نشریه علمی-پژوهشی "مهندسی معدن"

Iranian Journal of Mining Engineering
(IRJME)

دوره اول، شماره ۲، سال ۱۳۸۵، صفحه ۱ تا ۷

Vol. 1, No.2, 2007, pp. 1-7

اصلاح الگوریتم لرچ و گراسمن برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری روباز با شیب دیواره کمتر از ۱:۱

سید محمد اسماعیل جلالی[۱] ؛ مجید عطایی‌پور[۲]

۱- دانشگاه صنعتی شاهرود، jalalisme@aut.ac.ir
۲- دانشگاه صنعتی امیرکبیر، map60@aut.ac.ir

(دریافت ۲۸ آبان ۱۳۸۵ ، پذیرش ٤ اردیبهشت ۱۳۸٦)

چکیده

الگوریتم دو بعدی لرچ و گراسمن به‌دلیل بهره‌مندی از پشتوانه ریاضی برنامه‌ریزی پویا، سرعت بالا و ارائه تضمین در تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری در میان الگوریتم‌های دو بعدی‌ای که تا کنون برای تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری روباز ارائه شده‌اند، دارای مقبولیت و اعتبار بیشتری است. با کاربرد این الگوریتم می‌توان محدوده بهینه معدن‌کاری روباز را با شیب‌های ۱:۱ و یا بیش از آن مثل ۲:۱ یا ۳:۱ (بر حسب تعداد بلوک‌ها)، در مدل‌های اقتصادی دو بعدی تعیین نمود؛ اما گاهی شرایط ژئومکانیکی توده سنگ در تمام یا بخش‌هایی از معدن به گونه‌ای است که حتی شیب ۱:۱ نیز تامین کننده پایداری دیواره نهایی معدن نمی‌باشد. در این شرایط الگوریتم لرچ و گراسمن نمی‌تواند راه حلی برای تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری روباز با شیب کمتر از ۱:۱ ارائه دهد و ضرورتاً باید ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها به نحو مناسبی تغییر یابد. در این مقاله الگوریتم جدیدی بر پایه الگوریتم لرچ و گراسمن و با استفاده از منطق برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است که با کاربرد آن می‌توان محدوده بهینه معدن‌کاری را برای شیب‌های کمتر از ۱:۱ مثلاً شیب ۱:۲ تعیین نمود. در الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله، با ساخت مدل‌های اقتصادی تجمعی ستونی و تجمعی سطری-ستونی، محدودیت حداکثر شیب دیواره معدن بدون ایجاد تغییر در ابعاد بلوک‌های مدل اقتصادی پایه، به مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی منتقل و الگوریتم مورد نظر برای یافتن محدوده بهینه معدن‌کاری بر روی آن اجرا می‌شود.

کلمات کلیدی

الگوریتم لرچ و گراسمن، برنامه‌ریزی پویا، بهینه‌سازی، معدن‌کاری روباز، محدوده نهایی، شیب دیواره

۱- مقدمه

بطور کلی الگوریتم‌های موجود برای بهینه‌سازی محدوده نهایی معدن‌کاری را از نظر منطق مورد استفاده در آن‌ها می‌توان به دو گروه الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی (Rigorous) و الگوریتم‌های دارای منطق جستجوگر (Heuristic) تقسیم‌بندی کرد. الگوریتم‌های دارای منطق ریاضی به آن گروه از الگوریتم‌ها اشاره دارند که با توجه به محدودیت‌های بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری، همواره قادر به یافتن محدوده بهینه واقعی هستند. الگوریتم‌هایی که از منطق جستجوگر بهره می‌برند، هرچند از عمومیت بیشتری برخوردارند اما قادر به یافتن و تضمین محدوده بهینه واقعی معدن‌کاری نیستند و تنها می‌توانند محدوده‌ای نزدیک به محدوده بهینه واقعی را جستجو و معرفی نمایند[۱].

الگوریتم لرچ و گراسمن (Lerchs and Grossmann) قدیمی‌ترین الگوریتمی است که با اتکا بر منطق ریاضی برنامه‌ریزی پویا (Dynamic Programming) و با مبنا قرار دادن مدل اقتصادی دو بعدی برای بهینه سازی اقتصادی محدوده نهایی معادن روباز به‌کار رفته است. کاربرد این الگوریتم برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری روباز اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط لرچ و گراسمن مطرح گردید[۲] و سپس در سال ۱۹۷۱ توسط جانسون و شارپ (Johnson and Sharp) با ارائه یک راه حل برای استفاده از این الگوریتم بر روی مدل‌های سه بعدی توسعه داده شد[۳].

