

## مدل سازی خرابی ریزمکانیکی در محیط نرم افزار UDEC برای تحلیل رفتار سنگ های تحت ریزترک های باز حامد ملاداوودی\*

استادیار دانشکده مهندسی معدن و متالورژی دانشگاه صنعتی امیرکبیر؛ hamedavodi@aut.ac.ir

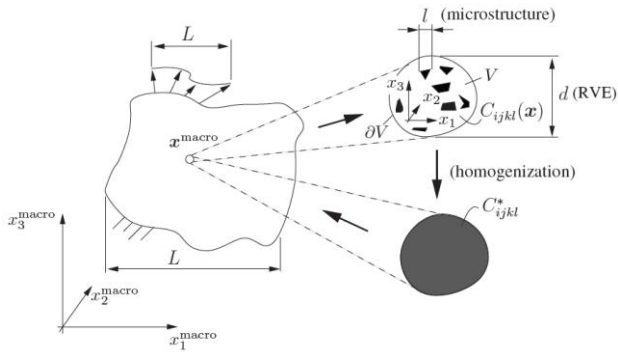
(دریافت ۸ آذر ۱۳۹۲، پذیرش ۱۳ شهریور ۱۳۹۴)

### چکیده

رفتار غیر خطی و برگشتناپذیر سنگ ها تحت بارگذاری ناشی از ایجاد، رشد و انتشار ریزترک ها در سنگ یا فرآیند خرابی است. اغلب برای بررسی فرآیند خرابی از مدل های خرابی پدیدارشناسانه استفاده می شود. در این تحقیق به دلیل کارایی بیشتر مدل های خرابی ریزمکانیکی در برقراری ارتباط بین رفتار ریزمقیاس و بزرگمقیاس سنگ از مدل های خرابی ریزمکانیکی استفاده شده است. در این مقاله دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka ریزترک ها معرفی، بررسی و مقایسه شده اند. بدین منظور مدل های خرابی دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka در شرایط میدان تنش های کششی (ریزترک های باز) فرمولبندی شد. سپس فرمولبندی این مدل ها در محیط ++C کدنویسی شد و مدل رفتاری ریزمکانیکی توسعه داده شده در قالب یک فایل DLL در محیط نرم افزار UDEC به عنوان یک مدل رفتاری جدید فراخوان شد. به منظور استفاده عملی از مدل توسعه داده شده و اعتبارسنجی آن، از آزمایش مقاومت کششی تک محوره انجام شده بر سنگ گرانیت به عنوان مبنا استفاده شد. تلاش شد هندسه و شرایط آزمایش مطابق با واقعیت شبیه سازی شود. براساس نتایج شبیه سازی ها، مدل خرابی ریزمکانیکی براساس الگوی توزیع Mori-Tanaka توانسته است رفتار غیر خطی سنگ از شروع خرابی تا مقاومت حداکثر را به خوبی مطابق داده های آزمایشگاهی شبیه سازی کند. در صورتی که مدل خرابی براساس الگوی توزیع رقیق به دلیل محدودیت در لحاظ مقادیر بالای متغیر خرابی نتوانسته است رفتار غیرخطی سنگ را مدل سازی نماید. از سوی دیگر نتایج شبیه سازی با مدل خرابی بر مبنای الگوی توزیع Mori-Tanaka و تابع مقاومت خرابی کاهش یافته در مقایسه با تابع مقاومت خرابی افزایش یافته تطابق بهتری با داده های آزمایشگاهی دارد. بنابراین مدل خرابی با الگوی توزیع Mori-Tanaka و تابع مقاومت خرابی کاهش یافته رفتار غیر خطی سنگ در تنش هایی نزدیک به مقاومت حداکثر را بهتر مدلسازی کرده است.

### کلمات کلیدی

مدل خرابی ریزمکانیکی، همگن سازی، الگوی توزیع رقیق، الگوی Mori-Tanaka، تابع تسلیم خرابی



شکل ۱: المان حجمی معرف و فرآیند همگن‌سازی اعمالی [۲]

براساس نظریه کامپوزیت‌ها و مطابق شکل ۱، سنگ حاوی ریزترک‌ها را می‌توان به‌عنوان ماده ای ناهمگن در نظر گرفت. با معادل‌سازی آن با ماده‌ای همگن، خواص مکانیکی معادل یا همگن‌سازی شده را تعیین کرد. کمیت‌های بزرگ مقیاس المان حجمی معرف سنگ چون تنش و کرنش با نمادهای  $(\underline{\underline{\sigma}})$  و  $(\underline{\underline{\epsilon}})$  نمایش داده می‌شود. کمیت‌های بزرگ مقیاس المان حجمی به‌صورت میانگین حجمی آن کمیت در ریزمقیاس تعریف می‌شود.

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\sigma}} \, dv \quad \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\underline{\epsilon}} \, dv \quad (1)$$

به‌دلیل یگانگی جواب، تانسور کرنش ریزمقیاس  $\underline{\underline{\epsilon}}$  در المان حجمی معرف رابطه‌ای خطی با تانسور کرنش بزرگ‌مقیاس و یکنواخت  $(\underline{\underline{\epsilon}}) = \underline{\underline{E}}$  اعمالی در مرز المان حجمی معرف دارد.

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{A}} : \underline{\underline{E}} \quad (2)$$

$\underline{\underline{A}}$  تانسور مرتبه چهارم تأثیر است. معادله ساختاری در هر بخش سنگ (ماتریکس و ریزترک) از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{z}}) = \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{z}}) : \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{\underline{z}}) \quad (3)$$

$\underline{\underline{C}}(\underline{\underline{z}})$  تانسور مرتبه چهارم صلبیت سنگ در نقطه‌ای به مختصات  $\underline{\underline{z}}$  است. بر اساس راه حل Eshelby، تانسور تأثیر  $(\underline{\underline{A}})$  در هر بخش سنگ (ماتریکس جامد و ناهمگنی) یکسان فرض می‌شود. تانسور صلبیت همگن‌شده سنگ را می‌توان براساس دو جزء ماتریکس جامد و ریزترک‌ها به‌صورت زیر بسط داد [۳].

$$\underline{\underline{C}}^{hom} = \underline{\underline{C}}^s + \varphi(\underline{\underline{C}}^c - \underline{\underline{C}}^s) : \underline{\underline{A}}^c \quad (4)$$

## ۱- مقدمه

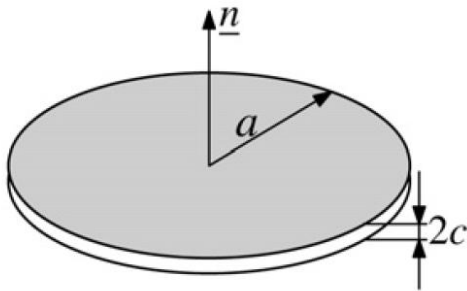
خرابی بر اثر ایجاد، رشد و انتشار ریزترک‌ها اغلب ساز و کار اصلی تغییر شکل غیر الاستیک، غیرخطی و در نهایت شکست در مواد شکننده‌ای چون سنگ است. برای مدل‌سازی خرابی در مواد شکننده‌ای چون سنگ‌ها، در ابتدا مدل‌های خرابی ماکروسکوپی یا پدیدارشناسانه ارائه شدند. در این مدل‌ها فرآیندهای اتلاف انرژی براساس اصول ترمودینامیک بازگشت‌ناپذیر فرمول‌بندی می‌شوند. از متغیرهای داخلی خرابی تانسوری با مرتبه‌های مختلف برای بیان و توصیف ریزترک‌ها استفاده می‌شود. مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه با ایجاد معادلات ساختاری به راحتی در نرم افزارها و تحلیل‌های مهندسی استفاده می‌شوند و ابزار مفیدی برای تحلیل شکست می‌باشند. برخی مفاهیم و کمیت‌ها در این مدل‌ها براساس ساز و کارهای داخلی در ریزمقیاس نیستند. از سوی دیگر برخی ویژگی‌های رفتاری سنگ چون اثرات unilateral، اتساع حجمی، اندرکنش خرابی و اصطکاک لغزشی به طور کامل با این مدل‌ها قابل شبیه‌سازی نیستند.

