} + Y'_{i-1,j+1,k}) \leq BX'_2$$

$$(11) \text{ مدل ۴} \quad 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^l (Y'_{i+1,j-1,k} + Y'_{i+1,j,k} + Y'_{i+1,j+1,k}) \leq BX'_1$$

$$(12) \quad X'_1 + X'_2 + X'_3 + X'_4 \leq 3$$

در روابط ۸ تا ۱۱، B معرف یک عدد بزرگ است که به منظور انتخاب حداقل یک محدودیت از میان محدودیت‌های ذکر شده در قسمت بالا تعریف می‌شود و  $X'_i$  نیز یک متغیر عدد صحیح است که مقدار آن صفر یا یک است. از میان پنج محدودیت ذکر شده در بالا حداقل باید یکی از محدودیت‌های



شکل ۳: انواع الگوهای دسترسی در محدودیت دسترسی ۳ بلوکی نوع دوم برای بلوک  $i,j,k$

بلوک‌ها لازم و کافی است، بنابراین محدودیت دسترسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

همانند روش قبل و با توجه به شکل (۳) به بلوک  $i,j,k$  می‌توان از چهار جهت مختلف دسترسی پیدا کرد. ذکر این نکته لازم است که لاقل یکی از جهت‌ها برای دسترسی

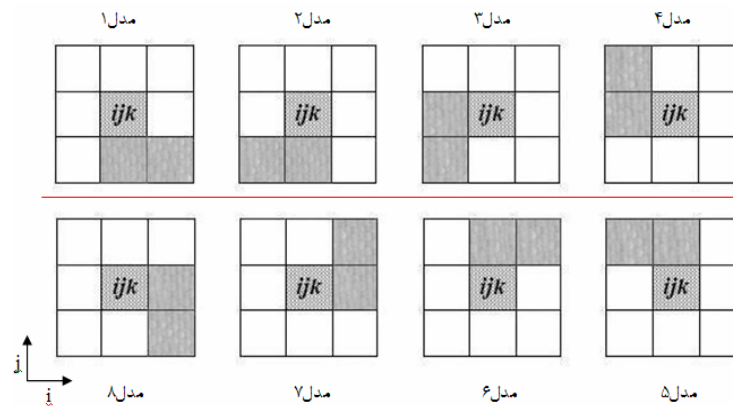
$$\begin{aligned}
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i+1,j-1,k} + Y'_{i,j-1,k}) &\leq BX'_1 & (18) \text{ مدل ۱} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i,j-1,k} + Y'_{i-1,j-1,k}) &\leq BX'_2 & (19) \text{ مدل ۲} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i-1,j-1,k} + Y'_{i-1,j,k}) &\leq BX'_3 & (20) \text{ مدل ۳} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i-1,j,k} + Y'_{i-1,j+1,k}) &\leq BX'_4 & (21) \text{ مدل ۴} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i-1,j+1,k} + Y'_{i,j+1,k}) &\leq BX'_5 & (22) \text{ مدل ۵} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i,j+1,k} + Y'_{i+1,j+1,k}) &\leq BX'_6 & (23) \text{ مدل ۶} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i+1,j+1,k} + Y'_{i+1,j,k}) &\leq BX'_7 & (24) \text{ مدل ۷} \\
 2Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i+1,j,k} + Y'_{i+1,j-1,k}) &\leq BX'_8 & (25) \text{ مدل ۸} \\
 X'_1 + X'_2 + X'_3 + X'_4 + X'_5 + X'_6 + X'_7 + X'_8 &\leq 7 & (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i,j-1,k} + Y'_{i-1,j-1,k} + Y'_{i-1,j,k}) &\leq BX'_1 & (13) \text{ مدل ۱} \\
 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i-1,j,k} + Y'_{i-1,j+1,k} + Y'_{i,j+1,k}) &\leq BX'_2 & (14) \text{ مدل ۲} \\
 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i,j+1,k} + Y'_{i+1,j+1,k} + Y'_{i+1,j,k}) &\leq BX'_3 & (15) \text{ مدل ۳} \\
 3Y'_{ijk} - \sum_{l=1}^t (Y'_{i+1,j,k} + Y'_{i+1,j-1,k} + Y'_{i,j-1,k}) &\leq BX'_4 & (16) \text{ مدل ۴} \\
 X'_1 + X'_2 + X'_3 + X'_4 &\leq 3 & (17)
 \end{aligned}$$

در روابط ۱۳ تا ۱۷ نیز همانند حالت قبل، B معرف یک عدد بزرگ است که به منظور انتخاب حداقل یک محدودیت از میان محدودیت‌های ذکر شده در قسمت فوق استفاده می‌شود و  $X'_i$  نیز یک متغیر عدد صحیح است که مقدار آن صفر یا یک بوده و شاخصی برای انتخاب جهت مناسب برای دسترسی به بلوک‌ها می‌باشد.

