

تحلیل شبکه‌های تهویه معادن بر اساس معادلات H در روش نیوتن - رفسون

حسن مدنی^{۱*}، بیژن ملکی^۲

۱. استادیار دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۲. استادیار دانشگاه بین‌المللی امام خمینی

(دریافت ۱۷ فروردین ۱۳۸۷، پذیرش ۱۹ مرداد ۱۳۸۷)

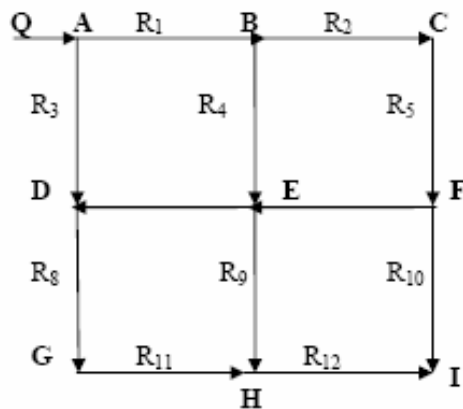
چکیده

برای تحلیل شبکه‌های تهویه معادن معمولاً باید از روش‌های تقریبی کمک گرفت. روش‌های روش نیوتن - رفسون یکی از روش‌هایی است که از سالها قبل بدین منظور استفاده می‌شده است و بسیاری از نرم افزارهای تحلیل شبکه‌های تهویه، بر این اساس طراحی شده‌اند. روش نیوتن - رفسون از جمله روش‌هایی است که از دیرباز برای حل تقریبی معادلات ریاضی به کار می‌رفته است. اگر چه روش نیوتن - رفسون برای تحلیل شبکه‌های انتقال مایعات بارها مورد استفاده قرار گرفته اما در شبکه‌های تهویه کمتر از آن استفاده شده است. بسته به اینکه شدت جریان شاخه‌های شبکه و یا ارتفاع نظیر انرژی در گره‌های شبکه‌های تهویه مبنای استفاده در روش نیوتن رفسون قرار گیرد، این روش به همان نام خوانده می‌شود. در این مقاله، ارتفاع نظیر انرژی در گره‌ها مبنای مطالعه قرار گرفته است. با استفاده از این روش، پس از شماره گذاری شاخه‌ها و گره‌های شبکه تهویه، حتی برای حرکت هوا در هر شاخه در نظر گرفته و با توجه به جهت جریان انتخابی، ارتفاع نظیر فشار در هر گره به طور تخمینی تعیین می‌شود. پس از تعیین معادلات H مربوط به شاخه‌ها، ارتفاع نظیر فشار واقعی به دست می‌آید و بر اساس آن، شدت جریان واقعی هر شاخه تعیین می‌شود.

کلمات کلیدی

نیوتن - رفسون، شبکه‌های تهویه، معادلات H، تحلیل شبکه‌ها

* عهده‌دار مکاتبات



شکل ۱: یک شبکه ساده تهویه

الف- در مورد هر یک از شاخه‌ها، رابطه زیر صادق است:

$$\Delta P_i = R_i Q_i^x \quad (1)$$

که در آن ΔP_i افت فشار شاخه، R_i مقاومت شاخه و Q_i شدت جریان عبوری از شاخه است.

ب- در مورد هر گره، رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$\sum Q_i = 0 \quad (2)$$

ج- سرانجام در مورد حلقه، رابطه زیر وجود دارد:

$$\sum R_i Q_i^x = 0 \quad (3)$$

مجموعه معادلات ۱ تا ۳، سیستم معادلات تحلیل شبکه را تشکیل می‌دهند که در حالت کلی حل آنها با روش‌های معمولی امکان‌پذیر نیست و باید از روش‌های تقریبی کمک گرفت که از جمله این روش‌ها، روش نیوتن-رفسون است که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است.