به‌منظور غلبه بر این ضعف‌ها، مدل‌های خرابی ریزمکانیکی در سال‌های اخیر ارائه شده‌اند. در این مدل‌ها، سازوکارهای فیزیکی ریزمقیاس و رفتارهای ماکروسکوپی مشاهده شده در آزمایشگاه به یکدیگر مربوط می‌شوند. تبدیل معادلات از مقیاس ریز به بزرگ‌مقیاس همگن‌سازی نامیده و بدین‌منظور اغلب از روش‌های up-scaling استفاده می‌شود. مدل‌های خرابی مبتنی بر فرآیند همگن‌سازی، براساس نتایج حل Eshelby ماده ناهمگن استوار است. در این روش سنگ حاوی ریزترک به‌صورت کامپوزیت دو جزئی ماتریکس-ناهمگنی در نظر گرفته می‌شود [۱].

## ۲- اصول همگن‌سازی

در ریزمقیاس، تانسور الاستیسیته سنگ وابسته به مختصات نقطه، متفاوت است. به‌منظور برقراری ارتباط بین کمیت‌های ریزمقیاس و بزرگ‌مقیاس سنگ، از المان حجمی معرف (REV) استفاده می‌شود. المان حجمی معرف سنگ  $(V)$  با مرز  $\partial V$  که حاوی ناهمگنی‌ها است و فرآیند همگن‌سازی اعمالی بر آن در شکل ۱ مشاهده می‌شود.

برابر با  $\epsilon = \frac{c}{a}$  است.



شکل ۳: هندسه ریزترک بیضوی تخت [۶]

نسبت حجمی ( $\varphi$ ) مجموعه ریزترکها در المان حجمی معرف از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\varphi = \frac{4}{3}\pi a^2 c N = \frac{4}{3}\pi \epsilon d \quad (5)$$

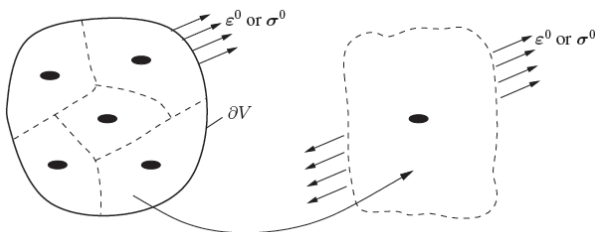
در رابطه بالا  $N$  چگالی یا تعداد ریزترکها در المان حجمی معرف سنگ است.  $d$  متغیر خرابی است که از رابطه زیر تعریف می‌شود [۴].

$$d = N a^3 \quad (6)$$

از این متغیر اغلب در مدل‌های خرابی ریزمکانیکی به‌عنوان متغیر خرابی استفاده می‌شود.

#### ۴- الگوی توزیع رقیق (dilute distribution scheme)

یکی از الگوها و فرض‌های ساده کننده برای محاسبه تانسور تأثیر ریزترکها در رابطه ۴، الگوی توزیع رقیق ریزترکها است. در این الگو فرض می‌شود ریزترکها در سنگ (ماتریکس جامد) به‌صورت رقیق و در فاصله‌ای دور از یکدیگر توزیع شده‌اند. در این الگو از اندرکنش ریزترکها با یکدیگر صرف نظر می‌شود. به‌صورتی که ریزترکها بر یکدیگر هیچ اثر مکانیکی ندارند.



شکل ۴: الگوی توزیع رقیق ناهمگنی‌ها [۲]

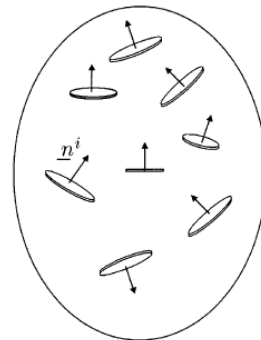
در چنین شرایطی هر ریزترک را می‌توان در ماتریکس الاستیک

در رابطه بالا،  $\varphi$  نسبت حجمی ریزترکها در المان حجمی معرف سنگ،  $A^c$  تانسور مرتبه چهارم تأثیر بخش ریزترکها،  $C^c$  و  $C^s$  به‌ترتیب تانسور مرتبه چهارم‌مصلبیت بخش ماتریکس جامد و ریزترکها (ناهمگنی) است.

از نظر مکانیکی هر ریزترک با تانسور صلبيت  $C^c$  مشخص می‌شود. تانسور صلبيت  $C^c$  به وضعیت باز یا بسته بودن ریزترک وابسته است. در میدان‌های تنش کششی و در شرایط ریزترکهای باز به‌دلیل عدم انتقال نیرو در دو سطح ریزترک تانسور صلبيت ریزترکها برابر صفر است ( $C^c = 0$ ). براساس رابطه ۴، برای تعیین تانسور صلبيت همگن‌شده  $C^{hom}$ ، برآورد تانسور تأثیر ریزترکها  $A^c$  لازم است. محاسبه تانسور تأثیر ریزترکها با استفاده از روش‌های حل بسته امکان‌پذیر نیست. بنابراین با توجه به ریزساختار سنگ، از فرض‌ها و الگوهای ساده-کننده‌ای به‌منظور تعیین تانسور تأثیر ریزترکها استفاده می‌شود.

#### ۳- متغیر خرابی

در مدل‌های خرابی ریزمکانیکی متغیر خرابی اغلب براساس هندسه و نحوه توزیع ریزترکها در سنگ تعریف می‌شود. برای شبیه‌سازی واقعی‌تر رفتار سنگ اغلب ریزترکها به‌شکل بیضوی تخت<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. بر همین اساس المان حجمی معرف (REV) متشکل از ماتریکس جامد با تانسور الاستیسیته  $C^s$  و مجموعه‌ای از ریزترکها به‌شکل بیضوی تخت با بردار نرمال  $\underline{n}$  یکه [۵] در نظر گرفته می‌شود [۵]. در شکل ۲ توزیع تصادفی از ریزترکهای بیضوی تخت مشاهده می‌شود.



شکل ۲: المان حجمی معرف حاوی ریزترکها [۶].

مطابق شکل ۳ هر ریزترک به شکل بیضوی تخت با شعاع متوسط  $a$ ، نصف بازشدگی  $c$  و نسبت بازشدگی به شعاع

چنانچه توزیع جهت‌داری ریزترک‌ها در سنگ تصادفی در نظر گرفته شود و شعاع همه ریزترک‌ها یکسان فرض شود. مجموع اثر ریزترک‌ها با جهت‌داری‌های مختلف بر تانسور صلبیت را می‌توان با تانسور صلبیت همگن شده به صورت زیر برآورد کرد [۳]:

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^s : (\mathbb{I} - d\mathbb{Q}) \quad (11)$$

در این رابطه، تانسور مرتبه چهارم  $\mathbb{Q}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$\mathbb{Q} = \frac{4\pi}{3} \langle \mathbb{T} \rangle = Q_1 \mathbb{J} + Q_2 \mathbb{K} Q_1 = \frac{16}{9} \frac{1-\nu^2}{1-2\nu} Q_2 = \frac{32(1-\nu)(5-\nu)}{45} \frac{1-\nu}{2-\nu} \quad (12)$$

در رابطه بالا،  $\mathbb{J}$  و  $\mathbb{K}$  به ترتیب جزء هیدروستاتیک و انحرافی تانسور مرتبه چهارم یک‌هسته هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J} \quad (13)$$

$\delta_{ij}$  در رابطه بالا تانسور مرتبه دوم دلتای کرونکر است. با فرض توزیع همسانگرد خرابی در المان حجمی معرف، تانسور صلبیت همگن شده همسانگرد  $(\mathbb{C}^{hom} = 3K^{hom}\mathbb{J} + 2\mu^{hom}\mathbb{K})$  می‌باشد، در این صورت خواهیم داشت:

$$K^{hom} = K^s (1 - dQ_1) = K^s \left( 1 - \frac{16}{9} \frac{1-\nu^2}{1-2\nu} d \right) \quad (14)$$

$$\mu^{hom} = \mu^s (1 - dQ_2) = \mu^s \left( 1 - \frac{32}{45} \frac{(1-\nu)(5-\nu)}{2-\nu} d \right) \quad (15)$$

در روابط بالا  $K^{hom}$  و  $\mu^{hom}$  به ترتیب مدول بالک و برشی همگن شده (مؤثر) است.