ج- روش بعدی برای تعریف محدودیت دسترسی این است که برای دسترسی به بلوک  $i,j,k$  می‌توان به جای برداشت سه بلوک پیش رو و مجاور بلوک  $i,j,k$  تعداد ۲ بلوک مجاور آن برداشته شود به شرطی که این دو بلوک در کنار هم باشند. این محدودیت که در شکل ۴ نشان داده شده است، محدودیت دسترسی ۲ بلوکی نام دارد. با توجه به شکل ۴ محدودیت دسترسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

در روابط ۱۸ تا ۲۶ نیز همانند حالت های قبل، B معرف یک عدد بزرگ و  $X'_i$  نیز یک متغیر صفر و یک است. حال در این بخش جهت مقایسه بین محدودیت‌های دسترسی ارائه شده در بخش قبل، یک مثال از یک معدن روباز کوچک مطرح شده و مدل‌های ریاضی برنامه‌ریزی تولید کوتاه-مدتی که با سه نوع محدودیت دسترسی بلوکی ساخته می‌شود با هم مقایسه می‌شوند.



شکل ۴: انواع الگوهای دسترسی در محدودیت دسترسی ۲ بلوکی برای بلوک  $i,j,k$ .

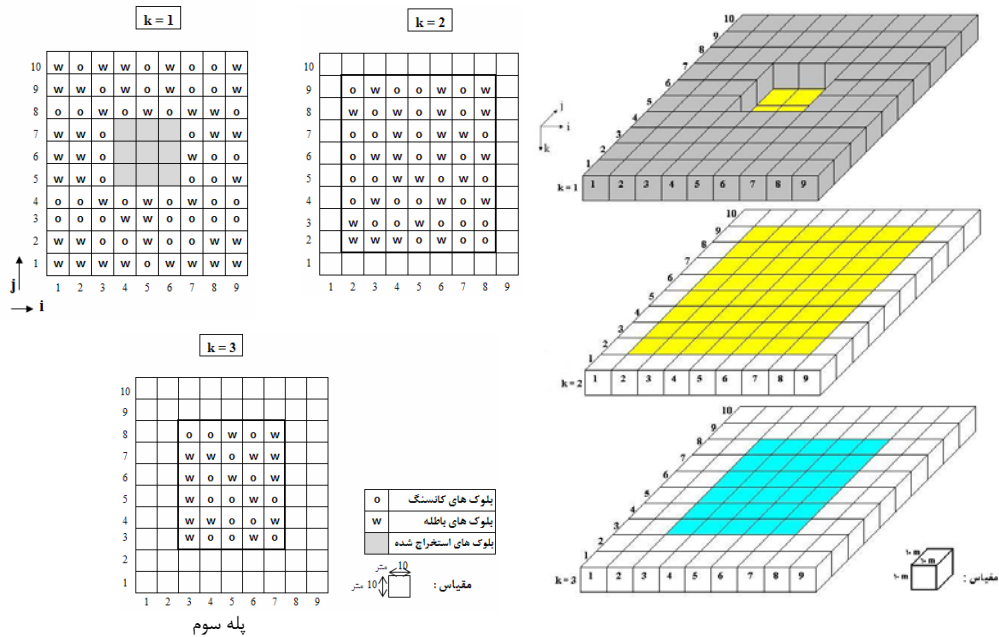
ابعاد بلوک‌ها  $10 \times 10 \times 10$  متر، وزن مخصوص ماده معدنی و باطله به ترتیب  $5/4$  و  $2/7$  تن بر مترمکعب می‌باشد. با توجه به بلوک‌بندی انجام شده، محدوده نهایی با استفاده از الگوریتم لرج و گروسمن تعیین شده و بعد از تعیین محدوده نهایی معدن، برنامه‌ریزی تولید بلندمدت آن نیز انجام شده است. با در دست داشتن پلان‌های برنامه‌ریزی تولید بلند مدت معدن، می‌توان برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت آن را انجام داد.

