

## استفاده از معادله همگن اویلر در تخمین عمق ناهنجاری‌های میدان پتانسیل

کمال علمدار<sup>1</sup>، عبدالحمید انصاری<sup>2\*</sup>

1-دانشکده مهندسی معدن و متالورژی دانشگاه یزد، [kamal.alamdar@gmail.com](mailto:kamal.alamdar@gmail.com)

2-دانشکده مهندسی معدن و متالورژی دانشگاه یزد، [h.ansari@yazduni.ac.ir](mailto:h.ansari@yazduni.ac.ir)

(دریافت 10 خرداد 1388، پذیرش 8 آبان 1390)

### چکیده

معادله همگن اویلر بین گرادیان‌های داده‌های میدان پتانسیل، مختصات نقطه برداشت و موقعیت توده سبب شونده که عمق را نیز شامل می‌شود رابطه برقرار می‌کند و به‌عنوان یکی از روش‌های تخمین عمق اتوماتیک شناخته می‌شود. وابستگی نتایج این روش به هندسه توده (شاخص ساختمانی) و عدم تخمین صحیح آن، همواره به‌عنوان محدودیت‌های این روش مطرح بوده است. در این نوشته با تلفیق سیگنال تحلیلی و معادله اویلر، روشی دقیق برای تخمین عمق معرفی شده است. به منظور بررسی صحت و کارایی روش پیشنهادی، این روش بر روی داده‌های مغناطیس مصنوعی مدل کره در عمق 500 متری نیز بکار برده شده است. در این راستا نتایج تخمین شاخص ساختاری ( $N$ ) برابر با 3 بدست آمد که هندسه کره را تأیید می‌کند. روش تخمین عمق اویلر بر روی داده‌های مغناطیسی مدل منشوری، مدل دایک شیبدار و استوانه قائم نیز بکار برده شد. با کاربرد این روش بر روی داده‌های محدوده‌ای در منطقه شاهرود در شمال ایران، محدوده تغییرات عمقی توده بین 15 تا 35 متر تعیین شده است.

### کلمات کلیدی

معادله همگن اویلر، گرادیان میدان پتانسیل، شاخص ساختمانی، سیگنال تحلیلی، شاهرود

\*نویسنده مسئول و عهده‌دار مکاتبات

## ۱- مقدمه

روش اویلر دیکنالوشن، روشی سریع برای تفسیر داده‌های میدان پتانسیل است. در صورتی که مقدار صحیحی از شاخص ساختاری مربوط به هندسه توده سبب‌شونده، انتخاب و در معادله اویلر استفاده شود، این روش پراحتی می‌تواند تخمین صحیحی از عمق آنومالی مورد نظر ارائه کند. در بین روش‌های تخمین عمق آنوماتیک که در تفسیر آنومالی‌های میدان پتانسیل به ویژه آنومالی‌های مغناطیسی استفاده می‌شوند، روش اویلر بیشتر در مطالعات ساختاری و تکتونیکی در مقیاس بزرگ و برای تخمین عمق پی سنگ بکار برده می‌شود. این روش در رده تکنیک‌های تخمین عمق آنوماتیک طبقه‌بندی می‌شود؛ بنابراین می‌توان از کامپیوتر برای انجام این روش بهره برد بویژه زمانی که حجم وسیعی از داده‌های دیجیتال در دسترس باشد.

اساس این روش بر مبنای معادلات دیفرانسیل جزئی اویلر بنا شده که با معرفی کمیتی به نام شاخص ساختمانی می‌توان موقعیت توده‌ها را به کمک اندازه‌گیری میدان پتانسیل در روی یک پروفیل (حالت دو بعدی) یا نقشه (حالت سه بعدی) و با تقسیم آنها به پنجره‌های اندازه‌گیری متوالی بدست آورد. هر پنجره تخمینی از عمق و موقعیت افقی توده ارائه می‌دهد. استفاده از این روش به آگاهی از پارامترهای مغناطیس‌شدگی توده نیاز ندارد و به همین دلیل در هر موقعیت عرض جغرافیایی کاربرد دارد. در اثبات روابط این روش از هیچ مدل خاص زمین‌شناسی استفاده نمی‌شود و این، مزیت دیگر این روش محسوب می‌شود.

روش مذکور جزء روش‌های مدل وابسته (Model dependent) است؛ بدین معنی که استفاده صحیح از این روش، مستلزم آگاهی از شکل توده زیرسطحی است که با انتخاب شاخص ساختمانی مربوط به شکل توده مورد مطالعه صورت می‌گیرد. در صورت عدم دقت در انتخاب شاخص ساختمانی صحیح برای توده، هر چه شاخص ساختمانی بزرگتر انتخاب شود، میزان عمق تخمینی بیشتر و برعکس هر چه شاخص ساختمانی کوچکتر باعث کاهش مقادیر عمق خواهد شد.