## ۵- الگوی توزیع Mori-Tanaka

سنگ حاوی ریزترک‌ها را می‌توان به صورت کامپوزیتی از ماتریکس و ناهمگنی (ریزترک) در نظر گرفت. چنانچه میدان تنش و کرنش در ماتریکس را یکنواخت و با  $\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle^m$  و  $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^m$  نمایش دهیم. با استفاده از میدان تنش و کرنش یکنواخت در ماتریکس، بار اعمالی بر هر ریزترک به حضور دیگر ریزترک‌ها مربوط می‌شود. در این الگو، تغییرات و نوسان موضعی میدان تنش و کرنش در ماتریکس لحاظ نمی‌شود. در این الگو، هر ریزترک واقع در ماتریکس همگن نامحدود با شرایط مرزی اعمال میدان تنش و کرنش  $\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle^m$  و  $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^m$  فرض می‌شود [۲].

همگن با تانسور صلبیت  $\mathbb{C}^s$  تحت کرنش یکنواخت اعمالی به المان حجمی معرف در مرزهای بسیار دور از ریزترک در نظر گرفت.

در این الگو، ابعاد هندسی ریزترک‌ها در مقایسه با فاصله آن‌ها از یکدیگر و فاصله از مرز المان حجمی معرف بسیار کوچک است. چنین شرایط ایده‌آلی تنها برای سنگ‌هایی با نسبت‌های حجمی خیلی کوچک از ریزترک ( $\varphi \ll 1$ ) برقرار است [۲].

براساس حل مساله ناهمگنی بیضوی شکل واقع در ماتریکس همگن با مرزهای بسیار دور از آن توسط *Eshelby*، تانسور تأثیر در چنین شرایطی ( $\mathbb{A}^\infty$ ) از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$\mathbb{A}^\infty = [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}^{s-1} : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} \quad (7)$$

در این رابطه،  $\mathbb{I}$  تانسور مرتبه چهارم یک‌هسته و  $\mathbb{S}$  تانسور مرتبه چهارم *Eshelby* است. مؤلفه‌های تانسور *Eshelby* در ماده الاستیک به نسبت پواسون، نسبت قطرهای اصلی ناهمگنی بیضوی شکل و جهت‌داری آن‌ها وابسته است.

با توجه به شرایط ریزترک در الگوی توزیع رقیق ریزترک‌ها، از تانسور تأثیر ناهمگنی با مرزهای دور در رابطه ۷ می‌توان برای محاسبه تانسور صلبیت در رابطه ۴ استفاده کرد. در این صورت تانسور صلبیت همگن شده سنگ حاوی ریزترک‌ها برابر است با:

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^s + \varphi (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : [\mathbb{I} + \mathbb{S} : \mathbb{C}^{s-1} : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} \quad (8)$$

الگوی توزیع رقیق، شرایط تمرکز زیاد ریزترک‌ها و اندرکنش آن‌ها با یکدیگر را نمی‌تواند لحاظ کرد. به‌طور مثال، در شرایط پیشینه تمرکز ریزترک‌ها ( $\varphi = 1$ )، تانسور صلبیت همگن شده برابر با  $\mathbb{C}^c$  نیست. اما در شرایط کمینه تمرکز ریزترک‌ها ( $\varphi = 0$ )، تانسور صلبیت همگن شده برابر با  $\mathbb{C}^s$  است.

در الگوی توزیع رقیق، با فرض ریزترک‌های بیضوی تخت و باز ( $\mathbb{C}^c = 0$ ) و جای‌گذاری نسبت حجمی ریزترک‌های بیضوی تخت از رابطه ۵ در رابطه ۸ خواهیم داشت:

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^s : \left[ \mathbb{I} - \frac{4}{3} \pi d \epsilon (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1} \right] \quad (9)$$

در رابطه بالا، به نظر می‌رسد  $\mathbb{C}^{hom}$  به نسبت بازشدگی به شعاع ریزترک ( $\epsilon$ ) وابسته است. در صورتی که برای  $1 \ll \epsilon$  در ریزترک‌های بیضوی تخت تانسور  $\mathbb{T}$  مقدار ثابتی خواهد داشت [۳]:

$$\mathbb{T} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\mathbb{I} - \mathbb{S})^{-1} = Const. \quad (10)$$

در الگوریتم توزیع Mori-Tanaka تانسور صلبیت همگن شده با فرض ریزترک‌های بیضوی تخت در شرایط باز از رابطه ۱۷ تعیین می‌شود. در صورت حضور چند مجموعه ریزترک در سنگ، رابطه ۱۷ به صورت زیر تبدیل خواهد شد [۳]:

$$\mathbb{C}^{hom} = (1 - \varphi)\mathbb{C}^s : \left[ (1 - \varphi)\mathbb{I} + \sum_i \varphi^i (\mathbb{I} - \mathbb{S}_i)^{-1} \right]^{-1} \quad (18)$$

در رابطه بالا،  $\varphi^i$  نسبت حجمی مجموعه  $i$  ام ریزترک‌ها در المان حجمی معرف با تانسور  $\mathbb{S}_i$  Eshelby است. در شرایط توزیع تصادفی ریزترک‌ها در سنگ در طی فرآیند خرابی چنانچه نسبت بازشدگی به شعاع ریزترک ( $\epsilon$ ) به سمت صفر میل کند،  $\varphi$  بر اساس رابطه ۵ به سمت صفر میل می‌کند و در این صورت  $d \mathbb{Q}$  خواهد شد [۳]. در این صورت خواهیم داشت.

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^s : (\mathbb{I} + d \cdot \mathbb{Q})^{-1} \quad (19)$$

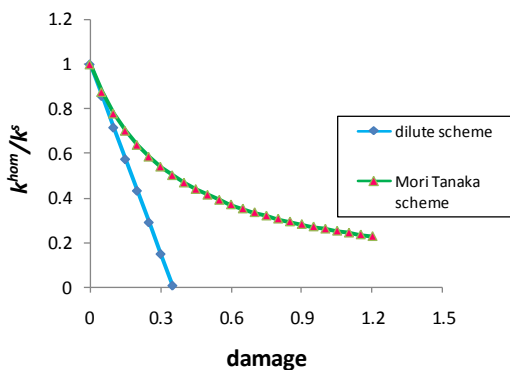
با جای گذاری تانسور مرتبه چهارم  $\mathbb{Q}$  از رابطه (۱۲)، خواهیم داشت.

$$\mathbb{C}^{hom} = \frac{3K^s}{1+d Q_1} \mathbb{J} + \frac{2\mu^s}{1+d Q_2} \mathbb{K} \quad (20)$$

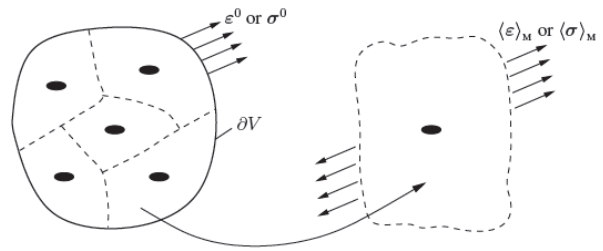
در این صورت بر اساس رابطه  $(\mathbb{C}^{hom} = 3K^{hom} \mathbb{J} + 2\mu^{hom} \mathbb{K})$  خواهیم داشت.

$$K^{hom} = \frac{K^s}{1+d Q_1} \mu^{hom} = \frac{\mu^s}{1+d Q_2} \quad (21)$$

در شکل ۶ کاهش مدول حجمی همگن شده سنگ با افزایش متغیر خرابی در دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka با لحاظ ریزترک‌های بیضوی تخت براساس روابط ۱۴ و ۲۱ مشاهده می‌شود. برای محاسبه مدول حجمی همگن شده سنگ، نسبت پواسون  $\nu/2$  فرض شده است.