### ۳- مشخصات کانسنگ در معدن سنگ آهن

در یک معدن روباز سنگ آهن که آهن که به عنوان تنها عنصر مفید در این معدن است، عیار آهن در بلوک‌های کانسنگ بین ۲۵ تا ۷۰ درصد متغیر است. همچنین در این معدن فسفر به عنوان تنها عنصر مزاحم بوده که عیار این عنصر نیز در بلوک‌های کانسنگ بین صفر تا  $0/3$  درصد متغیر است.

معدن و کارخانه فرآوری، روزانه، هفتگی یا ماهانه در نظر گرفت. با توجه به شکل ۵، تعداد کل بلوک های موجود در این سه تراز ۱۶۷ بلوک بوده که از این تعداد بلوک، ۸۳ بلوک آن کانسنگ و ۸۴ بلوک آن باطله است.

هدف تهیه نقشه های برنامه ریزی تولید کوتاه مدت این معدن برای سه تراز و در سه دوره زمانی است که بلوک های واقع در این سه تراز همه مربوط به یک دوره زمانی برنامه ریزی تولید بلند مدت هستند. بلوک های این سه تراز در شکل ۵ نشان داده شده اند. این دوره های زمانی را می توان بر حسب توان استخراج



شکل ۵: مختصات و نوع بلوک های واقع در سه تراز از یک معدن روباز.

۳-۲- پیاده سازی مدل ریاضی برنامه ریزی تولید کوتاه مدت گام بعدی، پیاده سازی مدل های ریاضی ارایه شده در این مقاله در محدوده سه تراز ذکر شده از این معدن است. بدین منظور سه دوره زمانی در نظر گرفته شده است. برای حل مدل ریاضی، از نرم افزار Premium Solver Platform Version 9.0 استفاده شد [۷].

این نرم افزار دارای چندین موتور برای حل مسایل مختلف از مسایل خطی تا مسایل بهینه سازی غیر خطی می باشد. موتور حل Xpress یکی از قویترین و بهترین موتورهای حل این نرم افزار است. استراتژی حل مسایل عدد صحیح در این موتور، روش شاخه و برش است. این روش در واقع ترکیبی از دو روش صفحات برش و روش شاخه و حد است. در روش شاخه و حد، مسئله اصلی به مسایل فرعی شکسته شده و هر زیر مسئله توسط روش سیمپلکس حل می شود. اگر چه اعمال محدودیت برش به مسایل فرعی باعث افزایش زمان حل آنها می شود، اما در عوض تعداد مسایل فرعی که باید توسط برنامه حل شود،