الگوریتم لرچ و گراسمن در میان الگوریتم‌های دو بعدی‌ای که تاکنون برای تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری روباز ارائه شده است، به‌دلیل بهره‌مندی از یک نظریه ریاضی غنی و در عین حال ساده، سرعت بالا و ارائه تضمین در تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری دارای مقبولیت و اعتبار بیشتری است. با وجود مزایای مذکور، یکی از مهمترین محدودیت‌های الگوریتم مورد نظر، عدم قابلیت استفاده از آن برای جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱، بر حسب تعداد بلوک‌ها، بر روی مدل بلوکی محدوده معدن‌کاری است. بنابراین استفاده از الگوریتم لرچ و گراسمن برای تعیین محدوده معدن‌کاری با شیب کمتر از ۱:۱، تنها با تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها و سپس ساخت مدل بلوکی جدید امکان پذیر است. در این مقاله، الگوریتم جدیدی با اصلاح بعضی از محدودیت‌های الگوریتم لرچ و گراسمن ارائه شده است که با استفاده از آن می‌توان محدوده بهینه معدن‌کاری را برای شیب‌های کمتر از ۱:۱ مثلاً شیب ۱:۲ بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی تعیین نمود.

۲- مروری بر الگوریتم لرچ و گراسمن

به منظور کاربرد الگوریتم لرچ و گراسمن برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری روباز، ابتدا باید یک مدل بلوکی اقتصادی متعارف از کانسار و محدوده اطراف آن ساخته شود. برای ساخت مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری، هر مقطع قائم از کانسار و محدوده اطراف آن به بلوک‌هایی با ابعاد مشخص تقسیم می‌شود. سپس با توجه به مقدار و عیار ماده معدنی و همچنین پارامترهای اقتصادی روش استخراج، می‌توان ارزش اقتصادی هر یک از بلوک‌های مورد نظر را تعیین و مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری را به صورت دو بعدی تولید نمود. با این تعریف می‌توان گفت که مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری در واقع یک ماتریس دو بعدی با X سطر و Y ستون است که هر یک از درایه‌های آن، $B_{x,y}$، دارای ارزش اقتصادی $m_{x,y}$ است.

پس از ساخت مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری، الگوریتم متداول برنامه‌ریزی پویا برای بهینه‌سازی محدوده نهایی معدن‌کاری روباز که مبتنی بر رابطه بازگشتی زیر است، اجرا می‌گردد[۲].

$$P_{x,y} = M_{x,y} + \max\left\{ P_{x+r,y-1} \right\}$$
$$\text{and } M_{x,y} = \sum_{q=1}^{x} m_{q,y} \qquad (1)$$

که در آن:

x و y : اعداد طبیعی‌ای هستند که آدرس (شماره ستون و سطر) هر بلوک در مدل بلوکی دو بعدی را نشان می‌دهند.

$m_{q,y}$: عبارت است از ارزش اقتصادی بلوکی که در سطر q و ستون yام مدل اقتصادی جانمایی شده است.

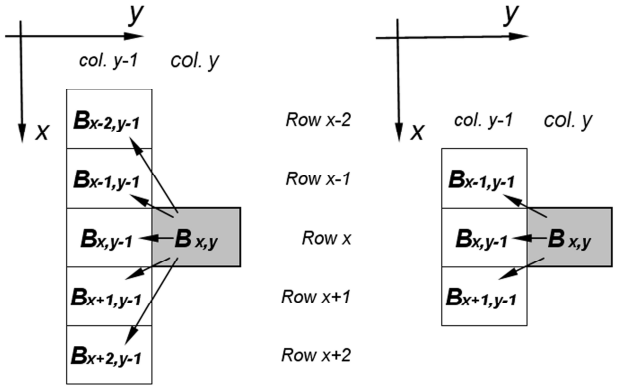
$M_{x,y}$: ارزش اقتصادی تجمعی ستونی از بلوک‌ها که از بالاترین سطر تا بلوکی که در سطر xام و ستون yام ($B_{x,y}$) واقع است را در بر می‌گیرد.

r : معرف اعداد صحیحی است که در هر موقعیت ($B_{x,y}$)، تعداد و موقعیت سطرهای واقع در ستون قبلی را که باید برای رعایت شیب حداکثر محدوده نهایی معدن‌کاری بررسی شوند، نشان می‌دهد.