شکل ۶: تغییرات مدول بالک همگن شده در سنگ حاوی ریزترک‌های بیضوی تخت در دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka



شکل ۵: اندرکنش ناهمگنیها در الگوی توزیع Mori-Tanaka [۲]

براساس حل مساله ناهمگنی بیضوی واقع در ماتریکس با اعمال شرایط مرزی کرنش یکنواخت توسط Eshelby، خواهیم داشت:

$$\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^c = \mathbb{A}^\infty : \langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^m \quad (15)$$

کرنش المان حجمی معرف سنگ  $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^c$  را می‌توان براساس کرنش ماتریکس  $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^m$  و ریزترک  $\langle \underline{\underline{\epsilon}} \rangle^c$  بسط داد. در این صورت تانسور تأثیر در الگوی Mori-Tanaka از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۳].

$$\mathbb{A}^{MT} = [\mathbb{I} + (1 - \varphi) \mathbb{S} : \mathbb{C}^{s-1} : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} \quad (16)$$

با جای گذاری تانسور تأثیر الگوی Mori-Tanaka در رابطه (۴)، تانسور صلبیت همگن شده در این الگو برابر است با:

$$\mathbb{C}^{hom} = \mathbb{C}^s + \varphi (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : [\mathbb{I} + (1 - \varphi) \mathbb{S} : \mathbb{C}^{s-1} : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} \quad (17)$$

با مقایسه تانسور صلبیت الگوهای Mori-Tanaka و توزیع رقیق نسبت به یکدیگر با استفاده از روابط ۸ و ۱۷، اثر نسبت حجمی ریزترک‌ها در الگوی Mori-Tanaka بیش از الگوی توزیع رقیق لحاظ می‌شود. بر همین اساس الگوی Mori-Tanaka رفتار سنگ حاوی ریزترک را بهتر پیش‌بینی می‌کند. به طور مثال، در شرایط بیشینه تمرکز ریزترک‌ها ( $\varphi = 1$ )، تانسور صلبیت همگن شده تنها در الگوی Mori-Tanaka برابر با  $\mathbb{C}^c$  است. اما برای مقادیر کم نسبت حجمی ریزترک‌ها ( $\varphi = 0$ )، نتایج دو روش همگن سازی تقریباً یکسان و برابر با  $\mathbb{C}^s$  است.

الگوهای توزیع رقیق و Mori-Tanaka با استفاده از تانسور Eshelby، تنها می‌توانند شکل ناهمگنی را لحاظ کنند. این الگوها نمی‌توانند آرایش هندسی و توزیع فضایی ناهمگنی‌ها را در نظر گیرند.

فرمول‌بندی شود. با فرض کرنش‌های کوچک و فرآیندهای همدم انرژی آزاد کرنشی براساس قوانین وضعیت تعیین می‌شود. سپس ملاک خرابی مناسب برای تعیین قانون بروز خرابی انتخاب می‌شود. تابع انرژی آزاد کرنشی متناظر با تانسور صلیبیت همگن شده  $\mathbb{C}^{hom}$  که با  $W(\underline{\underline{E}}, d)$  نشان داده می‌شود برابر است با:

$$W(\underline{\underline{E}}, d) = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \mathbb{C}^{hom} : \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} K^{hom} (tr \underline{\underline{E}})^2 + \mu^{hom} (\underline{\underline{E}}' : \underline{\underline{E}}') \quad (22)$$

در رابطه بالا  $\underline{\underline{E}}$  تانسور کرنش اعمالی بر المان حجمی معرف (تانسور کرنش بزرگ مقیاس) و  $\underline{\underline{E}}'$  تانسور انحرافی کرنش اعمالی بر المان حجمی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\underline{\underline{E}}' = \mathbb{K} : \underline{\underline{E}} \quad (23)$$

روابط تنش-کرنش المان حجمی معرف با مشتق‌گیری از تابع انرژی آزاد کرنشی در رابطه ۲۲ نسبت به تانسور کرنش به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{\partial W(\underline{\underline{E}}, d)}{\partial \underline{\underline{E}}} = \mathbb{C}^{hom} : \underline{\underline{E}} \quad (24)$$

#### ۶-۱- نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی

نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی نرخ رهاسازی و آزادسازی انرژی در سنگ را نشان می‌دهد. نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی براساس رابطه ۲۲ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$Y = -\frac{\partial W(\underline{\underline{E}}, d)}{\partial d} = -\frac{1}{2} \frac{\partial k^{hom}}{\partial d} (tr \underline{\underline{E}})^2 - \frac{\partial \mu^{hom}}{\partial d} \underline{\underline{E}}' : \underline{\underline{E}}' \quad (25)$$

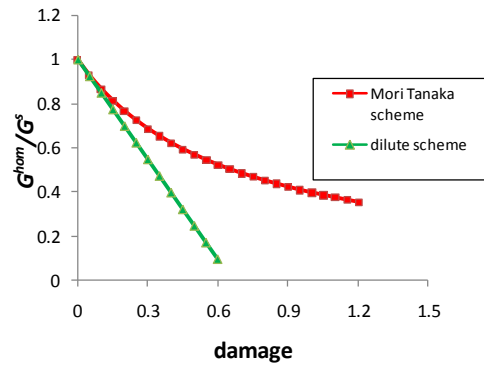
براساس روابط ۱۴ و ۱۵، برای سنگ حاوی ریزترک‌های بیضوی تخت و در شرایط باز، نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی در الگوی توزیع رقیق برابر است با:

$$Y = \frac{1}{2} k^s Q_1 (tr \underline{\underline{E}})^2 + \mu^s Q_2 \underline{\underline{E}}' : \underline{\underline{E}}' \quad (26)$$

براساس رابطه ۲۱، برای سنگ حاوی ریزترک‌های بیضوی تخت در شرایط باز، نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی در الگوی توزیع Mori-Tanaka برابر است با:

براساس شکل ۶ الگوی توزیع رقیق مقادیر کم متغیر خرابی را می‌تواند لحاظ کند. این الگو نمی‌تواند مدول حجمی همگن شده سنگ را در مقادیر زیاد متغیر خرابی محاسبه کند. در صورتی که الگوی توزیع Mori-Tanaka بر خلاف الگوی توزیع رقیق می‌تواند مقادیر زیاد متغیر خرابی را نیز در نظر گیرد. از سوی دیگر رابطه تغییرات مدول حجمی همگن شده و افزایش متغیر خرابی در الگوی توزیع رقیق، خطی است. در صورتی که این تغییرات در الگوی توزیع Mori-Tanaka با افزایش متغیر خرابی غیرخطی است.

در شکل ۷ نیز کاهش مدول برشی همگن شده سنگ با افزایش متغیر خرابی در دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka با لحاظ ریزترک‌های بیضوی تخت براساس روابط ۱۴ و ۲۱ مشاهده می‌شود. برای محاسبه مدول برشی همگن شده سنگ، نسبت پواسون ۰/۲ فرض شده است.



شکل ۷: تغییرات مدول برشی همگن شده در سنگ حاوی ریزترک‌های بیضوی تخت در دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka

چنانچه در شکل ۷ مشاهده می‌شود الگوی توزیع رقیق تنها مقادیر کم متغیر خرابی را می‌تواند لحاظ کند. در صورتی که الگوی توزیع Mori-Tanaka مقادیر زیاد متغیر خرابی را نیز می‌تواند در نظر گیرد. از سوی دیگر، تغییرات مدول برشی همگن شده سنگ نسبت به متغیر خرابی در الگوی توزیع رقیق خطی است در صورتی که این تغییرات در الگوی توزیع Mori-Tanaka نسبت به افزایش متغیر خرابی غیر خطی است.

#### ۶- فرمول‌بندی ماده الاستو-خرابی

مدل الاستو-خرابی می‌بایست در قالب اصول ترمودینامیکی

در رابطه بالا،  $\lambda$  ضریب خرابی است که با استفاده از شرایط سازگاری به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial d} \dot{d} + \frac{\partial f}{\partial \underline{E}} : \underline{\dot{E}} = 0 \quad (30)$$

رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\lambda = \frac{1}{H^d} \frac{\partial Y}{\partial \underline{E}} : \underline{\dot{E}} \quad (31)$$

در رابطه بالا  $H^d$  مدول سخت‌شوندگی خرابی است که از رابطه زیر تعیین می‌شود.

$$H^d = - \left( \frac{\partial f}{\partial d} \right) \quad (32)$$

به دلیل محدودیت‌های الگوریتم توزیع رقیق، تنها از توابع مقاومت خرابی افزایشی در این الگو می‌توان استفاده کرد. به دلیل ضرورت مثبت بودن ضریب خرابی  $\lambda$ ، امکان استفاده از توابع مقاومت خرابی ثابت یا کاهش‌ی با الگوی توزیع رقیق نیست. در جدول ۲ مدول سخت‌شوندگی خرابی در الگوی توزیع رقیق ریزترک‌ها وابسته به نوع تابع مقاومت خرابی، محاسبه و ارائه شده است.