۳- مبانی ریاضی روش نیوتن-رفسون

روش نیوتن-رفسون برای حل تقریبی معادلات به کار می‌رود. برای تشریح روش، معادله‌ای مانند $y = f(x)$ را که به روش‌های متداول قابل حل نیست در نظر گرفته می‌شود. این معادله را می‌توان به طور تدریجی از طریق نزدیک شدن به محل تقاطع منحنی $f(x)$ با محور x حل کرد (شکل ۲). اگر نقطه A محل تقاطع منحنی با محور x باشد و در نقطه $B|_{y_0}^{x_0}$ خطی بر این منحنی مماس رسم شود، ضریب زاویه، این خط به صورت رابطه ۴ خواهد شد:

۱- مقدمه

طراحی و اجرای یک سیستم تهویه صحیح در معادن و به ویژه معادن زغال سنگ، علاوه بر تامین سلامتی افراد و جلوگیری از خطراتی نظیر انفجار گاز و یا گردهای قابل انفجار، از جنبه بازده کار نیز بسیار مهم است. بدین منظور سیستم تهویه معدن باید به طور مناسبی طراحی و حرکت هوا در شاخه‌های تهویه تحلیل شود. در معادن کوچک که شبکه تهویه پیچیده‌ای ندارند، معمولاً می‌توان شبکه تهویه را به روش دستی طراحی و تحلیل کرد اما در حالت کلی، بدین منظور باید از روش‌های تقریبی ریاضی کمک گرفت.

روش قدیمی نیوتن-رفسون از مدت‌ها پیش برای حل تقریبی معادلات به کار می‌رفته و اگرچه در بعضی از فرایندهای صنعتی نظیر تحلیل شبکه‌های توزیع آب و فاضلاب نیز مورد استفاده قرار گرفته، اما در مورد شبکه‌های تهویه، کمتر به آن پرداخته شده است. در این مقاله، چگونگی استفاده از این روش برای تحلیل شبکه‌های پیچیده مورد بررسی قرار گرفته است. برای تحلیل شبکه‌های تهویه می‌توان سیستم معادلات Q (شدت جریان) و یا H (ارتفاع نظیر فشار یا انرژی) را مورد بررسی قرار داد که در این مقاله سیستم معادلات H مورد استفاده قرار گرفته است. لازم به ذکر است که نحوه استفاده از معادلات Q نیز طی مقاله دیگری توسط نویسندگان این مقاله تشریح شده است.

۲- سیستم معادلات شبکه‌های تهویه معدن

شبکه‌های تهویه معدن از تعدادی حلقه تشکیل شده است که هر حلقه تعدادی شاخه دارد. به عنوان مثال شبکه‌ای که در شکل ۱، نشان داده شده چهار حلقه و ۱۲ شاخه دارد. مقصود از تحلیل چنین شبکه‌ای آن است که با معلوم بودن شدت جریان کلی Q که در نقطه A به شبکه وارد می‌شود، مجهولات زیر به دست آید [۱]:

الف- شدت جریان هوا در شاخه‌های ۱۲ گانه

ب- جهت جریان در شاخه‌هایی که در آنها جهت صحیح حرکت هوا از ابتدا معلوم نیست (مثل شاخه‌های FE ، DE و EH)

ج- مقاومت کلی شبکه

د- افت فشار کلی شبکه

برای تعیین این مجهولات مجموعه معادلاتی را به شرح زیر می‌توان نوشت:

۴- مسایل کلی در مورد تحلیل شبکه‌های تهویه به روش نیوتن-رفسون

حل همزمان سیستم معادلات شبکه‌ها با استفاده از رابطه عمومی نیوتن-رفسون به شرح زیر انجام می‌گیرد [۴]:

$$\bar{x}_{n+1} = \bar{x}_n - \bar{D}^{-1} f(x_n) \quad (11)$$

در واقع، بردارهای \bar{x} و $\bar{f}(x)$ جانشین متغیر x و تابع f شده‌اند و معکوس ماتریس ژاکوبین یا D^{-1} همان مقدار $\frac{1}{df/dx}$ در فرمول نیوتن-رفسون برای حل معادله منفرد است. اگر معادلات H یعنی ارتفاع نظیر انرژی هر گره هدف قرار گیرد، بردار \bar{x} تبدیل به بردار H خواهد شد. بنابراین، برای حل معادلات \bar{H} خواهیم داشت:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ \vdots \\ H_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

ماتریس ژاکوبین D نیز شامل مشتقات تابع f نسبت به H خواهد بود، یعنی:

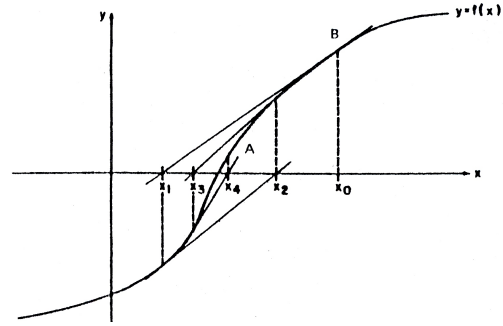
$$D = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1}, \frac{\partial f_1}{\partial H_2}, \dots, \frac{\partial f_1}{\partial H_j} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H_1}, \frac{\partial f_2}{\partial H_2}, \dots, \frac{\partial f_2}{\partial H_j} \\ \dots \\ \frac{\partial f_j}{\partial H_1}, \frac{\partial f_j}{\partial H_2}, \dots, \frac{\partial f_j}{\partial H_j} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه ۱۱، D^{-1} ماتریس معکوس D است و نظر به اینکه محاسبه ماتریس معکوس D در کامپیوتر مستلزم برنامه‌نویسی و اشغال وقت کامپیوتر است لذا باید مجهول معاون انتخاب شود. بدین منظور می‌توان نوشت:

$$\bar{Z} = \bar{D}^{-1} f(x_n) \quad (14)$$

و یا

$$D \bar{Z} = \bar{f}(x_n) \quad (15)$$



شکل ۲: مبانی روش نیوتن-رفسون [۲]

$$y' = f'(x) = m \quad (4)$$

و معادله خط مماس به صورت زیر خواهد شد:

$$y - f(x) = f'(x)(x - x_0) \quad (5)$$

اگر x_1 طول نقطه تقاطع خط مماس با محور x ها باشد، واضح است که مختصات آن باید در معادله خط صدق کند. یعنی:

$$0 = f(x_1) = f'(x_1)(x_1 - x_0) \quad (6)$$

و از آنجا:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (7)$$

اگر x_2 طول نقطه تقاطع مماس بعدی بر منحنی با محور x ها باشد، نظیر رابطه ۷ را در مورد آن نیز می‌توان نوشت:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad (8)$$

و

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \quad (9)$$

و سرانجام رابطه کلی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (10)$$

عمل تصحیح یا تکرار تصحیح آنقدر ادامه می‌یابد که مقدار x_{n+1} ریشه واقعی معادله $y = f(x)$ را به دست دهد. در واقع این روش، محل برخورد منحنی مورد نظر با محور x ها را با تقریب دلخواه ارائه می‌کند.

$$= \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_j \end{bmatrix}^{(n)} - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ Z_j \end{bmatrix}^{(n)} \quad (19)$$

و یا:

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_j \end{bmatrix}^{(n+1)} = \begin{bmatrix} H_1 - Z_1 \\ H_2 - Z_2 \\ H_3 - Z_3 \\ \vdots \\ H_j - Z_j \end{bmatrix}^{(n)} \quad (20)$$

۵- مراحل تحلیل شبکه‌های تهویه به روش نیوتن-رفسون با استفاده از معادلات H

مراحل تحلیل شبکه‌های تهویه با استفاده از سیستم معادلات H به شرح زیر است [۴]:

الف- کلیه شاخه‌ها و گره‌های شبکه شماره‌گذاری می‌شود.
ب- جهت جریان در شاخه‌ها مشخص می‌شود. بدیهی است این جهت‌گذاری حتی‌المقدور باید صحیح باشد تا محاسبات سریع‌تر به جواب برسد. در پایان تحلیل شبکه، شدت جریان نهایی مربوط به شاخه‌های با جهت جریان اشتباه، منفی خواهد بود.

ج- شدت جریان و جهت جریانی که به گره شبکه وارد و یا از آن خارج می‌شود، با احتساب نشت و شدت جریان شاخه‌های ثابت، مشخص می‌شود.