$P_{x,y}$: حداکثر ارزش محتمل برای ستون‌های ۱ تا y در هر محدوده محتمل معدن‌کاری که بلوک $B_{x,y}$ را در بر می‌گیرد (بلوک $B_{x,y}$ هم منظور می‌شود).

بنابر این اگر در هر موقعیت مثل $B_{x,y}$، مقادیر ۱، ۰ و ۱- برای r منظور شود، با توجه به شکل ۱- الف، در هنگام اجرای الگوریتم، سه بلوک واقع در موقعیت‌های $B_{x-1,y-1}$ ، $B_{x,y-1}$ و

$B_{x+1,y-1}$ مورد بررسی قرار می‌گیرند و به این ترتیب حداکثر شیب محدوده بهینه معدن‌کاری معادل ۱:۱ خواهد بود. بر همین اساس چنانچه در موقعیت مذکور، مقادیر ۲، ۱، ۰، ۱- و ۲- به r منتسب شود، با توجه به شکل ۱- ب، در هنگام اجرای الگوریتم، پنج بلوک واقع در موقعیت‌های $B_{x-2,y-1}$، $B_{x-1,y-1}$، $B_{x,y-1}$، $B_{x+1,y-1}$ و $B_{x+2,y-1}$ مورد بررسی قرار می‌گیرند. در این شرایط حداکثر شیب محدوده بهینه معدن‌کاری معادل ۲:۱ خواهد بود.



الف- شیب ۱:۱ ب- شیب ۲:۱

شکل ۱: نمایش شیب‌های ۱:۱ و ۲:۱ بر اساس روش جستجو در الگوریتم لرچ و گراسمن

۳- انگیزه و اهمیت اصلاح الگوریتم لرچ و گراسمن

یکی از بزرگترین مشکلاتی که همواره در مبحث بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری روباز مطرح بوده، اعمال شیب‌های متفاوت دیواره نهایی معدن برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری است. شیب دیواره نهایی معدن را هم می‌توان از طریق اعمال شیب مورد نظر بر روی مدل بلوکی محدوده معدن‌کاری و هم از طریق انتخاب الگوریتم‌هایی که توانایی جستجوی محدوده معدن‌کاری با شیب‌های دیواره متفاوت را دارند، منظور نمود. بطور معمول در هنگام مدلسازی محدوده معدن‌کاری، ابعاد و نسبت ابعادی بلوک‌ها به گونه‌ای طراحی می‌شوند که علاوه بر برآورده شدن نیازهای اساسی مدلسازی، حداکثر شیب دیواره نهایی معدن نیز تضمین شود. با این وجود در صورتی که یک الگوریتم در یک مدل بلوکی با ساختار ابعادی مشخص، قابلیت جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری با شیب‌های دیواره متفاوت را داشته باشد، امکانات و تسهیلات بیشتری در اختیار طراح قرار می‌دهد.

الگوریتم لرچ و گراسمن از گروه الگوریتم‌هایی است که قادر به جستجوی محدوده معدن‌کاری با شیب دیواره ۱:۱ یا بیشتر است اما یکی از مهمترین محدودیت‌های الگوریتم مورد نظر، عدم قابلیت استفاده از آن برای جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ بر روی مدل بلوکی محدوده معدن‌کاری است. بنابراین در صورت اصرار به استفاده از این الگوریتم برای تعیین محدوده معدن‌کاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱، ضرورتاً باید ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها به نحو مناسبی تغییر یابد و مدل بلوکی جدیدی با توجه به محدودیت شیب دیواره نهایی محدوده معدن‌کاری تشکیل گردد. در این مقاله رهیافت جدیدی برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری روباز بر پایه استفاده از منطق برنامه‌ریزی پویا ارائه شده است که به لحاظ دارا بودن دو ویژگی از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. نخست آنکه با ارائه یک روش جدید محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی معدن‌کاری به مدل اقتصادی ویژه‌ای که الگوریتم مورد نظر بر روی آن اجرا می‌شود، منتقل شده است. دوم اینکه با ارائه الگوریتم مذکور نقص الگوریتم لرچ و گراسمن در بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری با شیب‌های دیواره نهایی کمتر از ۱:۱، بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها، پوشش داده شده است.