جدول ۲: مدول سخت‌شوندگی خرابی در الگوی توزیع رقیق

نوع تابع مقاومت		$H^d$
چند جمله ای افزایشی	$Y - C * (1 + d)$	$c$
نمایی افزایشی	$Y - C * \exp(d)$	$ce^d$

در این صورت  $\lambda$  در الگوی توزیع رقیق ریزترک‌ها براساس رابطه ۳۱ و مدول‌های سخت‌شوندگی محاسبه شده در جدول ۲ برابر است با:

$$\lambda = \frac{k^s Q_1}{H^d} (tr \underline{E}) (tr \underline{\dot{E}}) + \frac{2\mu^s Q_2}{H^d} \underline{E}' : \underline{\dot{E}}' \quad (33)$$

در الگوی توزیع Mori-Tanaka، مدول سخت‌شوندگی خرابی با استفاده از تابعهای مقاومت خرابیدر جدول ۱، برابر است با:

$$H^d = \frac{k^s Q_1^2}{(1+dQ_1)^3} (tr \underline{E})^2 + \frac{2\mu^s Q_2^2}{(1+dQ_2)^3} \underline{E}' : \underline{E}' + \frac{\partial R(d)}{\partial d} \quad (34)$$

در این صورت  $\lambda$  در الگوی توزیع Mori-Tanaka براساس مدول‌های سخت‌شوندگی محاسبه شده از رابطه ۳۴ برابر است با:

$$Y = \frac{1}{2} \frac{k^s Q_1}{(1+dQ_1)^2} (tr \underline{E})^2 + \frac{\mu^s Q_2}{(1+dQ_2)^2} \underline{E}' : \underline{E}' \quad (27)$$

## ۲-۶- تابع تسلیم و قانون بروز خرابی

تابع تسلیم خرابی وضعیت مرزی توسعه خرابی در سنگ را نشان می‌دهد. تابع تسلیم خرابی براساس نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی و متغیر خرابی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(Y, d) = Y - R(d) = 0 \quad \text{و} \quad f(Y, d) < 0 \quad (28)$$

در رابطه بالا،  $R(d)$  نشانگر تابع مقاومت سنگ نسبت به توسعه خرابی است. به طور کلی  $R(d)$  می‌تواند به صورت تابعی افزایشی یا کاهش‌ی از متغیر خرابی ( $d$ ) تعریف شود. در جدول ۱ انواع توابع مقاومت خرابی بررسی و استفاده شده در این مقاله ارائه شده است.

جدول ۱: انواع تابع مقاومت خرابی بررسی و استفاده شده

نوع تابع مقاومت		
ثابت		
چند جمله ای افزایشی	$C * (1 + d)$	$Y - C * (1 + d)$
نمایی افزایشی	$C * \exp(d)$	$Y - C * \exp(d)$
کاهش‌ی	$C / (1 + d)$	$Y - C / (1 + d)$

در توابع مقاومت خرابی پیشنهادی،  $C$  آستانه اولیه خرابی سنگ است. براساس تحقیقات انجام شده، در حدود ۷۰ درصد مقاومت حداکثر سنگ ریزترک‌های جدید در سنگ ایجاد می‌شوند و فرآیند خرابی آغاز می‌شود [۷]. بنابراین می‌توان پارامتر  $C$  را به عنوان ۷۰ درصد انرژی کرنشی متناظر با مقاومت حداکثر سنگ از آزمایش‌های مقاومت محاسبه کرد.

مدل‌های خرابی ریزمکانیکی با الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka تنها می‌توانند اثر ریزترک‌ها بر رفتار سنگ را در محدوده ایجاد ریزترک‌های جدید (شروع خرابی) تا مقاومت حداکثر نشان دهند. برای بررسی به هم پیوستن ریزترک‌ها و در نتیجه رفتار نرم شونده‌گی سنگ استفاده از مدل‌های خرابی پیچیده‌تر ضروری است. قانون بروز نرمال خرابی نیز از رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$\dot{d} = \lambda \frac{\partial f}{\partial Y} \quad (29)$$

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} - \lambda \tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} \quad (39)$$

(ب) اگر  $(f < 0)$

در این حالت بروز خرابی صفر است و تانسور تنش آزمون همان تانسور تنش واقعی است.

#### ۷- مدل سازی عددی و اعتبارسنجی

در بخش قبل مدل خرابی ریزمکانیکی براساس الگوهای توزیع رقیق و Mori-Tanaka توسعه و فرمولبندی شد. در این قسمت از قابلیت نگارش مدل رفتاری جدید در محیط نرم افزار UDEC توسط کاربر استفاده شد تا بتوان از این مدل رفتاری جدید در محیط نرم افزار UDEC استفاده نمود. فرمول بندی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده، در محیط نرم افزار ++C کدنویسی و در قالب یک فایل DLL به عنوان مدل رفتاری جدید در محیط نرم افزار UDEC استفاده شد.

#### ۷-۱- نگارش مدل رفتاری جدید توسط کاربر

بدین منظور فضای کاری یا یک گروه کاری در محیط نرم افزار ++C Microsoft Visual ایجاد شد. یک فضای کاری شامل پروژه‌هایی از مجموعه فایل‌های Source و سرآیند می-باشند. فایل‌های لازم فضای کاری شامل کلاس پایه و تعدادی توابع عضو می‌باشند. سپس مدل رفتاری ارائه شده در این مقاله، در محیط نرم افزار ++C Microsoft Visual برنامه نویسی شده و به عنوان یک فایل DLL (dynamic link library) کامپایل می‌شود. این فایل می‌تواند توسط نرم افزار UDEC فراخوان شود.

اگرچه مدل اطلاعات دیگری چون نام‌ها را نیز می‌بایست فراهم نماید و عملیاتی چون خواندن و نوشتن فایل‌های ذخیره شده را انجام دهد.

پس از اجرای برنامه در محیط ++VC و ایجاد فایل DLL از مدل توسعه یافته خرابی، این فایل به محیط نرم افزار UDEC منتقل می‌شود. برای استفاده از قابلیت نگارش مدل رفتاری جدید توسط کاربر، از دستور CONFIG cppudm استفاده می‌شود. سپس فایل DLL مدل مورد نظر در محیط نرم افزار UDEC با دستور MODEL load فراخوان می‌شود. سپس مدل جدید و خواص آن توسط نرم افزار UDEC شناخته می‌شود. مدل جدید و توسعه یافته نیز در لیست مدل‌های قابل استفاده در نرم افزار، قرار می‌گیرد.

$$\lambda = \frac{k^s Q_1 (tr \underline{\underline{E}})^2 + \frac{2\mu^s Q_2}{(1+dQ_2)^2} \underline{\underline{E}} : \underline{\underline{E}}}{H^d} \quad (35)$$

#### ۶-۲- الگوریتم مدل رفتاری خرابی ریزمکانیکی

محاسبات عددی بر اساس مدل رفتاری خرابی ریز مکانیکی به روش تکرار گام به گام انجام می‌شود. این روش شامل برآورد الاستیک و اصلاح خرابی است. روابط رفتاری به صورت نمودار نوشته شده و متغیرهایی چون تنش و خرابی در هر گام مجزای زمانی  $(t^{(n)} - t^{(n-1)}) = \Delta t^{(n)}$  با فرض افزایش کرنش کل در هر المان محاسبه و با مقادیر قبلی آن جمع می‌شود. گام  $n$  ام فرآیند محاسبه عددی مدل دارای مراحل زیر است:

(۱) از خروجی گام قبلی (گام  $n-1$ ) داده‌های ورودی و معلوم گام جدید (گام  $n$  ام) تعیین می‌شود:

$$\sigma_{ij}^{(n-1)}, \quad \varepsilon_{ij}^{(n-1)}, \quad d^{(n-1)}$$

(۲) با فرض افزایش تانسور کرنش کل  $(\Delta \varepsilon_{ij}^{(n)})$  تانسور کرنش کل در گام  $n$  ام  $(\varepsilon_{ij}^{(n)})$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

(۳۶)

(۳) با فرض رفتار الاستیک (بدون در نظر گرفتن اثر خرابی) تانسور تنش آزمون  $(\tilde{\sigma}_{ij}^{(n)})$  از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$\tilde{\sigma}_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + E_{ijkl}^{(d)} \Delta \varepsilon_{kl}^{(n)} \quad (37)$$

(۳) نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی براساس رابطه ۲۷ محاسبه می‌شود.