۳-۱- محدودیت های مدل برنامه ریزی تولید در معدن سنگ آهن

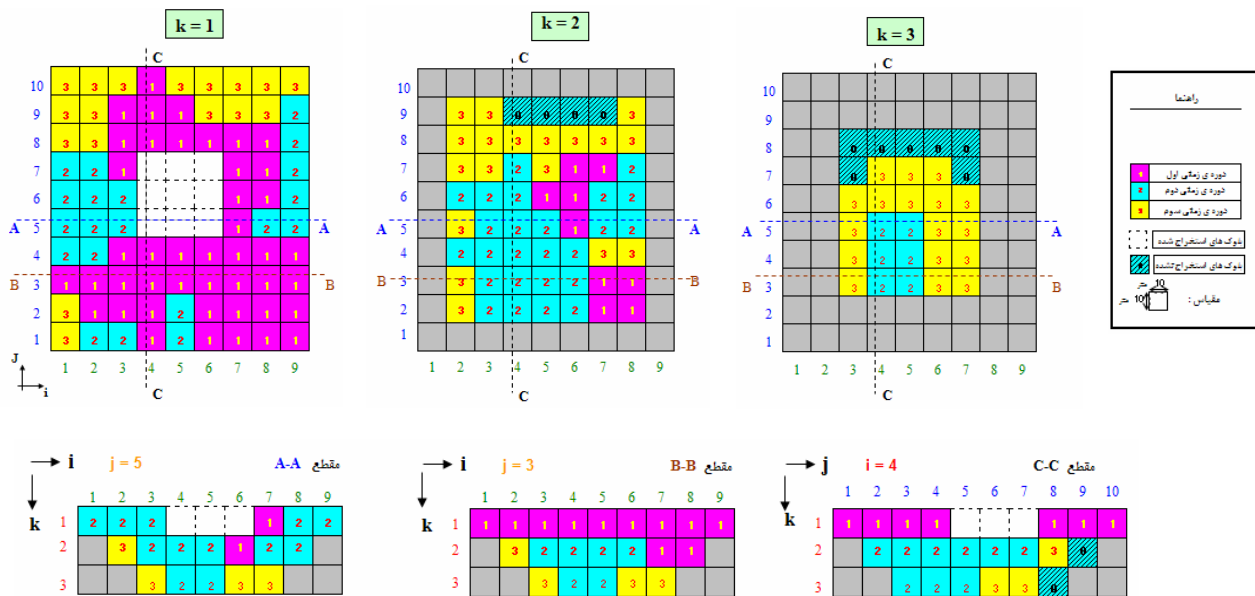
محدودیت های عملیاتی در این معدن به شرح زیر است:  
 الف) کانسنگ ورودی به کارخانه فرآوری باید دارای عیار آهن بزرگتر از ۴۷٪ و فسفر کمتر از ۰/۲٪ باشد.  
 ب) با توجه به توان کارخانه فرآوری جهت تولید کنسانتره مورد نیاز معدن، در هر دوره، تناژ کانسنگی که باید به کارخانه فرآوری ارسال گردد، بین ۱۲۰ هزار تا ۱۵۰ هزار تن است.  
 ج) این معدن با توجه به ناوگان بارگیری و باربری آن، در هر دوره قابلیت تولید سنگ بین ۲۰۰ هزار تا ۲۵۰ هزار تن، اعم از کانسنگ و باطله را دارد.  
 د) در این معدن با توجه به ابعاد ماشین آلات بارگیری و باربری، حداقل فضایی که لازم است تا این ماشین آلات بتوانند فعالیت کنند ۲۰ متر (به اندازه ۲ بلوک) است. با توجه به این فرض سه روش مختلف اعمال محدودیت دسترسی بلوک ها که قبلاً به آنها اشاره شد در این معدن پیاده می شود.  
 ه) نرخ تنزیل در این معدن ۱۴ درصد فرض می شود.

با استفاده از این نرم‌افزار، در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ به همراه سه مقطع از آنها نشان داده شده است. این شکل‌ها نشان دهنده زمان و ترتیب استخراج بلوک‌های کانسنگ و باطله در افق‌های مختلف از اولین پیشروی هستند. فاصله این پلان‌ها از یکدیگر ۱۰ متر، برابر با ارتفاع پله‌ها در نظر گرفته شده است. اعداد نوشته شده در هر بلوک، نشان دهنده زمان استخراج آن است. تناژ کانسنگ و باطله استخراجی، عیار متوسط آهن و عیار متوسط فسفر در هر یک از دوره‌های زمانی و برای سه مدل مختلف، در جدول ۲ درج شده است.