د- با توجه به جهت جریان انتخابی برای شاخه‌ها، ارتفاع نظیر فشار (H) در هر گره، به طور تخمینی تعیین می‌شود. واضح است که در مورد هر شاخه، ارتفاع گره ابتدایی باید از ارتفاع گره انتهای آن بیشتر باشد. هرچقدر این ارتفاعات تخمینی به جواب نزدیک‌تر باشد، مسئله سریع‌تر حل خواهد شد.

ه- در مورد شاخه‌های با تهویه طبیعی، ارتفاع گره ابتدایی شاخه که با سطح زمین ارتباط دارد، همان ارتفاع نظیر فشار تهویه طبیعی در نظر گرفته می‌شود.

پس از انجام مراحل یاد شده، با توجه به معادله پیوستگی در گره‌ها، معادلات H تشکیل و پس از حل این سیستم معادلات، مقادیر H ها تعیین می‌شود. به کمک H های به دست آمده، افت فشار هر شاخه که برابر تفاضل

بدین ترتیب، رابطه عمومی نیوتن-رفسون با این تغییر متغیر خواهد شد:

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n - \vec{Z} \quad (16)$$

عناصر ردیفی در ماتریس‌های D یا H های مجهول، معرف مشتق توابع یا معادلات ارتفاع نظیر انرژی در گره‌ها برحسب H هستند. بنابراین، عنصر اول سطر اول ماتریس، مشتق اولین معادله ارتفاع نظیر انرژی در مورد اولین گره نسبت به ارتفاع نظیر انرژی اولین گره است. اولین عنصر دومین سطر، مشتق دومین معادله ارتفاع نظیر انرژی در مورد دومین گره نسبت به ارتفاع نظیر انرژی اولین گره است و عناصر بعدی این سطر نیز به همین ترتیب تکمیل می‌شوند.

مطالب یاد شده را می‌توان به زبان ریاضی و به شرح زیر نوشت [۴]:

$$\begin{aligned} \vec{H}_{n+1} &= \vec{H}_n - \frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial H}} = \vec{H}_n - \vec{D}^{-1} f(H_n) \\ &= \vec{H}_n - \vec{Z}_n \end{aligned} \quad (17)$$

این رابطه را می‌توان به شکل ماتریسی نوشت:

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_j \end{bmatrix}^{(n+1)} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_j \end{bmatrix}^{(n)} - \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial H} & \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_j} \\ \frac{\partial f_2}{\partial H} & \frac{\partial f_2}{\partial H} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial H_j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_j}{\partial H} & \frac{\partial f_j}{\partial H} & \dots & \frac{\partial f_j}{\partial H_j} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_j \end{bmatrix}^{(n)} = \quad (18)$$

با انجام تعداد n تکرار، مقادیر H_1 ، H_2 ، و... و H_j و نیز Z_1 ، Z_2 ، و... و Z_j محاسبه می‌شود و در تکرار مطلوب $(n+1)$ ، مقادیر دقیق H_1 ، H_2 ، و... و H_j یا ارتفاع نظیر انرژی در گره‌های ۱، ۲، و... و j به دست می‌آید.

اکنون سیستم معادلات H با توجه به معادله پیوستگی گره‌ها به شرح زیر خواهد بود:

$$\Delta P_i = R_i Q_i^2 \Rightarrow Q_i = \sqrt{\frac{\Delta P_i}{R_i}} = \sqrt{\frac{H_{i+1} - H_i}{R_i}} \quad (21)$$

$$\sum Q_i = 0 \Rightarrow \sum \sqrt{\frac{H_{i+1} - H_i}{R_j}} = 0 \quad (22)$$

از آنجا که اندازه عددی فشار برحسب kg/m^2 و ارتفاع نظیر فشار برحسب میلی‌متر آب با هم مساوی است، لذا در این معادلات، به جای فشار از ارتفاع نظیر فشار استفاده شده است.