(۴) تابع تسلیم خرابی نیز براساس رابطه ۲۸ محاسبه می‌شود. سپس تابع تسلیم خرابی بررسی می‌شود.

الف) اگر  $(f \geq 0)$

در این حالت بروز خرابی اتفاق می‌افتد. در نتیجه ضریب نمو خرابی بر اساس روابط ۳۴ و ۳۵ محاسبه می‌شود. متغیر خرابی لگاریتمی در گام  $n$  ام از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d^{(n)} = d^{(n-1)} + \lambda \quad (38)$$

بنابراین براساس رابطه ۸، در این حالت تصحیح تنش به صورت زیر انجام می‌شود:



ریزترک‌های جدید در سنگ ایجاد شده و رشد می‌کند. به دلیل ایجاد و رشد ریزترک‌ها در این مرحله، رفتار سنگ تا مقاومت حداکثر غیر خطی است. در حدود مقاومت حداکثر (3 MPa) به دلیل اندرکنش و گسترش ریزترک‌ها شکست سنگ رخ می‌دهد. پس از مقاومت حداکثر، بر اثر گسترش، به هم پیوستن ریزترک‌ها و تشکیل ترک بزرگ مقیاس رفتار سنگ به صورت نرم-شونده است. بر این اساس تنش در حدود 2 MPa نشان‌گر آغاز فرآیند خرابی در سنگ است. بر همین اساس مقدار پارامتر  $C$  به عنوان انرژی کرنشی متناظر با شروع فرآیند خرابی محاسبه شد. در جدول 3 پارامترهای ورودی مدل خرابی توسعه یافته براساس نتایج آزمایش‌ها ارائه شده‌اند.

جدول 3: پارامترهای ورودی مدل خرابی پیشنهادی

$E$ (GPa)	$\sigma_T$ (MPa)	$C$ (Pa)
15	3	200

### 3-7- هندسه، شرایط مرزی و بارگذاری

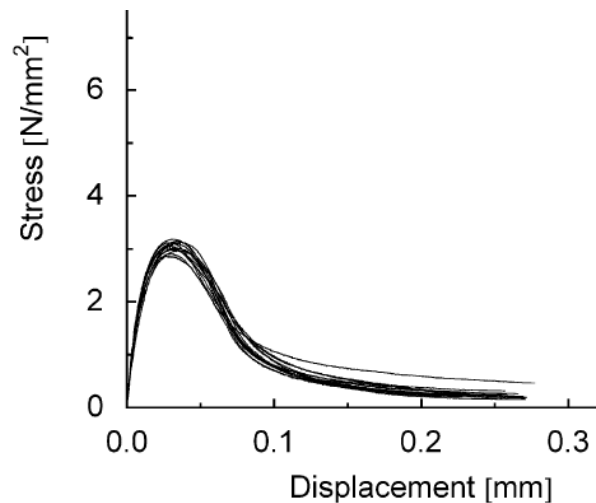
در شکل 9 تصویری از هندسه مدل مورد استفاده برای شبیه‌سازی آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره مشاهده می‌شود. عرض مدل حدود 10 سانتی متر و ارتفاع آن حدود 20 سانتی-متر است. براساس استاندارد ISRM بارگذاری تک‌محوره کششی به صورت پیوسته و بدون اعمال هرگونه شوک یا ضربه افزایش می‌یابد. سرعت اعمال بار باید ثابت و به نحوی باشد که نمونه ظرف مدت 5 دقیقه بشکند. بر این اساس میدان سرعت به مقدار  $0.00002 \text{ m/sec}$  در جهت محور عمودی  $y$  در مرز بالایی مدل اعمال شد. از سوی دیگر مرز پایینی مدل در راستای محور عمودی بدون حرکت و جابجایی است. مدل نظر مورد نظر با 2048 المان مش‌بندی شد. به منظور بررسی رفتار سنگ در طی بارگذاری کششی، نقاطی به منظور ثبت متغیرهایی چون تنش و کرنش در کل نمونه در نظر گرفته شد. در شکل 9 هندسه مدل و نحوه مش‌بندی نمونه سنگ شبیه‌سازی شده در بارگذاری کششی تک‌محوره مشاهده می‌شود.

با استفاده از این مدل رفتاری جدید در هرگام محاسباتی، تانوسور تنش براساس کرنش‌های اعمالی به مساله، محاسبه می‌شود. در پیوست الف، بخش اصلی کدنویسی انجام شده در محیط نرم افزار Visual C++ ارائه شده است.

### 2-7- پارامترهای ورودی و هندسه مدل

چون مدل‌های خرابی ریزمکانیکی پیشنهادی در شرایط ریزترک‌های باز (میدان تنش‌های کششی) توسعه یافته‌اند بنابراین برای بررسی و مقایسه قابلیت آن‌ها از نتایج آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره استفاده شد.

به منظور اعتبارسنجی و بررسی قابلیت مدل‌های خرابی ریزمکانیکی توسعه یافته، آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره انجام شده بر نمونه سنگ گرانیتی با مقاومت کم به عنوان مبنا انتخاب شد [8]. منحنی کامل تنش-جابجایی سنگ گرانیتی در آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره در شکل 8 نشان داده شده است.

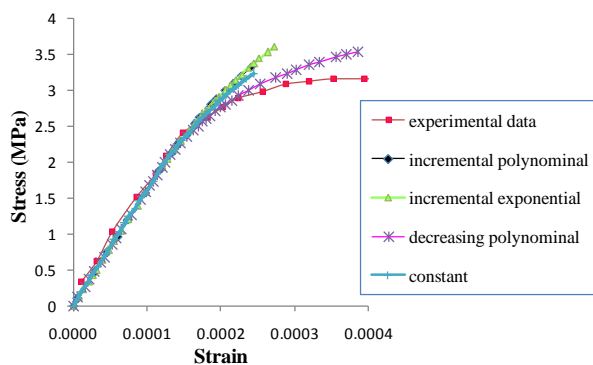


شکل 8: منحنی تنش-جابجایی سنگ گرانیت با مقاومت کم [8]

براساس آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره انجام شده، مدول یانگ ( $E$ ) 15 GPa، نسبت پواسون ( $\nu$ ) 0/25 و مقاومت کششی تک‌محوره سنگ ( $\sigma_T$ ) 3 MPa تعیین شد. چنانچه در شکل 8 مشاهده می‌شود منحنی تنش-کرنش سنگ شامل سه بخش اصلی است. در مرحله اول رفتار سنگ در برابر بارهای اعمالی کششی، الاستیک است. در حدود تنش کششی 2 MPa

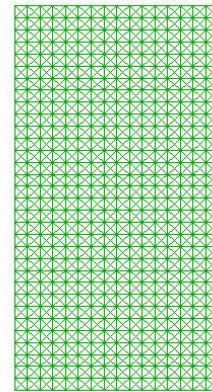
رفتار غیر خطی سنگ به دلیل ایجاد و رشد ریزترکها را مدل-سازی نماید. پس از شروع خرابی الگوی توزیع رقیق رفتار به طور کامل خطی را برای سنگ شبیه‌سازی نموده است. این رفتار خطی شبیه‌سازی شده با نتایج آزمایشگاهی تطابق ندارد. رفتار خطی شبیه‌سازی شده با الگوی توزیع رقیق به دلیل محدودیت این الگو در لحاظ توزیع بیشتر و بالاتر ریزترکها و مقادیر زیاد متغیر خرابی است. چنانچه در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود استفاده از توابع مقاومت خرابی مختلف تأثیر چندانی بر نتایج حاصل ندارد. در شرایط استفاده از توابع مقاومت افزایشی نمایی یا چند جمله‌ای، رفتارهای شبیه‌سازی شده به طور تقریبی مشابه یکدیگر هستند. چنانچه از شکل ۱۰ مشاهده می‌شود الگوی توزیع رقیق نمی‌تواند رفتار نرم‌شوندگی سنگها (بعد از مقاومت حداکثر) را شبیه‌سازی نماید.