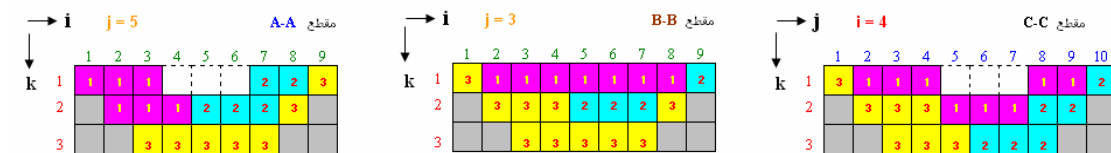
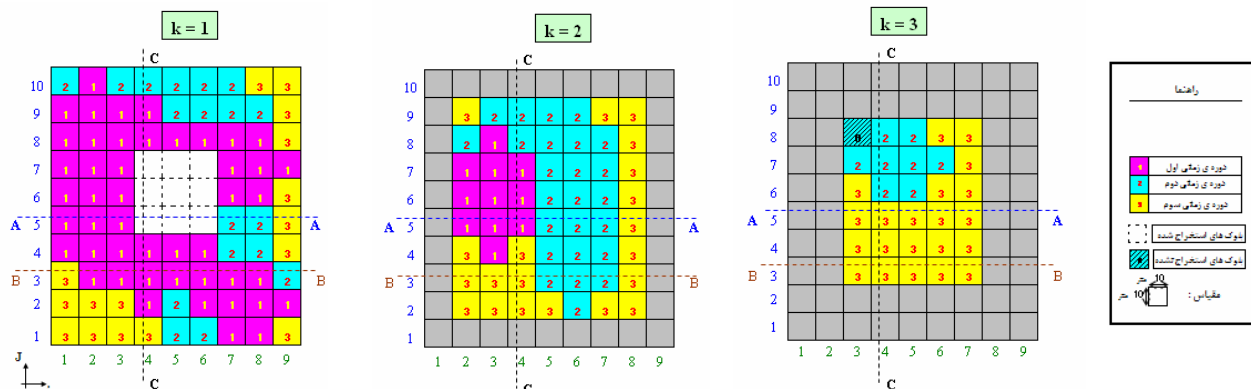
کاهش یافته که این خود باعث کاهش زمان حل مسئله اصلی می‌شود. اولین گام برای حل مسئله، تهیه یک فایل ورودی از مسئله برنامه‌ریزی تولید است. این فایل توسط نرم‌افزار Excel 2007 تهیه شده است. مشخصات مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی تولید کوتاه مدت در معدن مفروض در جدول ۱ آورده شده است. بعد از تهیه مدل‌های مختلف، با استفاده از نرم افزار Premium Solver Platform Version 9.0 حل شده است. پلان‌های کوتاه مدت به دست آمده از حل سه مدل ریاضی

جدول ۱: مشخصات مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی تولید معدن

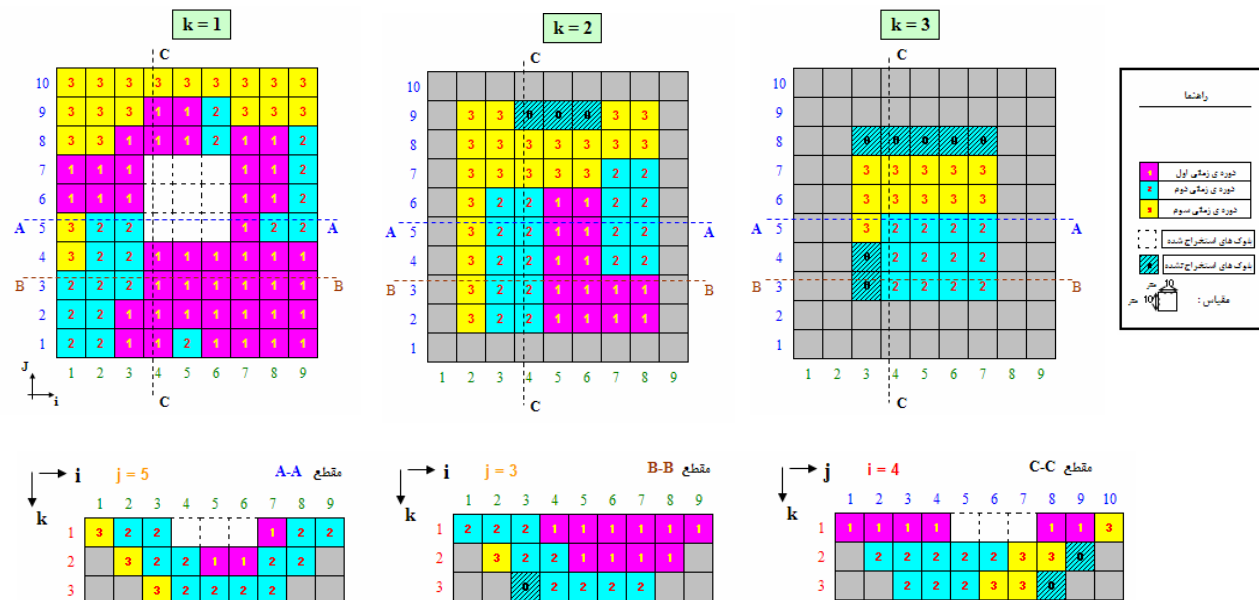
مشخصات مدل	مدل دو بلوکی	مدل سه بلوکی نوع اول	مدل سه بلوکی نوع دوم
تعداد متغیرهای صفر و یک	۴۵۰۹	۲۳۶۱	۲۵۰۵
تعداد محدودیت‌های زاویه شیب	۲۵۸	۲۵۸	۲۵۸
تعداد محدودیت‌های ذخیره	۱۶۷	۱۶۷	۱۶۷
تعداد محدودیت‌های دسترسی بلوک‌ها	۴۵۰۹	۲۳۲۵	۲۵۰۵
تعداد محدودیت‌های عیار آهن	۳	۳	۳
تعداد محدودیت‌های عیار فسفر	۳	۳	۳
تعداد محدودیت‌های تناژ کانسنگ	۶	۶	۶
تعداد محدودیت‌های تناژ کل استخراجی	۶	۶	۶
تعداد محدودیت‌های صفر و یک برای محدودیت دسترسی	۴۰۰۸	۱۸۶۰	۲۰۰۴
تعداد محدودیت‌های صفر و یک	۱۶۷	۱۶۷	۱۶۷
تعداد کل محدودیت‌های مدل	۹۱۲۷	۴۷۹۵	۵۱۱۹