$$f_1 = \left(\frac{H_1 - H_2}{R_1}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_1 - H_4}{R_4}\right)^{1/2} - 10 = 0$$

$$f_2 = \left(\frac{H_1 - H_2}{R_1}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_2 - H_3}{R_3}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_2 - H_5}{R_5}\right)^{1/2} = 0$$

$$f_3 = \left(\frac{H_4 - H_2}{R_2}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_2 - H_3}{R_3}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_2 - H_5}{R_5}\right)^{1/2} + 30 = 0$$

$$f_4 = \left(\frac{H_1 - H_4}{R_4}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_4 - H_2}{R_2}\right)^{1/2} + 30 = 0$$

$$f_5 = \left(\frac{H_2 - H_5}{R_5}\right)^{1/2} + \left(\frac{H_5 - H_3}{R_3}\right)^{1/2} + 40 = 0$$

با توجه به آنکه از پنج رابطه پیوستگی f_1 تا f_5 ، یکی از آنها ترکیب خطی از سایر روابط است، بنابراین یکی از پنج رابطه یاد شده (رابطه f_3) حذف می‌شود. اگر مقادیر تخمینی اولیه H ها به صورت $H_1 = 1000$ ، $H_2 = 800$ ، $H_3 = 270$ ، $H_4 = 200$ و $H_5 = 700$ میلی‌متر آب فرض شود، چهار رابطه پیوستگی مستقل f_1 ، f_2 ، f_4 و f_5 خواهند شد:

$$f_1 = \left(\frac{1000 - 800}{0.3}\right)^{1/2} + \left(\frac{1000 - 200}{0.2}\right)^{1/2} - 10 = 35/45$$

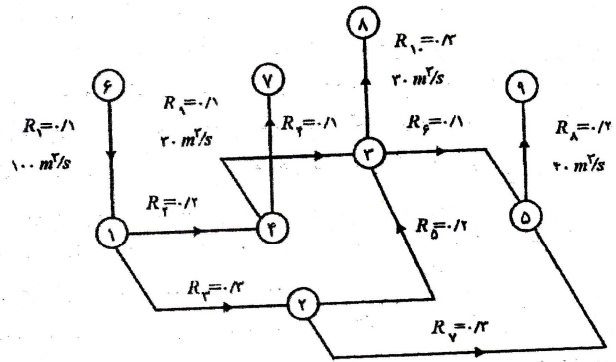
$$f_2 = \left(\frac{1000 - 800}{0.2}\right)^{1/2} + \left(\frac{800 - 270}{0.2}\right)^{1/2} + \left(\frac{800 - 700}{0.3}\right)^{1/2} = 70/38$$

$$f_4 = \left(\frac{1000 - 200}{0.3}\right)^{1/2} + \left(\frac{200 - 270}{0.1}\right)^{1/2} + 30 = 57/84$$

$$f_5 = \left(\frac{800 - 700}{0.3}\right)^{1/2} - \left(\frac{270 - 200}{0.1}\right)^{1/2} + 40 = -37/18$$

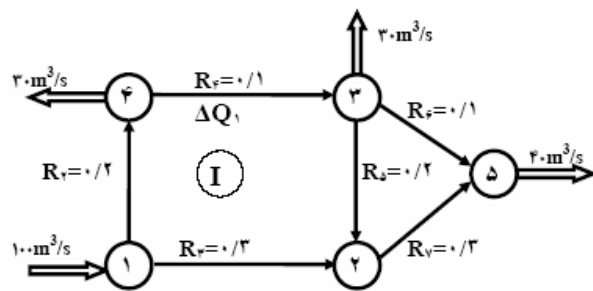
ارتفاعات گره‌های ابتدایی و انتهایی شاخه است، به دست می‌آید و با توجه به معادله $\Delta P = RQ^2$ ، مقادیر شدت جریان هر شاخه محاسبه می‌شود.

برای تشریح روش، شبکه تهویه شکل ۳ را که مرکب از یک چاه ورود هوا، سه چاه خروج هوا و تعدادی حفریات افقی معدنی است و شدت جریان هوا در چاه‌ها ثابت است، در نظر گرفته می‌شود. هدف محاسبه شدت جریان سایر شاخه‌ها با استفاده از معادلات H است. مقاومت شاخه‌ها برحسب کیلومورگ، در شکل مشخص شده است.