روش تخمین عمق اویلر اولین بار توسط تامپسون (1982) ارائه شد [1]. پس از آن، رید روش اویلر را برای تفسیر سه بعدی داده‌های مغناطیسی به کار برد [2]. در سال 1991 کلینگل و همکاران نخستین بار این روش را برای داده‌های گرانی بکار بردند و مزیت استفاده از گرادیان‌های قائم گرانی

بجای داده‌های خام گرانی را نشان دادند [3]. در سال 2001 ماشایاندو و همکاران این روش را با معرفی یک ضریب ساختار دو بعدی تعمیم دادند [4]. هانسن (2002) روش اویلر را برای تعداد چشمه‌های بیشتر در آن واحد تعمیم داد [5] و فیتز جرالد و همکاران (2004) با کمک تبدیل هیلبرت، این روش را با دقتی بالاتر بکار بردند [6]. در این قسمت ضمن معرفی تئوری روش، کاربرد آن بر روی داده‌های مدل منشوری و داده‌های مغناطیسی منطقه شاهرود نشان داده می‌شود.

## ۲- معادله همگن اویلر

$f(v)$  تابعی از متغیرهای  $v = (v_1, v_2, v_3, \dots)$  و تابع همگن از درجه  $n$  است هرگاه داشته باشیم:

$$f(tv) = t^n f(v) \quad (1)$$

که در آن  $t$ :

یک عدد حقیقی

اگر تابع  $f(v)$  نسبت به متغیر  $v$  مشتق‌پذیر باشد، رابطه زیر را معادله اویلر می‌نامند:

$$v \nabla_v f(v) = n f(v) \quad (2)$$

حال اگر تابع  $f$  را تابعی از  $(x, y, z)$  در نظر بگیریم روابط 1 و 2 بر حسب متغیرهای  $(x, y, z)$  به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$f(tx, ty, tz) = t^n f(x, y, z) \quad (3)$$

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = n f \quad (4)$$

از طرفی اثر مغناطیسی یا گرانی اشکال مختلف هندسی را می‌توان بصورت کلی زیر نوشت [1]:

$$f = \frac{a}{r^N} \quad (5)$$

که در آن  $a$ :

مقدار ثابت

$r$

فاصله توده تا نقطه اندازه‌گیری

$N$ :

شاخص ساختمانی

:f

دارد. معمولاً گفته می‌شود که باید ابعاد بهینه پنجره مورد استفاده قرار گیرد. با توجه به کاربرد این روش بر روی مدل‌های زمین‌شناسی مختلف، در این نوشته، دو عامل اساسی برای انتخاب ابعاد پنجره معرفی شده است:

(1) ابعاد پنجره به قدری کوچک نباشد که مقدار داده‌های محاط در پنجره و گرادیان‌های آنها در حدود هم بوده، تغییرات محسوسی نداشته باشند.

(2) ابعاد پنجره به اندازه‌ای بزرگ نباشد که داده‌های محاط در آن مربوط به توده‌های مختلف مجاور هم باشد و مشکل همپوشانی ایجاد شود.

برای بیشتر اهداف زمین‌شناسی، پنجره  $20 \times 20$  می‌تواند دو اصل بالا را برآورده کند [3]. با این حال برای توده‌های نزدیک سطح (دارای طول موج‌های کوچک) معمولاً ابعاد پنجره اولر  $5 \times 5$  انتخاب می‌شود و برای توده‌های عمیق‌تر بجای افزایش پنجره اولر از 20، بهتر است فاصله درون‌یابی داده‌ها افزایش یابد [6].

معادله ماتریسی فوق برای هر پنجره با استفاده از روش کمترین مربعات حل می‌شود و مقادیر مجهول  $(x_0, y_0, z_0, B)$  بدست خواهد آمد. همانطور که از رابطه 7 مشخص است برای حل معادله اولر در یک پنجره، به گرادیان-های میدان پتانسیل نیاز داریم. برای جلوگیری از برجسته شدن نویزهای همراه داده‌ها، هنگام مشتق‌گیری به روش تبدیل فوریه، تمامی گرادیان‌ها در حوزه مکان محاسبه می‌شود. برای محاسبه گرادیان‌های افقی نسبت به محورهای  $x$  و  $y$  از فرمول تقریبی تفاضل محدود (Finite Difference) استفاده می‌شود. اگر  $M(x, y)$  معرف برداشت‌های گسسته میدان پتانسیل در حالت سه بُعدی باشد؛ برای مثال ماتریس  $M_{i,j}$  (که در آن  $i=1,2,\dots$  و  $j=1,2,\dots$ ) ماتریس داده‌های میدان پتانسیل در یک شبکه برداشت افقی با محور افقی  $(x)$  در راستای شرق - غرب و محور عمودی  $(y)$  در راستای شمال - جنوب و فواصل برداشت بترتیب  $\Delta x$  و  $\Delta y$  باشد، مشتق افقی  $M(x, y)$  نسبت به محورهای  $x$  و  $y$  در نقطه  $(i, j)$  با استفاده از روش اختلاف محدود بصورت زیر قابل محاسبه است [8]:

این کار با استفاده از بسط سری تیلور و تقریب تفاضل مرکزی (Central difference approximation) به دست آمده است. به عبارت دیگر با نوشتن بسط سری تیلور تابع مجهول  $M_{i+1}$  و  $M_{i-1}$  به وسیله روابط 9 و 10 و صرف نظر کردن از جمله سوم بعد و کم کردن دو رابطه از یکدیگر، رابطه

میدان پتانسیل گرانی و مغناطیسی طبق رابطه 5، میدان‌های پتانسیل گرانی و مغناطیسی، تابعی همگن از درجه  $-N$  هستند که در مورد توده‌های با هندسه مختلف، می‌توان متغیر  $N$  را تغییر داد. تامپسون (1982) نشان داد که در مورد داده‌های میدان پتانسیل معادله اولر را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$x_0 \frac{\partial f}{\partial x} + y_0 \frac{\partial f}{\partial y} + z_0 \frac{\partial f}{\partial z} + NB = x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} + Nf \quad (6)$$

که در آن  $(x_0, y_0, z_0)$ :

موقعیت توده سبب شونده آنومالی

$(x, y, z)$ :

موقعیت نقطه اندازه‌گیری

$B$

مقدار میدان ناحیه ای منطقه که به جمله متعادل کننده

معروف است

$N$

شاخص ساختمانی است که به هندسه توده بستگی دارد و بیانگر نرخ میرایی میدان پتانسیل نسبت به فاصله است. در این روش با انتخاب یک پنجره با پهنای مناسب و حرکت این پنجره بر روی شبکه داده‌ها، جواب‌های معادله اولر را برای هر پنجره بدست می‌آوریم. همان‌طور که از شکل 1 مشاهده می‌شود هر بار پنجره به اندازه نصف طول در جهت  $x$  و به اندازه نصف عرض در جهت  $y$  جابجا می‌شود. با فرض اینکه در هر پنجره  $n$  داده وجود دارد، می‌توان رابطه 5 را برای هر پنجره به شکل ماتریسی زیر نوشت [5]:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} & \frac{\partial f}{\partial y_1} & \frac{\partial f}{\partial z_1} & N \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} & \frac{\partial f}{\partial y_n} & \frac{\partial f}{\partial z_n} & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + y_1 \frac{\partial f}{\partial y_1} + z_1 \frac{\partial f}{\partial z_1} + Nf_1 \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ x_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + y_n \frac{\partial f}{\partial y_n} + z_n \frac{\partial f}{\partial z_n} + Nf_n \end{bmatrix}$$

ابعاد پنجره مورد استفاده تأثیر مهمی بر نتایج بدست آمده

قائم، نتایج مطلوب تری نسبت به تبدیل فوریه ایجاد می کند. تبدیل هیلبرت از رابطه زیر بدست می آید [7]:

$$f(x') = \frac{1}{p} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x)}{x' - x} dx \quad (11)$$

که در آن  $f(x')$ :

تبدیل هیلبرت تابع  $f(x)$

تنها عیب استفاده از روش اوپلر این است که احتیاج به دانش قبلی در مورد شاخص ساختمانی توده سبب شونده آنومالی داریم. در حقیقت انتخاب صحیح شاخص ساختمانی، اصلی ترین مشکل برای کار با معادله اوپلر در تخمین عمق توده ها است. جدول 1 شاخص ساختمانی بعضی مدل های ساده زمین شناسی را نشان می دهد.

یکی از روش های تعیین شاخص ساختمانی، استفاده از روش ترکیبی سیگنال تحلیلی- اوپلر دیکانولوشن است. تئوری این روش بدین صورت است که سیگنال تحلیلی و مشتقات مرتبه اول و دوم آن نسبت به محورهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  در معادله اوپلر جای گذاری می شود. حاصل این کار، سه معادله است که با حل آنها تخمینی از مقدار شاخص ساختمانی و همچنین عمق توده بدست می آید.