۴- الگوریتم اصلاح شده لرچ و گراسمن

همان‌طور که ذکر شد، به‌طور معمول الگوریتم لرچ و گراسمن برای جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری روباز با شیب ۱:۱ یا بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد بنابراین در این حالت برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری با شیب دیواره مشخص، لازم است در هنگام مدلسازی، ابعاد بلوک‌ها در جهات قائم و افقی به گونه‌ای انتخاب شوند که با کاربرد الگوریتم مذکور شیب دیواره نهایی معدن تامین گردد. اما تغییر مشخصات ابعادی مدل بلوکی بدلیل آنکه باعث تغییر ارزش اقتصادی بلوک‌ها و تکرار محاسبات اقتصادی آن‌ها می‌شود، کار بسیار دشوار و وقت‌گیری است. در چنین شرایطی به منظور پرهیز از مشکلات ناشی از تغییر مشخصات ابعادی مدل بلوکی باید حتی‌الامکان قابلیت جستجوی محدوده نهایی معدن‌کاری با شیب‌های متفاوت دیواره را در الگوریتم مورد استفاده نهادینه نمود. این موضوع در الگوریتم اصلاح شده لرچ و گراسمن با اعمال تغییرات ویژه‌ای در نحوه مدلسازی و چگونگی استفاده از منطق برنامه‌ریزی پویا بر روی مدل محدوده معدنکاری محقق شده است.

۴-۱- مدلسازی محدوده معدن‌کاری

برای بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری لازم است ابتدا محدوده معدن‌کاری مدلسازی و سپس الگوریتم بهینه‌سازی بر

روی مدل مورد نظر به‌کارگرفته شود. به منظور استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مقاله، یک مدل اقتصادی دو بعدی ویژه که در آن محدودیت حداکثر شیب مجاز دیواره معدن منظور شده، توسعه داده شده است. برای دست‌یابی به چنین مدلی باید ابتدا مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری با توجه به اطلاعات فنی و اقتصادی طرح، به‌عنوان مدل پایه، ساخته شود. این مدل اقتصادی برای کاربرد الگوریتم لرچ و گراسمن و بسیاری دیگر از الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدوده معدن‌کاری نیز ساخته می‌شود. پس از ساخت مدل پایه، با اضافه کردن محدودیت‌های فنی و هندسی روش استخراج، طی دو مرحله، ابتدا مدل اقتصادی تجمعی ستونی و سپس مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی که الگوریتم مورد نظر بر روی آن اجرا می‌شود، تولید شود[۴].

۴-۱-۱- مدل اقتصادی پایه

برای ساخت مدل اقتصادی پایه، محدوده معدن‌کاری در هر مقطع قائم از کانسار و محدوده اطراف آن به بلوک‌هایی با ابعاد مشخص تقسیم می‌شود. به این ترتیب با توجه به مقدار و عیار ماده معدنی و همچنین پارامترهای اقتصادی روش استخراج، می‌توان ارزش اقتصادی هر یک از بلوک‌های مورد نظر را تعیین و مدل اقتصادی پایه محدوده معدن‌کاری را به صورت دو بعدی تولید نمود. برای کاربرد این الگوریتم در سه بعد باید مقاطع قائم کانسار به‌صورت متساوی الفاصله تهیه شود و بهینه‌سازی محدوده نهایی معدن‌کاری بر روی هر مقطع به صورت جداگانه و یا با در نظر گرفتن ارزش اقتصادی در مقاطع اطراف آن انجام پذیرد. طبیعی است که در این شرایط ممکن است محدوده‌های بهینه شده در مقاطع متوالی از نظر فنی و هندسی با هم سازگاری نداشته باشند و نیاز به سازگار نمودن مقاطع احساس شود.

در مدل اقتصادی پایه، ابعاد بلوک‌ها در جهات قائم و افقی می‌تواند با هم متفاوت باشد. ابعاد بلوک‌ها بر اساس مشخصات هندسی روش استخراج، شرایط زمین‌شناسی، توزیع عیار و بعضی عوامل دیگر که از اهمیت کمتری برخوردارند، تعیین می‌شود. در شکل ۲ نمونه‌ای از مدل اقتصادی پایه محدوده معدن‌کاری از یک مقطع قائم در یک معدن فرضی که در جهت افقی شامل ۱۴ بلوک و در جهت قائم شامل ۵ بلوک است، مشاهده می‌شود.