شکل ۶: زمان‌بندی بدست آمده از مدل دسترسی دو بلوکی برای استخراج بلوک‌های کانسنگ و باطله در سه پله معدن.



شکل ۷: زمان بندی بدست آمده از مدل دسترسی سه بلوکی نوع اول برای استخراج بلوک های کانسنگ و باطله در سه پله معدن.



شکل ۸: زمان بندی بدست آمده از مدل دسترسی سه بلوکی نوع دوم برای استخراج بلوک های کانسنگ و باطله در سه پله معدن.

ب- با توجه به شکل های (۶)، (۷) و (۸)، بیشترین تعداد بلوکی که نباید در سه دوره زمانی استخراج شوند مربوط به مدلی است که محدودیت دسترسی آن از نوع دو بلوکی می- باشد و کمترین آن مربوط به مدلی است که محدودیت دسترسی آن از نوع سه بلوکی نوع اول است.  
ج- رایانه ای که برای حل سه مدل ذکر شده در نرم افزار Solver استفاده شده است، دارای CPU برابر با 2.8 GHz و

با مقایسه بین نتایج حل مدل های مختلف، نتایج زیر بدست می آید:  
الف- کمترین مقدار تابع هدف بدست آمده مربوط به مدلی است که محدودیت دسترسی آن از نوع دو بلوکی است و بیشترین مقدار تابع هدف بدست آمده مربوط به مدلی می باشد که محدودیت دسترسی آن از نوع سه بلوکی نوع اول است.



می‌باشد این است که در مدل اول تعداد محدودیت دسترسی و همچنین تعداد محدودیت صفر و یک آن تقریباً دو برابر مدل‌های دوم و سوم است و به تبع آن مدت زمان حل این مدل نیز بیشتر از دو حالت دیگر می‌باشد.

با توجه به موارد ذکر شده محدودیت دسترسی سه بلوکی نوع اول برای این معدن از دو محدودیت دیگر مناسب‌تر است.

RAM برابر با 512 MB بوده که مدت زمان حل برای مدل با محدودیت دسترسی از نوع دو بلوکی ۱ ساعت و ۴۴ دقیقه، برای مدل با محدودیت دسترسی از نوع سه بلوکی نوع اول ۱ ساعت و ۵ دقیقه و برای مدل با محدودیت دسترسی از نوع سه بلوکی نوع دوم، ۱ ساعت و ۷ دقیقه می‌باشد. علت اینکه مدت زمان حل مدل اول بیشتر از دو مدل دیگر

جدول ۲: تناژ کانسنگ و باطله، عیار متوسط آهن و فسفر با حل مدل‌های مختلف.

متوسط عیار فسفر (%)	متوسط عیار آهن (%)	باطله استخراجی (هزار تن)	کانسنگ استخراجی (هزار تن)	مدل اول (نوع محدودیت دسترسی دو بلوکی)
۰/۱۹	۵۵/۴۴	۶۴/۸	۱۴۵/۸	دوره اول
۰/۱۵۷	۵۳/۹۶	۶۷/۵	۱۴۵/۸	دوره دوم
۰/۱۳۴	۴۷/۷	۸۱	۱۲۴/۲	دوره سوم
۰/۱۸۶	۵۷/۱۵	۷۸/۳	۱۴۵/۸	مدل دوم (نوع محدودیت دسترسی سه بلوکی)
۰/۱۵۱	۴۹/۹	۷۰/۲	۱۴۵/۸	دوره اول
۰/۱۴۶	۴۹/۷	۷۸/۳	۱۴۵/۸	دوره دوم
۰/۱۹	۵۴/۰۴	۷۲/۹	۱۴۵/۸	دوره سوم
۰/۱۵۶	۵۴/۶۷	۶۷/۵	۱۴۵/۸	مدل سوم (نوع محدودیت دسترسی سه بلوکی نوع دوم)
۰/۱۳۶	۴۸/۵۸	۷۲/۹	۱۲۹/۶	دوره اول