جدول 1: تعیین شاخص ساختمانی معادله اوپلر برای مدل های ساده

زمین شناسی [5] و [9]

شاخص ساختمانی	مدل گرانی	مدل مغناطیسی
0	سیل/دایک/کنتاکت	کنتاکت
0/5	نواری (Ribbon)	پله ای (Step)
1	لوله	دایک
2	کره	لوله (Pipe)
3		کره

حل معادله در نقاط ماکزیمم سیگنال تحلیلی صورت می گیرد. برای یافتن نقاط ماکزیمم سیگنال تحلیلی، طبق آزمون بلیکلی [8]، هر نقطه از نقشه سیگنال تحلیلی (موسوم به نقطه مرکزی) با 8 نقطه مجاور (4 نقطه قطری و 4 نقطه در بالا و پایین) مقایسه می شود. اگر مقدار نقطه مرکزی بیشتر از نقاط مجاور بود، نقطه مرکزی به عنوان ماکزیمم سیگنال تحلیلی برای تخمین، انتخاب شده، این عمل برای تمامی نقاط نقشه سیگنال تحلیلی تکرار می شود. سپس در نقاط ماکزیمم، معادلات زیر حل می شود و تخمینی از شاخص ساختاری در هر نقطه ارائه می گردد.

تقریبی محاسبه مشتق افقی مرتبه اول داده های گسسته برداشت شده نسبت به  $x$  یا  $y$  نتیجه می شود [8]:

$$M_{i+1} = M_i + \Delta x \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \dots \quad (7)$$

$$M_{i-1} = M_i - \Delta x \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \dots \quad (8)$$

$$M_{i+1} - M_{i-1} = M_i - M_i + \Delta x \frac{\partial M}{\partial x} - (-\Delta x \frac{\partial M}{\partial x}) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \dots$$

در رابطه فوق دو جمله آخر حذف می شوند و مشتق افقی

مرتبه اول از رابطه نهایی زیر نتیجه خواهد شد:

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial x} = \frac{M_{i+1, j} - M_{i-1, j}}{2\Delta x} \quad (9)$$

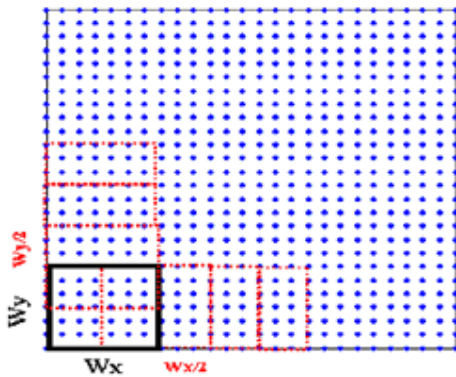
بطور مشابه رابطه تقریبی مشتق افقی مرتبه اول داده ها

نسبت به  $y$  از رابطه زیر نتیجه می شود:

$$\frac{\partial M(x, y)}{\partial y} = \frac{M_{i, j+1} - M_{i, j-1}}{2\Delta y} \quad (10)$$

بعد از محاسبه گرادیان های افقی، گرادیان قائم داده ها با استفاده از تبدیل هیلبرت محاسبه می شود. تبدیل هیلبرت باعث تغییر فاز 90 درجه ای در تابع شده و در نتیجه مشتق افقی به قائم تبدیل می شود. با استفاده از این تکنیک، برجسته شدن نویز به حداقل می رسد و تخمین عمق با دقت بالاتری صورت می گیرد. دلیل این امر این است که فیلتر کردن در حوزه فوریه از طریق محاسبه تبدیل فوریه داده ها، ضرب کردن آن در عبارت فیلتر و در نهایت عکس تبدیل فوریه و برگشت به حوزه مکان صورت می گیرد. در این تکنیک بسیار مهم است که رفتار فیزیکی و ریاضی عبارت فیلتر انتخابی بخوبی شناخته شده باشد. عملگر فیلتر مشتق قائم مرتبه اول بصورت  $\text{sqrt}(p^2 + q^2)$  نوشته می شود (p و q اعداد موج فوریه در راستای محورهای مختصات هستند) که دارای ویژگی نامطلوبی است که به ازای فرکانس های بی نهایت، مقدار آن به بی نهایت میل می کند. به همین منظور در طراحی های مربوط به فیلتر کردن، معمولاً این فیلتر در تابع کسینوس ضرب می شود تا مقدار آن به ازای فرکانس های بالا به سمت صفر میل کند، اما در مقابل فیلتر تبدیل هیلبرت در حوزه فرکانس بصورت  $p / \text{sqrt}(p^2 + q^2) + q / \text{sqrt}(p^2 + q^2)$  نوشته می شود که مقدار آن از -1 تا +1 تغییر می کند و نیازی به تغییر ساختار آن نیست. به همین دلیل استفاده از این فیلتر برای محاسبه مشتق

نظر می‌گیریم. شعاع کره 100 متر و زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس اطراف بترتیب برابر با 80 درجه و 15 درجه در نظر گرفته شده است. شکل 2- الف نقشه هم‌مقدار مغناطیسی مدل را نشان می‌دهد. شکل‌های 2-ب و 2-ج بترتیب نقشه سیگنال تحلیلی و مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی را نشان می‌دهند. در شکل 2- د مقادیر تخمینی N ارائه شده است که میانگین آن برابر با 3 است و بدین ترتیب، مطابق داده‌های جدول 1 نوع توده کره می‌باشد.