در شکل ۱۱ نتایج حاصل از شبیه‌سازی آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره با استفاده از مدل رفتاری خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوی توزیع Mori-Tanaka مشاهده می‌شود.



شکل ۱۱: منحنی تنش-کرنش نمونه سنگ شبیه‌سازی شده با مدل خرابی براساس الگوی توزیع Mori-Tanaka

مطابق شکل، شروع خرابی (ایجاد ریزترکها) در نتایج شبیه‌سازی با الگوی توزیع Mori-Tanaka به خوبی با داده‌های آزمایشگاهی تطابق دارد. نتایج شبیه‌سازی با الگوی توزیع Mori-Tanaka نیز کاهش مدول یانگ با افزایش متغیر خرابی در سنگ را نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نشانگر مدل‌سازی رفتار غیر خطی سنگها پس از شروع خرابی تا مقاومت حداکثر با استفاده از الگوی توزیع Mori-Tanaka است. بنابراین الگوی توزیع Mori-Tanaka برخلاف الگوی توزیع رقیق به خوبی می‌تواند رفتار غیرخطی سنگها پس از شروع خرابی را شبیه‌سازی

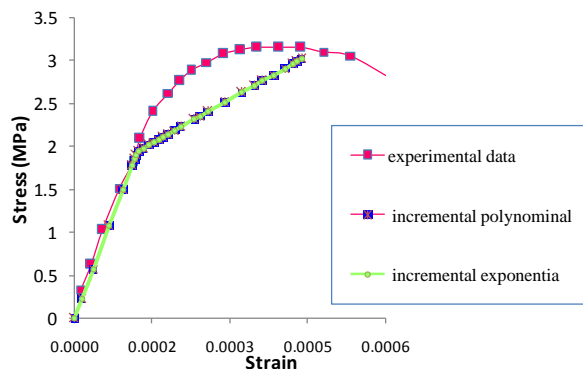


شکل ۹: هندسه و نحوه مش‌بندی نمونه سنگ شبیه‌سازی شده در بارگذاری کششی تک‌محوره

هدف اصلی در این بخش بررسی و مقایسه قابلیت مدل‌های خرابی ریزمکانیکی در شبیه‌سازی و مدل‌سازی رفتار سنگ در شرایط ریزترکهای باز تحت بارگذاری کششی است.

#### ۴-۷- نتایج شبیه‌سازی

در شکل ۱۰ نتایج حاصل از شبیه‌سازی آزمایش مقاومت کششی تک‌محوره با استفاده از مدل خرابی ریزمکانیکی براساس الگوی توزیع رقیق مشاهده می‌شود.



شکل ۱۰: منحنی تنش-کرنش نمونه سنگ شبیه‌سازی شده با مدل خرابی براساس الگوی توزیع رقیق

چنانچه در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود الگوی توزیع رقیق شروع خرابی و ایجاد ریزترکهای جدید در سنگ را در حدود تنش کششی ۲ MPa برآورد کرده است. مطابق شکل، شروع خرابی در نتایج مدل‌سازی با الگوی توزیع رقیق با داده‌های آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. نتایج شبیه‌سازی با الگوی توزیع رقیق نشانگر کاهش مدول یانگ پس از خرابی به دلیل حضور ریزترکها و ایجاد خرابی در سنگ است.

در شکل ۱۰، نمونه سنگ شبیه‌سازی شده با الگوی توزیع رقیق پس از شروع خرابی علیرغم کاهش مدول یانگ، نتوانسته است

توزیع رقیق و Mori-Tanaka در قالب اصول ترمودینامیکی فرمول‌بندی شد. در تعریف تابع تسلیم مدل خرابی پیشنهادی، بخش مقاومت می‌تواند تابعی به فرم‌های مختلف از متغیر خرابی باشد. در این مقاله مدل‌های خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوهای توزیع رقیق و Mori-Tanaka و فرم‌های مختلفی از تابع تسلیم خرابی توسعه داده شد.

برای اعتبار سنجی مدل‌های خرابی ریزمکانیکی پیشنهادی، نتایج آزمایش مقاومت کشش تک محوره انجام شده بر سنگ گرانیت با استفاده از مدل‌های خرابی ریزمکانیکی توسعه‌یافته شبیه‌سازی شد. براساس مقایسه نتایج شبیه‌سازی با داده‌های آزمایشگاهی، مدل خرابی براساس الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka هر دو شروع خرابی را به خوبی پیش‌بینی می‌کند. اما الگوی توزیع رقیق رفتار سنگ پس از شروع خرابی تا مقاومت حداکثر را به صورت خطی شبیه‌سازی می‌کند. در صورتی که مدل خرابی با الگوی توزیع Mori-Tanaka رفتار سنگ از شروع خرابی تا مقاومت حداکثر را به صورت غیر خطی مدلسازی می‌کند. نتایج شبیه‌سازی بر اساس مدل خرابی با الگوی توزیع Mori-Tanaka تطابق بهتری با داده‌های آزمایشگاهی از شروع خرابی تا مقاومت حداکثر دارد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از الگوی توزیع Mori-Tanaka نشانگر آن است که تابع مقاومت خرابی کاهش تطابق بهتری با داده‌های آزمایشگاهی به‌ویژه در تنش‌های نزدیک به مقاومت حداکثر دارد.

در نهایت هیچ‌یک از الگوهای توزیع رقیق و Mori-Tanaka توانایی لازم در شبیه‌سازی رفتار نرم شوندگی سنگ‌ها پس از مقاومت حداکثر را ندارد. بر این اساس استفاده از مدل‌های خرابی ریزمکانیکی با الگوهای پیچیده‌تر برای لحاظ رفتار نرم-شوندگی و بررسی رفتار سنگ تحت بارگذاری فشاری ضروری است.

مدل خرابی ریزمکانیکی تحت شرایط ریزترک‌های باز پیشنهادی در این مقاله برای شبیه‌سازی و مدل‌سازی آزمایش برزیلی، خمش تیر و شرایط شکست هیدرولیکی نیز قابل استفاده است.

کند. این موضوع به دلیل قابلیت الگوی توزیع Mori-Tanaka در لحاظ اندرکنش و توزیع بیشتر ریزترک‌ها نسبت به الگوی توزیع رقیق است.

مطابق شکل ۱۱ نتایج حاصل از شبیه‌سازی با تابع مقاومت خرابی کاهش تطابق بهتری با داده‌های آزمایشگاهی نسبت به توابع مقاومت خرابی افزایشی چند جمله‌ای یا نمایی و حتی تابع مقاومت ثابت دارد. در تنش‌هایی نزدیک به مقاومت حداکثر به دلیل رشد ریزترک‌های ناپایدار گسترش و به هم پیوستن آن‌ها به یکدیگر مقاومت سنگ در برابر خرابی کاهش می‌یابد. بر همین اساس تابع مقاومت خرابی کاهش چند جمله‌ای بهتر می‌تواند رفتار آزمایشگاهی سنگ را در محدوده نزدیک به مقاومت حداکثر شبیه‌سازی نماید.

در شکل ۱۱ اهمیت انتخاب تابع مقاومت خرابی مناسب برای شبیه‌سازی رفتار سنگ مشاهده می‌شود. چنانچه در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود الگوی توزیع Mori-Tanaka نیز نمی‌تواند رفتار نرم‌شوندگی سنگ‌ها پس از مقاومت حداکثر سنگ ناشی از اندرکنش، گسترش و به هم پیوستن ریزترک‌ها را شبیه‌سازی نماید.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل‌های خرابی ریزمکانیکی برای بررسی فرآیند خرابی سنگ‌ها معرفی و بررسی شدند. در مدل‌های خرابی ریزمکانیکی برخلاف مدل‌های خرابی پدیدارشناسانه، معادلات رفتاری از مقیاس ریزمقیاس به بزرگ مقیاس تبدیل می‌شود. چنین فرآیندی همگن‌سازی نامیده می‌شود. تانسور تأثیر ریزترک‌ها ارتباط تانسور کرنش‌های ریزمقیاس و بزرگ مقیاس را برقرار می‌سازد. برای محاسبه تانسور تأثیر ریزترک‌ها اغلب از الگوها و فرض‌های ساده‌کننده تحلیلی استفاده می‌شود.