حل مدل‌های مختلف توسط نرم افزار Premium Solver Platform Version 9.0 نتایج حاصل از حل آنها با هم مقایسه گردیده است. نتایج نشان داد که بهترین مدل برای این معدن فرضی، مدلی است که محدودیت دسترسی آن از نوع سه بلوکی نوع اول باشد و علت آن این است که بیشترین مقدار تابع هدف بدست آمده مربوط به این مدل می‌باشد.

#### منابع

- [1] Lerchs H., Grossman F.; 1965; "Optimum design of open-pit mines"; Transaction CIM, Vol. 58, No.633, pp 47-54.
- [2] Fytas K., Calder P.N.; 1986; "A computerized model of open pit short and long range production scheduling"; Proceeding of Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, 1986, pp. 109-119.
- [3] Silva K.S., Moura M.M., Lanna, Saliby E., Fleurisson J-A.; 1999; "Short term mine planning: Selection of working sites in iron ore mines". Proceeding of Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, 1999, pp. 763-770.

#### ۴- نتیجه گیری

مدل‌های قدیمی برنامه‌ریزی تولید کوتاه‌مدت که بر مبنای برنامه‌ریزی عدد صحیح استوار است نمی‌تواند یک برنامه عملیاتی برای برداشت بلوک‌ها ارایه دهد، چون هیچ تضمینی در فراهم بودن فضای کاری برای ماشین‌آلات معدنی در این مدل‌ها وجود ندارد. در این مقاله محدودیت‌هایی به مدل برنامه‌ریزی تولید اضافه شد که تضمین می‌کند قبل یا همزمان با استخراج یک بلوک، تعدادی از بلوک‌های اطراف آن حتماً برداشت شده باشد. در ضمن محدودیت دسترسی برای هر معدن وابسته به ابعاد ماشین‌آلات معدنی جهت انجام فعالیت و همچنین ابعاد بلوک‌ها است. به منظور تعیین بهترین محدودیت دسترسی برای هر معدن مدل‌های ریاضی مختلفی که با توجه به سه محدودیت دسترسی ۲ بلوکی، ۳ بلوکی نوع اول و دوم نوشته و بعد از حل مدل‌های مختلف نتایج حل آنها با هم مقایسه شد و بهترین مدل با توجه به محدودیت دسترسی آن انتخاب گردید. در این راستا در این مقاله جهت مقایسه بین سه نوع محدودیت دسترسی ذکر شده، با ذکر مثال از یک معدن سنگ آهن به مقایسه بین آنها پرداخته و بعد ساخت و تهیه مدل‌های ریاضی ذکر شده در نرم افزار Excel و

- [7] Premium Solver Platform Version 9.0; 2008; User Guide by Frontline Systems, Inc.
- [8] Mann, C., Wilke, F.L., 1992; "*Open Pit Short Term Mine Planning for Grade Control-A Combination of CAD Techniques and Linear Programming*", 23rd APCOM, SME, Colorado, pp.487-497.
- [9] Chanda, E.K., Wilke, F.L.; 1992; "*An EPD Model of Open Pit Short Term Production Scheduling Optimization for Stratiform Ore Bodies*", 23rd APCOM, SME, Colorado, pp.759-768.
- [4] Smith. M.L.; 1998; "*Optimization short-term production schedules in surface mining: Integrating mine modeling software with AMLP/CPLEX*". International journal of surface mining, reclamation and environmental, Vol. 12, 1998, pp. 149-155.
- [5] Wilke F.L., Reimer TH.; 1979; "*Optimizing the short-term production schedule for an open-pit iron ore mining system*"; Computer methods for the 80's in the mineral industry, society of mining engineers of A.I.M.E pp. 642-646.
- [6] Gershon M.E.; 1987; "*An open pit production scheduler: algorithm and implementation*". Mining Engineering, pp. 793-796.