با توجه به آنچه گفته شد، مدل اقتصادی پایه در واقع یک ماتریس دو بعدی است که هر یک از درایه‌های آن، $m_{x,y}$، ارزش اقتصادی یک بلوک که در سطر xام و ستون yام واقع است را نشان می‌دهد. تعداد ستون‌های این ماتریس، Y، نشان‌دهنده تعداد بلوک‌ها در جهت افقی و تعداد سطرهای آن، X، بیان کننده تعداد بلوک‌های مدل اقتصادی پایه در جهت قائم است.

x \ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	2	0
2	-1	-1	1	2	1	1	1	1	1	2	1	-1	-1	-1
3	-1	-1	0	1	2	2	2	1	1	0	-1	1	1	-1
4	-1	-1	-1	1	1	1	1	2	0	-1	0	1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

شکل ۲: مدل اقتصادی پایه از یک محدوده معدن‌کاری

۴-۱-۲- مدل اقتصادی تجمعی ستونی

مدل اقتصادی تجمعی ستونی با هدف منظور کردن مهمترین محدودیت هندسی معدن‌کاری روباز که بر اساس آن برای استخراج هر بلوک لزوماً باید بلوک‌های بالایی آن نیز استخراج شوند، ساخته می‌شود. برای ساخت مدل اقتصادی تجمعی ستونی، در صورتی که حداکثر شیب دیواره مورد نظر بر حسب تعداد بلوک‌ها $1:l$ باشد ($l \geq 2$)، ابتدا باید تعداد l-1 ستون مجازی که هر یک مشتمل بر x بلوک با ارزش اقتصادی منفی بی‌نهایت است از سمت چپ به ستون‌های مدل اقتصادی پایه اضافه شود (از آنجا که استفاده از بی‌نهایت در مدلسازی بی معنی است، در این مقاله از یک عدد منفی بسیار بزرگ $(-U)$ به عنوان یک بی‌نهایت فیزیکی استفاده شده است). سپس یک مجموعه بلوک به صورت یک سطر با ارزش اقتصادی صفر به بالاترین ردیف مدل اقتصادی پایه اضافه گردد. در این شرایط چنانچه تعداد سطرهای مدل اقتصادی تجمعی ستونی با I و تعداد ستون‌های آن با J، نشان داده شود، می‌توان گفت که تعداد سطرهای مدل اقتصادی تجمعی ستونی، I، به تعداد یک سطر و تعداد ستون‌های آن، J، به تعداد l-1 ستون بیشتر از تعداد ستون‌های مدل اقتصادی پایه است[۴]. به عبارت دیگر:

$$I = X + 1 \quad , \quad J = Y + l - 1 \qquad (۲)$$

اگر شماره هر ستون در مدل اقتصادی تجمعی ستونی با $j \geq 1$ نشان داده شود، بین شماره ستون‌های مدل اقتصادی پایه و تجمعی ستونی رابطه زیر برقرار است:

$$j = y + l - 1 \qquad (۳)$$

به همین ترتیب چنانچه شماره هر سطر در مدل اقتصادی تجمعی ستونی با $i \geq 0$ نشان داده شود، بین شماره سطرهای مدل اقتصادی پایه و تجمعی ستونی رابطه ذیل برقرار خواهد بود:

$$i = x \quad (۴)$$

در واقع در مدل اقتصادی تجمعی ستونی سطر $i=0$ به شمار سطرهای قبلی در مدل اقتصادی پایه یعنی $x = 1, 2, ..., X$ اضافه شده است.

طبیعی است که تخصیص یک عدد منفی بزرگ به عنوان ارزش اقتصادی بلوک‌هایی که در خارج از محدوده معدن‌کاری قرار دارند، سبب می‌شود بلوک‌های مجازی مورد نظر که صرفاً به‌دلیل عمومیت بخشیدن به موضوع مدلسازی به مدل اقتصادی تجمعی ستونی اضافه شده‌اند، در محدوده معدن‌کاری واقع نشوند.