شکل ۳: شبکه فرضی برای تشریح روش نیوتن-رفسون با استفاده از معادلات H [۴]

از آنجا که در شبکه مورد نظر، شدت جریان شاخه‌های ثابت معلوم است و نیازی به تخمین شدت جریان اولیه نیست، لذا شاخه‌های با شدت جریان ثابت به عنوان شاخه‌های حقیقی شبکه تلقی نمی‌شود و فقط در معادله پیوستگی گره‌ها، شدت جریان این شاخه‌ها به عنوان شدت جریان‌های ورودی و یا خروجی گره‌ها دخالت می‌کنند. بنابراین، شبکه به صورت شکل ۴ ساده می‌شود.



شکل ۴: نمودار ساده شده شبکه شکل ۳ [۴]

با توجه به مقادیر H و H' در اولین تکرار، معادله نیوتن-رفسون بر اساس رابطه ۱۵ به صورت زیر خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} 0/13 & -0/06 & -0/06 & 0 \\ -0/06 & 0/15 & 0 & -0/04 \\ -0/06 & 0 & 0/14 & 0 \\ 0 & 0/04 & 0 & 0/23 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -35/45 \\ 70/38 \\ 56/84 \\ -31/18 \end{bmatrix}$$

پس از حل این معادله، مقادیر Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 به شرح زیر به دست می‌آیند:

$$Z_1 = 232/09 \quad Z_2 = 571/65 \quad \text{و} \quad Z_3 = 505/47$$

$$Z_4 = 36/15$$

اکنون ماتریس‌های رابطه ۱۸ با استفاده از مقادیر Z حاصله نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix}^{(0)} - \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 100 \\ 800 \\ 700 \\ 200 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 232/09 \\ 571/65 \\ 505/47 \\ -36/15 \end{bmatrix}$$

با حل این دستگاه معادلات خواهیم داشت:

$$H_1 = 767/91 \quad H_2 = 228/35 \quad H_3 = 194/53 \quad \text{و} \quad H_4 = 236/15$$

پس از چند تکرار، جواب نهایی مسئله خواهد شد:

$$H_1 = 959/45 \quad H_2 = 373/51 \quad H_3 = 326/59 \quad \text{و} \quad H_4 = 235/57$$

برای تعیین شدت جریان هر شاخه از فرمول $\Delta P = RQ^2$ استفاده می‌کنیم. در این فرمول قدر مطلق تفاضل ارتفاع نظیر فشار گره‌های ابتدایی و انتهایی شاخه است. در مثال مورد نظر، شدت جریان شاخه‌ها برحسب متر مکعب در ثانیه خواهد شد:

$$Q_1 = 55/81 \quad \text{و} \quad Q_2 = 44/19 \quad \text{و} \quad Q_3 = 25/81 \quad \text{و} \quad Q_4 = 22/75$$

باید توجه داشت که در این روابط H_2 یعنی ارتفاع نظیر فشار گره ۳ مجهول نیست و برابر افت فشار در چاه شماره ۸ است که به شرح زیر حاصل می‌شود:

$$H_2 = R_2 Q_2^2 = 0/3 \times 30^2 = 270$$

به طور کلی در حل این سیستم معادلات پیوستگی، گره‌ای حذف می‌شود که ارتفاع نظیر فشار آن معلوم باشد.

اکنون مشتقات نسبی f_1, f_2, f_3, f_4 و f_0 نسبت به H_1, H_2, H_3, H_4 به دست می‌آید:

$$\frac{\partial f_1}{\partial H_1} = \frac{0/91}{(H_1 - H_2)^{1/5}} + \frac{1/12}{(H_1 - H_4)^{1/5}} = 0/13$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial H_2} = \frac{-0/91}{(H_1 - H_2)^{1/5}} = -0/06$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial H_4} = \frac{-1/12}{(H_1 - H_4)^{1/5}} = -0/06$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial H_0} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial H_1} = \frac{-0/91}{(H_1 - H_2)^{1/5}} = -0/06$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial H_2} = \frac{0/91}{(H_1 - H_2)^{1/5}} + \frac{0/91}{(H_2 - H_0)^{1/5}} + \frac{1/12}{(H_2 - 270)^{1/5}} = 0/15$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial H_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial H_0} = \frac{-0/51}{(H_2 - H_0)^{1/5}} = -0/04$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial H_1} = \frac{-1/12}{(H_1 - H_4)^{1/5}} = -0/06$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial H_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial H_4} = \frac{1/12}{(H_1 - H_4)^{1/5}} + \frac{1/58}{(H_4 - 270)^{1/5}} = 0/14$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial H_0} = 0$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial H_1} = 0$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial H_2} = \frac{-0/91}{(H_2 - H_0)^{1/5}} = -0/04$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial H_4} = 0$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial H_0} = \frac{91}{(H_2 - H_0)^{1/5}} + \frac{1/58}{(270 - H_4)^{1/5}} = 0/23$$