در این مقاله دو الگوی توزیع رقیق و Mori-Tanaka برای ریزترک‌ها مورد بحث و بررسی قرار گرفت. از سوی دیگر اثر شکل ریزترک‌ها نیز در محاسبه خواص مکانیکی همگن‌سازی شده بحث شد. سپس مدل خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوهای

[8] Vasconcelos, G., Lourenco, P.B., Alves, C.A.S., Pamplona, J., (2008). “*Experimental characterization of the tensile behaviour of granites*”. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences. Vol. 45 , pp. 268–277.

## مراجع

[1] Zhu, Q.Z., Kondo, D., Shao J.F., (2008), “*Micromechanical analysis of coupling between anisotropic damage and friction in quasi brittle materials: Role of the homogenization scheme*”. International Journal of solids and Structures. Vol. 45, pp1385-1405.

[2] Gross, D., Seeling, T., (2011),” *Fracture Mechanics With an Introduction to micromechanics*”. Second Edition, Springer.

[3] Dormieux, L., Kondo, D., Ulm, F-J., (2006), *Microporomechanics*. John Wiley & Sons.

[4] Zhu, Q.Z., Kondo, D., Shao J.F., Pensee V., (2008), “*Micromechanical modeling of anisotropic damage in brittle rocks and application*”. International Journal of Rock Mechanics & Mining Science . Vol. 45,pp. 467-477.

[5] Zhu, Q.Z., Kondo, D., Shao J.F., (2011), “*A micromechanics based thermodynamic formulation of isotropic damage with unilateral and friction effects*”. European Journal of Mechanics A/Solids. Vol.30, pp. 316-325.

[6] Zhu, Q.Z., Shao J.F., Kondo, D., (2008). “*A micromechanics-based non-local anisotropic model for unilateral damage in brittle materials.*” C. R. Mecanique. Vol. 336, pp. 320-328.

[7] Read, R. S., Chandler, N. A., Dzik, E. J., (1998). “*In Situ Strength Criteria for Tunnel Design in Highly-stressed Rock Masses*”. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Vol. 35, No. 3, pp. 261-278.

## پیوست

بخش اصلی کدنویسی انجام شده برای مدل رفتاری جدید در محیط نرم افزار Visual C++، به صورت زیر است.

```

const char *UserModel::Initialize(unsigned,State *) {
    dQ1=(16*(1-(dPoisson*dPoisson)))/(9*(1-(2*dPoisson)));
    dQ2=(32*(1-dPoisson)*(5-dPoisson))/(45*(2-dPoisson));
    return(0);
}

const char *UserModel::Run(unsigned uDim,State *ps) {
    if ((uDim!=3)&&(uDim!=2)) return("Illegal dimension in UserModel");
    /* --- plasticity indicator: */
    /* store 'now' info. as 'past' and turn 'now' info off ---*/
    int iPlas = 0;
    if (ps->mState & mShearNow)
        ps->mState = ps->mState | mShearPast;
        ps->mState = ps->mState & ~mShearNow;
    if (ps->mState & mTensionNow)
        ps->mState = ps->mState | mTensionPast;
        ps->mState = ps->mState & ~mTensionNow;

if (ddam < 1000000){

double    kp=dBulk/(1+(ddam*dQ1));
double    tp=dShear/(1+(ddam*dQ2));

dE1    = kp+ (d4d3 * tp);
dE2    = kp - (d2d3 * tp);
dG2    = 2.0 * tp; }

ps->stnS.d11 += ((ps->stnE.d11* dE1) + ((ps->stnE.d22+ps->stnE.d33)* dE2));
ps->stnS.d22 += (((ps->stnE.d11+ps->stnE.d33) * dE2) + (ps->stnE.d22* dE1));
ps->stnS.d33 += (((ps->stnE.d22+ps->stnE.d11) * dE2) + (ps->stnE.d33* dE1));
ps->stnS.d12 += (ps->stnE.d12* dG2);
ps->stnS.d13 += (ps->stnE.d13* dG2);
ps->stnS.d23 += (ps->stnE.d23* dG2);

/* --- total strain --- */
dstnp1 += ps->stnE.d11;
dstnp2 += ps->stnE.d22;
dstnp3 += ps->stnE.d33;
dstnp12 += ps->stnE.d12;
dstnp13 += ps->stnE.d13;
dstnp23 += ps->stnE.d23;

/* --- trace of strain increment--- */
double dSig=(ps->stnE.d11+ps->stnE.d22+ps->stnE.d33);

/* --- deviatoric strain increment--- */
STensor stnE;
stnE.d11 = ps->stnE.d11 - (dSig/3);
stnE.d22 = ps->stnE.d22 - (dSig/3);
stnE.d33 = ps->stnE.d33 - (dSig/3);

```

```

    stnE.d12 = ps->stnE.d12;
    stnE.d13 = ps->stnE.d13;
    stnE.d23 = ps->stnE.d23;

    /* --- trace of strain --- */
    double dSigi = (dstnp1+dstnp2+dstnp3);

/* --- deviatoric strain --- */
    STensor stnD;
    stnD.d11 = dstnp1 - (dSigi/3);
    stnD.d22 = dstnp2 - (dSigi/3);
    stnD.d33 = dstnp3 - (dSigi/3);
    stnD.d12 = dstnp12;
    stnD.d13 = dstnp13;
    stnD.d23 = dstnp23;

    /* --- sqrt deviatoric strain--- */
    double

    ss=(stnD.d11*stnE.d11)+(stnD.d22*stnE.d22)+(stnD.d33*stnE.d33)+(2*stnD.d12
    *stnE.d12)+(2*stnD.d13*stnE.d13)+(2*stnD.d23*stnE.d23);

    /* --- sqrt deviatoric strain--- */
    double
    sss=(stnD.d11*stnD.d11)+(stnD.d22*stnD.d22)+(stnD.d33*stnD.d33)+(2*stnD
    .d12*stnD.d12)+(2*stnD.d13*stnD.d13)+(2*stnD.d23*stnD.d23);

/* --- thermodynamic force for MT scheme--- */
    double dTauIM =
    ((0.5*dBulk*dQ1*(dSigi*dSigi))/((1+(ddam*dQ1))*(1+(ddam*dQ1))))+((dShear*dQ2*sss
    )/((1+(ddam*dQ2))*(1+(ddam*dQ2))));

/* --- MT scheme yield criterion --- */
    double dFi = dTauIM-(dC*exp(ddam));
    double dFi = dTauIM-dC;
    /* --- criterion check --- */
    if ((dFi > 0)&(ddam < 1000000)) {
    /* --- shear failure --- */
    int iPlas = 1;
    ps->mState = ps->mState | mShearNow;

    /* --- MT scheme --- */
    double
    H=((dBulk*dQ1*(dSigi*dSigi))/((1+(ddam*dQ1))*(1+(ddam*dQ1))*(1+(ddam*dQ1))))+((2
    *dShear*dQ2*sss)/((1+(ddam*dQ2))*(1+(ddam*dQ2))*(1+(ddam*dQ2))));
    double
    dRat=((dBulk*dQ1*dSigi*dSig)/((1+(ddam*dQ1))*(1+(ddam*dQ1))))+((2*dShear*dQ2*ss
    )/((1+(ddam*dQ2))*(1+(ddam*dQ2)))/H ;

    /* --- Up date damage --- */
    ddam +=dRat;

    double A=dBulk*dRat*dQ1;
    double B=dShear*dRat*dQ2;
    double de1=A+ (d4d3 * B);
    double de2=A- (d2d3 * B);
    double dg2= 2.0 *B ;

```

```
ps->stnS.d11 -= ((ps->stnE.d11* de1) + ((ps->stnE.d22+ps->stnE.d33)* de2));
ps->stnS.d22 -= (((ps->stnE.d11+ps->stnE.d33) * de2) + (ps->stnE.d22* de1));
ps->stnS.d33 -= (((ps->stnE.d22+ps->stnE.d11) * de2) + (ps->stnE.d33* de1));
ps->stnS.d12 -= (ps->stnE.d12* dg2);
ps->stnS.d13 -= (ps->stnE.d13* dg2);
ps->stnS.d23 -= (ps->stnE.d23* dg2);

}

return(0);
```