همان‌طور که ذکر شد، ساخت و ارزش‌گزاری بلوک‌های مدل اقتصادی تجمعی ستونی، با هدف تامین محدودیت هندسی معدن‌کاری روباز که بر اساس آن برای استخراج هر بلوک ضرورتاً باید تمام بلوک‌های واقع در ترازهای بالایی آن نیز استخراج شوند، انجام می‌شود. بنابراین برای ارزش‌گزاری بلوک‌های مدل اقتصادی، ارزش اقتصادی هر بلوک با ارزش اقتصادی تمام بلوک‌های بالاتر از آن جمع می‌شود. به این ترتیب ارزش اقتصادی بلوک‌های تشکیل دهنده مدل اقتصادی تجمعی ستونی با استفاده از روابط ذیل محاسبه می‌گردد.

$$\text{if} \quad 1 \le j < l \; : \; M_{i,j} = \begin{cases} 0 & where \quad i = 0 \\ -u & where \quad i > 0 \end{cases} \quad (۵)$$

$$\text{if} \quad l \le j \le J \; : \; M_{i,j} = \sum_{x=0}^{i} m_{x,y} \;\; , \;\; 1 \le y \le Y \quad (۶)$$

که در آن:

$M_{i,j}$: ارزش اقتصادی هر یک از بلوک‌های مدل اقتصادی تجمعی ستونی،

$m_{x,y}$: ارزش اقتصادی هر یک از بلوک‌های مدل اقتصادی پایه،

u: یک عدد صحیح مثبت بسیار بزرگ (بی‌نهایت فیزیکی)،

x: شماره سطر در مدل اقتصادی پایه،

y: شماره ستون در مدل اقتصادی پایه،

Y: تعداد ستون‌ها در مدل اقتصادی پایه،

i: شماره سطر در مدل اقتصادی تجمعی ستونی،

j: شماره ستون در مدل اقتصادی تجمعی ستونی،

J: تعداد ستون‌ها در مدل اقتصادی تجمعی ستونی و

l: معکوس حداکثر شیب دیواره نهایی محدوده معدن‌کاری است.

در شکل ۳، مدل اقتصادی تجمعی ستونی برای محدوده معدن‌کاری‌ای که مدل اقتصادی پایه آن در شکل ۲ آمده است، مشاهده می‌گردد. بالاترین سطر این مدل، ارزش اقتصادی بلوک‌های استخراجی مجازی را که با شماره سطر $i=0$ معرفی شده‌اند، نشان می‌دهد.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-u	-1	0	1	0	1	1	0	1	0	-1	0	1	2	0
2	-u	-2	-1	2	2	2	2	1	2	1	1	1	0	1	-1
3	-u	-3	-2	2	3	4	4	3	3	2	1	0	1	2	-2
4	-u	-4	-3	1	4	5	5	4	5	2	0	0	2	1	-3
5	-u	-5	-4	0	3	6	4	3	6	1	-1	-1	1	0	-4

شکل ۳: مدل اقتصادی تجمعی ستونی محدوده معدن‌کاری

۴-۱-۳- مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی

با در دست داشتن مدل اقتصادی تجمعی ستونی می‌توان مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی محدوده معدن‌کاری را که در آن محدودیت شیب مجاز دیواره‌ها منظور می‌شود، تولید نمود. در صورتی‌که از نظر هندسی محدودیتی برای شیب دیواره نهایی معدن لحاظ نشود، حداکثر شیب دیواره نهایی محدوده معدن‌کاری به مشخصات ژئومکانیکی سنگ در برگیرنده معدن وابسته خواهد بود. مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی با اعمال محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی و بر مبنای مدل اقتصادی تجمعی ستونی ساخته می‌شود. با ساخت این مدل زمینه لازم برای استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویای ارائه شده در این مقاله و تعیین محدوده بهینه معدن‌کاری فراهم می‌شود.

ارزش اقتصادی هر بلوک در مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی که در واقع یکی از درایه‌های یک ماتریس دو بعدی با ابعاد I و J است را می‌توان با تابع دو ضابطه‌ای ذیل تعیین نمود.

$$MF_{i,j} = \begin{cases} M_{i,j} & where \quad 1 \le j < l \\ \sum_{r=0}^{l-1} M_{i,j-r} & where \quad l \le j \le J \end{cases} \quad (۷)$$

که در آن:

$MF_{i,j}$: ارزش اقتصادی بلوک واقع در سطر iام و ستون jام در مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی،

r: یک اندیس شمارنده است.

همان‌طور که از رابطه ۷ بر می‌آید، ارزش اقتصادی هر یک از بلوک‌های مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی در واقع برابر

با مجموع ارزش اقتصادی l بلوک مجاور در یک سطر از مدل اقتصادی تجمعی ستونی است. به همین دلیل مدل اقتصادی اخیر مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی نام‌گذاری شده است.