$$Q_1 = 18/56 \text{ و } Q_2 = 27/44$$

منابع

[۱] مدنی، حسن؛ (۱۳۸۵)؛ "تهویه در معادن"؛ جلد اول، چاپ پنجم؛ انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.

[۲] هوسکینگ، ر.ج- جويس، دس ترنر، ج.س؛ (۱۹۷۸)؛ "نخستین گام‌ها در آنالیز عددی"؛ ترجمه اسماعیل بابلیان، میر کمال میرنیا؛ انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.

[3] Wanj, Y.I-Mutmansky, J.M.; (1997); "*Modeling Mine Ventilation Networks Using Five Basic Network Elements*"; Mining Engineering.

[۴] ملکی، بیژن؛ (۱۳۶۹)؛ "آنالیز شبکه‌های تهویه معدن به وسیله ریز کامپیوتر"؛ پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

[۵] مدنی، حسن؛ (۱۳۸۲)؛ "تهویه در معادن" جلد دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

[6] Khaled Ali El-Nagdy; (2008); "*Analysis of Complex Ventilation Networks in Multiple Fan Coal Mine*"; Ph.D thesis, West Virginia University.

[7] Exikis, A. Kapageridis, I.K.; (2006); "*Simulation of Air and Contaminant Flow in Underground Mine Ventilation Networks*"; Technical Education Institute of Western Macedonia, Greece.

برای تامین شدت جریان ثابت خواسته شده در چاه‌های ۱، ۸ و ۹ و با توجه به ارتفاع نظیر فشار گره‌های ۱، ۴ و ۵، باید از بادبزن و یا در تنظیم کننده کمک گرفت.

۶- برنامه کامپیوتری بر اساس روش نیوتن-رفسون

از آنجا که تحلیل شبکه‌ها با روش‌های دستی بسیار مشکل و وقت‌گیر است لذا بر اساس روش نیوتن-رفسون، برنامه‌ای نوشته شد که قادر است شبکه‌های مختلف را تحلیل کند.

روایت اولیه این برنامه به زبان بیسیک نوشته شده که با وارد کردن اطلاعات شبکه از قبیل تعداد شاخه‌ها، تعداد حلقه‌ها، حداکثر دفعات تکرار لازم و تعداد بادبزن‌ها، شدت جریان نهایی شاخه‌ها محاسبه می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

از آنجا که تحلیل شبکه‌های تهویه معادن با روش‌های دستی مشکل و در پاره‌ای موارد غیر ممکن است لذا اجباراً باید از روش‌های تقریبی حل معادلات کمک گرفت. در مقاله حاضر، معادلات H مبنای کار قرار گرفت و با استفاده از روش نیوتن-رفسون، روشی برای حل این معادلات ارائه شد. برنامه کامپیوتری که بر اساس این روش تهیه شده قادر است شبکه‌های تهویه معادن را در زمان کوتاهی تحلیل کند و در عین حال مشکلات روش هاردی کراس را ندارد.

۸- پیشنهادات

از آنجا که اکثر برنامه‌های کامپیوتری که برای تحلیل شبکه‌های تهویه ارائه شده، بر مبنای روش هاردی کراس بنا شده اند، لذا استفاده از روش نیوتن-رفسون به عنوان یک رویکرد دیگر در این زمینه ارائه شد. از آنجا که برنامه کامپیوتری تهیه شده به زمان بیسیک نوشته شده است، لذا پیشنهاد می‌شود که محققین جوان، بر مبنای این روش، برنامه‌های کامپیوتری جدیدی تهیه و ارائه کنند.