شکل 1: نحوه حرکت پنجره روی داده‌های شبکه برداشت. نقاط آبی بیانگر داده‌ها، Wx طول پنجره و Wy عرض پنجره متحرک است. جایجایی پنجره در هر بار به اندازه نصف طول و عرض آن صورت می‌گیرد.

$$SI = N = \left( \frac{(2 \times AS_1 \times AS_1 - AS_2 \times AS_0)}{(AS_2 \times AS_0 - AS_1 \times AS_1)} \right) \quad (12)$$

$$AS_0(x, y) = \sqrt{\left( \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial z} \right)^2 \right)}$$

$$AS_1(x, y) = \sqrt{\left( \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right)^2 \right)}$$

$$AS_2(x, y) = \sqrt{\left( \left( \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^3 f}{\partial y \partial z^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^3 f}{\partial z^3} \right)^2 \right)}$$

که در آن  $(z, y, x)$ :

دستگاه مختصات کارترین

$f$ :

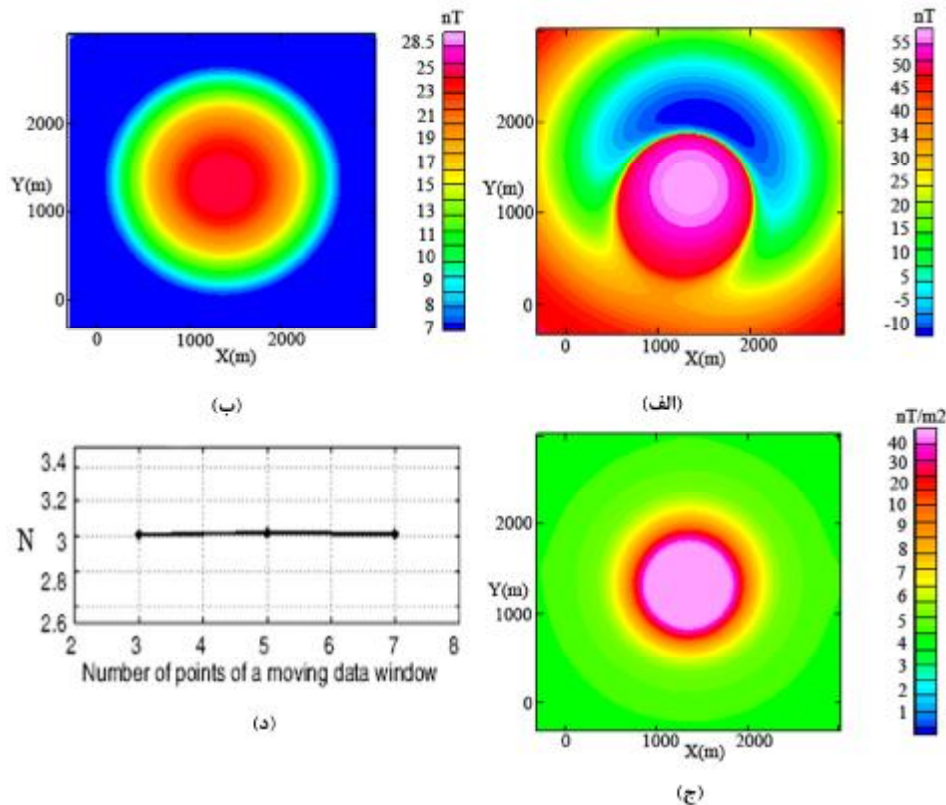
داده‌های میدان پتانسیل

$AS$ :

سیگنال تحلیلی

اندیس‌های 0، 1 و 2 بترتیب بیانگر سیگنال تحلیلی، مشتق قائم مرتبه اول سیگنال تحلیلی و مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی است [10] و [11].

روشی که در این مقاله معرفی شده، روش تلفیقی اویلر-سیگنال تحلیلی است که طبق رابطه 9 تخمینی از مقدار N در نقاط ماکزیمم سیگنال تحلیلی بدست می‌آید. برای بررسی اعتبار نتایج N مدل مصنوعی کره در عمق 500 متری را در



شکل 2: تخمین شاخص ساختاری مدل کره. الف) نقشه هم‌مقدار مغناطیسی کره در عمق 500 متر. پارامترهای بردار مغناطیس زمین بترتیب 80 درجه و 15 درجه فرض شده است. ب) نقشه سیگنال تحلیلی داده‌های مغناطیسی قسمت الف. ج) نقشه مشتق قائم مرتبه دوم سیگنال تحلیلی. د) نتایج تخمین شاخص

دوایری که قطر آنها با عمق تخمینی متناسب است نشان داده شده است.