به عنوان مثال ارزش اقتصادی بلوک واقع در سطر سوم و ستون هشتم مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی، $MF_{3,8}$، در شرایطی که شیب دیواره نهایی معدن ۱:۲ در نظر گرفته شود (یعنی $l=2$)، به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$MF_{i,j}=\sum_{r=0}^{l-1} M_{i,j-r} \qquad where \quad l \le j \le J$$

$$MF_{3,8}=\sum_{r=0}^{1} M_{3,8-r}$$

$$MF_{3,8}=M_{3,8}+M_{3,7}$$

مقادیر $M_{3,7}$ و $M_{3,8}$ را می‌توان از مدل اقتصادی تجمعی ستونی مربوط به محدوده معدن‌کاری که در شکل ۳ آمده است، استخراج نمود. به این ترتیب:

$$MF_{3,8}=3+4$$

$$MF_{3,8}=7$$

در شکل ۴ مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی متناظر با مدل تجمعی ستونی ارائه شده در شکل ۳، در شرایطی که $l=2$ در نظر گرفته شده است، ملاحظه می‌شود.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-u	-u	-1	1	1	1	2	1	1	1	-1	-1	1	3	2
2	-u	-u	-3	1	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	0
3	-u	-u	-5	0	5	7	8	7	6	5	3	1	1	3	0
4	-u	-u	-7	-2	5	9	10	9	9	7	2	0	2	3	-2
5	-u	-u	-9	-4	3	9	10	7	9	7	0	-2	0	1	-4

شکل ۴: مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی محدوده معدن‌کاری

۴-۲- منطق الگوریتم ارائه شده

الگوریتمی که در این مجموعه ارائه شده یک الگوریتم دو بعدی است که بر روی مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی تعریف شده است. جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری و تعیین ارزش اقتصادی متناظر با محدوده مذکور بر روی این مدل اقتصادی با استفاده از یک تابع دو ضابطه‌ای تکرار شونده که منطق آن منطبق بر منطق الگوریتم برنامه‌ریزی پویا است، انجام می‌شود.

با کاربرد این الگوریتم و استفاده از تابع دو ضابطه‌ای ذیل ارزش محدوده‌های معدن‌کاری مختلف محاسبه و با ارزش‌ترین محدوده معدن‌کاری بر روی مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی مشخص می‌گردد.

$$P_{i,j}=\begin{cases}0 & i=0\\ -u & i>0\end{cases} \qquad 1\le j\le l \qquad (۸)$$

$$P_{i,j}=MF_{i,j}+\max\ \{P_{i+k,j-l} \mid k=-1,0,+1\} \qquad l<j\le J \qquad (۹)$$

که در آن:

$P_{i,j}$: حداکثر ارزش محدوده معدن‌کاری منتهی به بلوک واقع در سطر iام و ستون jام،

k: یک اندیس شمارنده است.

طبیعی است که به ازای $i=0$ تنها مقادیر $k=0,1$ و به ازای $i=I$ صرفاً مقادیر $k=-1,0$ اعتبار خواهند داشت.

هر یک از $P_{i,j}$ها، در واقع بیان کننده ارزش اقتصادی یک محدوده معدن‌کاری است که از سمت راست به بلوک متناظر با $P_{i,j}$ (یعنی $B_{i,j}$) محدود می‌شود. باید توجه داشت که برای دست‌یابی به حداکثر شیب l:۱ در دیواره نهایی معدن، ضروری است که در مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی، ارزش l بلوک مجاور و واقع در یک سطر که در سمت چپ هر بلوک ($B_{i,j}$) قرار دارند با هم جمع شوند و بر اساس رابطه ۹ نیز، تابع بازگشت‌پذیر معرفی شده برای محاسبه $P_{i,j}$، در هر مرحله به اندازه l ستون به عقب بر می‌گردد. بنا بر این برای تعیین مسیر دست‌یابی به محدوده بهینه معدن‌کاری باید بیشترین مقدار $P_{i,j}$ انتخاب شود و سپس با برگشت به عقب به اندازه l بلوک، از میان مقادیر $P_{i,j}$ قبلی یعنی $P_{i+k,j-l}$، مقداری را که $P_{i,j}$ بر اساس آن محاسبه شده است، تعیین نمود. این روند تا رسیدن به ستون اول در مدل اقتصادی تجمعی سطری-ستونی ادامه می‌یابد.

در شکل ۵ نتیجه اجرای الگوریتم مورد نظر بر روی مدل تجمعی سطری-ستونی، ارائه شده در شکل ۴، به همراه مسیر دست‌یابی به محدوده معدن‌کاری بهینه، آورده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، حداکثر ارزش اقتصادی محدوده معدن‌کاری در ستون ۱۵ و سطر یک واقع است ($P_{(1,15)}$) و مقدار آن برابر با ۲۶ واحد است.

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	1	1	2	5	6	8	9	13	14	20
1	-u	-u	-1	1	1	2	5	6	8	9	13	14	20	22	26
2	-u	-u	-u	-u	3	5	7	8	14	15	19	19	24	21	24
3	-u	-u	-u	-u	-u	-u	11	12	17	17	23	20	24	23	25
4	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	20	19	22	19	25	23	23
5	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	-u	20	17	22	20	21

شکل ۵: ارزش اقتصادی محدوده‌های معدن‌کاری و مسیر حداکثر ارزش اقتصادی

در شکل ۶ محدوده بهینه معدن‌کاری بر روی مدل اقتصادی پایه، با توجه به مسیر دست‌یابی به محدوده بهینه معدن‌کاری که در شکل ۵ نشان داده شده است، مشاهده می‌شود. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، حداکثر شیب دیواره تجمعی سطری-ستونی معدن ۱:۲ است.

x \ y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	**-1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**0**
2	-1	-1	**1**	**2**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**2**	**1**	**-1**	-1	-1
3	-1	-1	0	1	**2**	**2**	**2**	**1**	**1**	**0**	-1	1	1	-1
4	-1	-1	-1	1	1	1	**1**	**2**	0	-1	0	1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

شکل ۶: محدوده بهینه معدن‌کاری

۵- نتیجه‌گیری

الگوریتمی که در این مقاله ارائه شده، یک الگوریتم دو بعدی است که به لحاظ برخورداری از منطق شناخته شده برنامه‌ریزی پویا از یک پشتوانه قوی ریاضی بهره می‌برد و قادر به یافتن محدوده بهینه واقعی معدن‌کاری با اعمال محدودیت‌های هندسی معدن‌کاری روباز است. در این الگوریتم، محدودیت الگوریتم لرچ و گراسمن برای جستجوی محدوده بهینه معدن‌کاری با شیب دیواره کمتر از ۱:۱ با ارائه روشی خاص برای مدلسازی محدوده معدن‌کاری و اعمال برخی تغییرات در الگوریتم مورد نظر بر طرف شده است. به این منظور ابتدا با ساخت یک مدل اقتصادی ویژه محدودیت حداکثر شیب دیواره نهایی معدن به مدل اقتصادی محدوده معدن‌کاری منتقل می‌شود و سپس محدوده بهینه معدن‌کاری با شیب‌های دیواره کمتر از ۱:۱، به عنوان مثال شیب دیواره ۱:۲، بدون تغییر ساختار ابعادی مدل بلوکی و ابعاد بلوک‌ها تعیین می‌شود. بدین ترتیب در شرایطی که به دلیل تغییر مشخصات ژئومکانیکی توده سنگ در تمام یا بخش‌هایی از معدن، شیب دیواره ۱:۱ تامین کننده پایداری دیواره نهایی معدن نباشد، می‌توان با استفاده از الگوریتم مورد نظر محدوده بهینه معدن‌کاری روباز با شیب دیواره نهایی کمتر از ۱:۱ را تعیین نمود.

۶- مراجع

[1] Kim, Y.C.; 1978; *"Ultimate Pit Design Methodologies Using Computer Models-The State of the Art"*; Mining Engineering, Society For Mining, Metallurgy And Exploration, Inc., Colorado, October, pp. 133-138.

[2] Lerchs, H. and Grossmann, I.; 1965; "*Optimum Design of Open-pit Mines*"; Transactions of the Canadian Institute of Mining and Metallurgy, Montreal, vol. LXVIII: pp. 17-24.

[3] Johnson, T.B. and Sharp, W.R.; 1971; "*A Three-dimensional Dynamic Programming Method for Optimal Ultimate Open Pit Design*"; USBM Report of Investigation No. 7553.

[4] Jalali, S.E. and Ataee-pour, M.; 2004; *"A 2D Dynamic Programming Algorithm to Optimise Stope Boundaries";* Proceedings of Mine Planning and Equipment Selection, MPES'04, (eds. M. Hardygora et al), Rotterdam, Balkema, pp 45-52.