در مثال بعد کاربرد روش تخمین عمق اوپلر بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل دایک آزمایش می‌شود. مدل دایک مذکور در عمق 500 متری قرار دارد و شیب قرار آن 20 درجه فرض شده است. اختلاف ضریب خودپذیری مغناطیسی مدل با اطراف برابر 0/016 در سیستم SI و زوایای میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده به ترتیب 80 درجه و 20 درجه در نظر گرفته شده است. شکل 4-الف پاسخ مغناطیسی توده را نشان می‌دهد. شکل 4-ب تا 4-د مربوط به گرادیان‌های داده‌های مغناطیسی مدل است که در تخمین عمق به روش اوپلر از آنها استفاده شده است. مانند آنچه در بالا توضیح داده شد، محاسبه گرادیان‌های افقی با استفاده از روش اختلاف محدود و محاسبه گرادیان قائم با استفاده از تبدیل هیلبرت انجام گرفته است. در شکل 4-ه نتیجه تخمین عمق به روش اوپلر آمده است که نتایج بصورت دوایری که قطر آنها با عمق تخمینی متناسب است نشان داده شده است. قطر هر دایره 500 متر است که مساوی مقدار عمق واقعی مدل در تولید

### ۳- کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی

در این قسمت کاربرد تخمین عمق به روش اوپلر بر روی داده‌های مغناطیسی مدل منشور قائم با سطح مقطع مستطیل (کادر مشکی) به ابعاد 1500×500 متر شرح داده می‌شود. مدل مذکور در عمق 200 متری از سطح زمین قرار گرفته است. اختلاف خودپذیری مغناطیسی توده با سنگ‌های اطراف برابر 0/015 در سیستم SI و زاویه میل و انحراف مغناطیس شدگی توده بترتیب 70 درجه و 20 درجه لحاظ شده است. لازم به ذکر است که اختلاف خودپذیری مغناطیسی مدل‌های مصنوعی تنها بر روی شدت میدان مغناطیسی محاسبه شده مؤثر است و بر نتایج تخمین عمق تأثیری ندارد. شکل 3-الف) پاسخ مغناطیسی توده را نشان می‌دهد و شکل 3-ب تا 3-د مربوط به گرادیان‌های داده‌های مغناطیسی مدل است که در تخمین عمق به روش اوپلر مورد استفاده قرار گرفته اند. محاسبه گرادیان‌های افقی با استفاده از روش اختلاف محدود و گرادیان قائم با استفاده از تبدیل هیلبرت انجام گرفته است. در شکل 3-ه نتیجه تخمین عمق به روش اوپلر آمده که نتایج بصورت

پاسخ مغناطیسی آن است.

در مثال سوم کاربرد روش تخمین عمق اوپلر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل استوانه قائم آزمایش می‌شود. مدل مذکور در عمق 500 متری قرار دارد و سطح مقطع آن بیضوی با قطر بزرگ و کوچک بترتیب 200 متر و 100 متر لحاظ شده است. اختلاف ضریب خودپذیری مغناطیسی مدل با اطراف برابر 0/013 در سیستم SI و زوایای میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده بترتیب برابر با 80 درجه و 25 درجه در نظر گرفته شده است. شکل 5- الف پاسخ مغناطیسی توده را نشان می‌دهد. شکل 5- ب تا 5- د مربوط به گرادبان‌های داده‌های مغناطیسی مدل است که در تخمین عمق به روش اوپلر استفاده شده‌اند. در شکل 5- ه نتیجه تخمین عمق به روش اوپلر آمده است که نتایج بصورت دوایری که قطر آنها با عمق تخمینی متناسب است نشان داده شده است. قطر هر دایره 500 متر است که مساوی مقدار عمق واقعی مدل در تولید پاسخ مغناطیسی آن است.

کاربرد موفقیت آمیز این روش بر روی سه مدل با هندسه و شرایط مختلف، حاکی از کارایی و دقت بالای این روش تخمین عمق است. با این حال همان‌طور که اشاره شد، مشکل این روش وابسته بودن نتایج آن به نوع منبع مولد آنومالی است و در صورتی که همانند مثال‌های مصنوعی فوق هندسه توده مشخص باشد، نتایج تخمین عمق قابل اعتماد است. هندسه توده توسط پارامتر  $N$  مشخص می‌شود. در عمل برای اطلاع از هندسه منبع مولد، از تلفیق روش سیگنال تحلیلی - اوپلر استفاده می‌شود که در این نوشته بدان اشاره شد. در این روش، با استفاده از داده‌های مغناطیسی برداشت شده و معادله 9 تخمینی از مقدار شاخص ساختاری  $N$  که نوع منبع مولد را تعیین می‌کند بدست می‌آید. با جایگذاری  $N$  در معادله اوپلر تخمین عمق توده مولد نیز انجام می‌گیرد.

#### ۴- کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی محدوده‌ای در منطقه شاهرود

در این منطقه مجموعاً 28 پروفیل به طول 300 متر برداشت شده است. فاصله پروفیل‌ها از یکدیگر 20 متر و فاصله ایستگاه‌های برداشت 10 متر است. ناحیه مورد نظر که اندیس آهن لجنه نام دارد، در بخش جنوبی شهرستان شاهرود در شرق استان سمنان و در مختصات جغرافیایی  $X=331800$  و  $Y=4005800$  متر در سیستم مختصات متریک (UTM) قرار

گرفته است. این کانسار از گونه اسکارنی با کانی‌های منیتیت - هماتیت، بصورت دایک‌هایی است که در بین توده آذرین کوارتز مونزونیتی و سنگ‌های آهکی پرمین قرار گرفته است. این محدوده بیشتر در زیر پوشش آبرفت قرار دارد، اما در قسمت اعظم منطقه سنگ‌های دگرگونی از نوع شیست‌های سیلیسی شده و شیست‌های سبز دیده می‌شود. گرانودیوریت و آندزیت نیز بطور محدود وجود دارد. همچنین توالی سنگ‌های کربناته (دولومیتی)، شیل و سنگ‌های آذرین (آندزیت) در مجاورت محدوده مورد بررسی و نیز علائم دگرگونی در درون توده‌های شیستی به چشم می‌خورد. علاوه بر این می‌توان پیدایش کانی مگنتیت را بصورت رگه‌های هیدروترمال نیز مشاهده نمود. میزان نویز منطقه نسبتاً بالا است و توپوگرافی ملایمی دارد. آزیموت پروفیل‌های برداشت، عمود بر ساختارهای زمین شناسی بصورت شمال غرب - جنوب شرق و موازی با یکدیگر طراحی شده است.

برداشت‌های مغناطیس‌سنجی با استفاده از مغناطیس‌سنج پروتون مدل GM19 ساخت شرکت سینترکس کانادا، با دقت 0/01 نانوتسلا انجام شده است. عملیات صحرایی مغناطیس‌سنجی در تابستان 1388 صورت گرفته است. با استفاده از سیستم IGRF مدل 2009 موجود در نرم افزار Oasis montaj نسخه 7 شدت میدان مغناطیسی ناحیه‌ای، در منطقه مورد بررسی 46,300 نانوتسلا تعیین شد که داده‌های قرائت شده نسبت به آن تصحیح شدند. نقشه هم‌مقدار مغناطیسی منطقه در شکل 6- الف آمده است. در این نقشه دو آنومالی با الگوی دوقطبی دیده می‌شود که هدف، تخمین عمق این آنومالی‌ها با استفاده از روش اوپلر است. به علت عدم اطلاع از هندسه توده سبب شونده و در نتیجه مجهول بودن شاخص ساختاری، از روش سیگنال تحلیلی - اوپلر برای تخمین شاخص ساختاری استفاده شده است شکل 6- ب. مطابق این روش، میانگین مقدار شاخص ساختمانی اوپلر برابر  $1.3 \pm 0.03$  تخمین زده شده که در تخمین عمق به روش اوپلر بکار برده شده است. با توجه به انحراف معیار مقادیر برآورد شده مربوط به پارامتر  $N$  و همچنین اعداد جدول 1 (مقادیر شاخص ساختمانی برای مدل‌های مختلف)، هندسه توده زیرسطحی در منطقه شاهرود بصورت دایک نازک برآورد می‌شود. با توجه به شواهد صحرایی و حفر گمانه‌های اکتشافی در منطقه، وجود توده‌های دایکی تأیید می‌شود. شکل 6- ج نتایج تخمین عمق به روش اوپلر را بصورت دوایر متناسب نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که قبل از انجام محاسبات تخمین شاخص ساختاری و عمق توده زیرسطحی، داده‌های مغناطیسی برداشت -

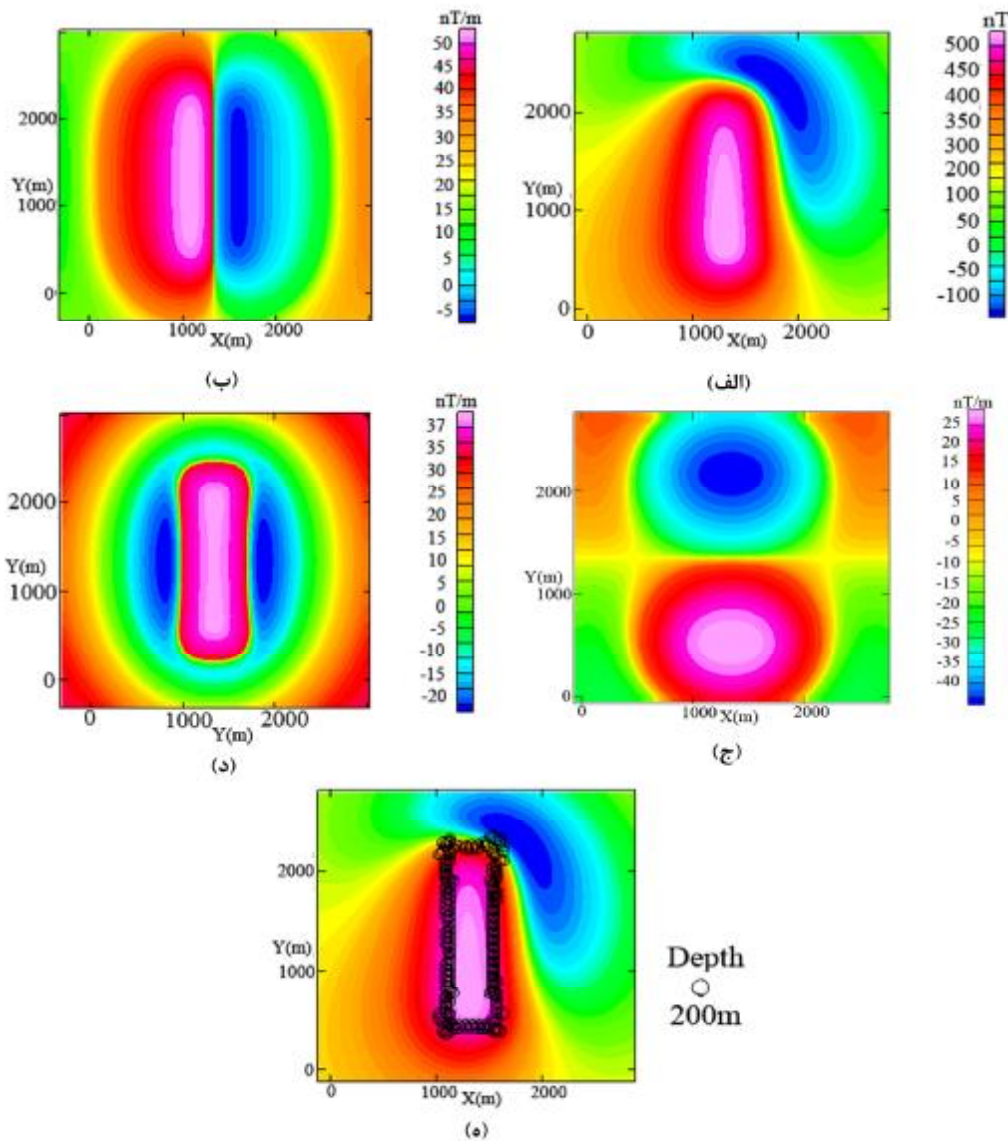
هندسه توده برای تخمین شاخص ساختمانی معادله اوپلر در این نوشته برای حل مشکل اول، گرادیان‌های افقی در حوزه مکان و با استفاده از تکنیک تفاضل محدود محاسبه شده و محاسبه مشتق قائم با استفاده از تبدیل هیلبرت صورت گرفته است. برای تخمین شاخص ساختمانی نیز از روش ترکیبی سیگنال تحلیلی - اوپلر استفاده شده است. این روش بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل منشور قائم، مدل دایک شیبدار و مدل استوانه قائم با موفقیت بکار برده شد. در مورد داده‌های مغناطیس‌سنجی منطقه شاهرود، مقدار شاخص ساختمانی برابر  $1/3$  تخمین زده شد که هندسه توده را دایک نازک برآورد می‌کند. سپس با استفاده از این مقدار، روش اوپلر، عمق توده را 15 تا 35 متر در نقاط مختلف منطقه مورد استفاده تعیین کرده است.

شده به قطب منتقل شده‌اند. طبق این روش محدوده تغییرات عمقی توده، 15 تا 35 متر برآورد شده است که با نتایج حفاری‌های اکتشافی انجام شده در منطقه مطابقت دارد، به‌عنوان مثال: حفاری انجام گرفته در مختصات  $X=332000$  و  $Y=4006000$  در عمق 32 متری به لایه آهن‌دار برخورد کرده است. نتایج بدست آمده در مورد مدل‌های مصنوعی و همچنین داده‌های واقعی مربوط به منطقه شاهرود با استفاده از برنامه‌نویسی در نرم‌افزار MATLAB نسخه 9 (2009) صورت گرفته است.

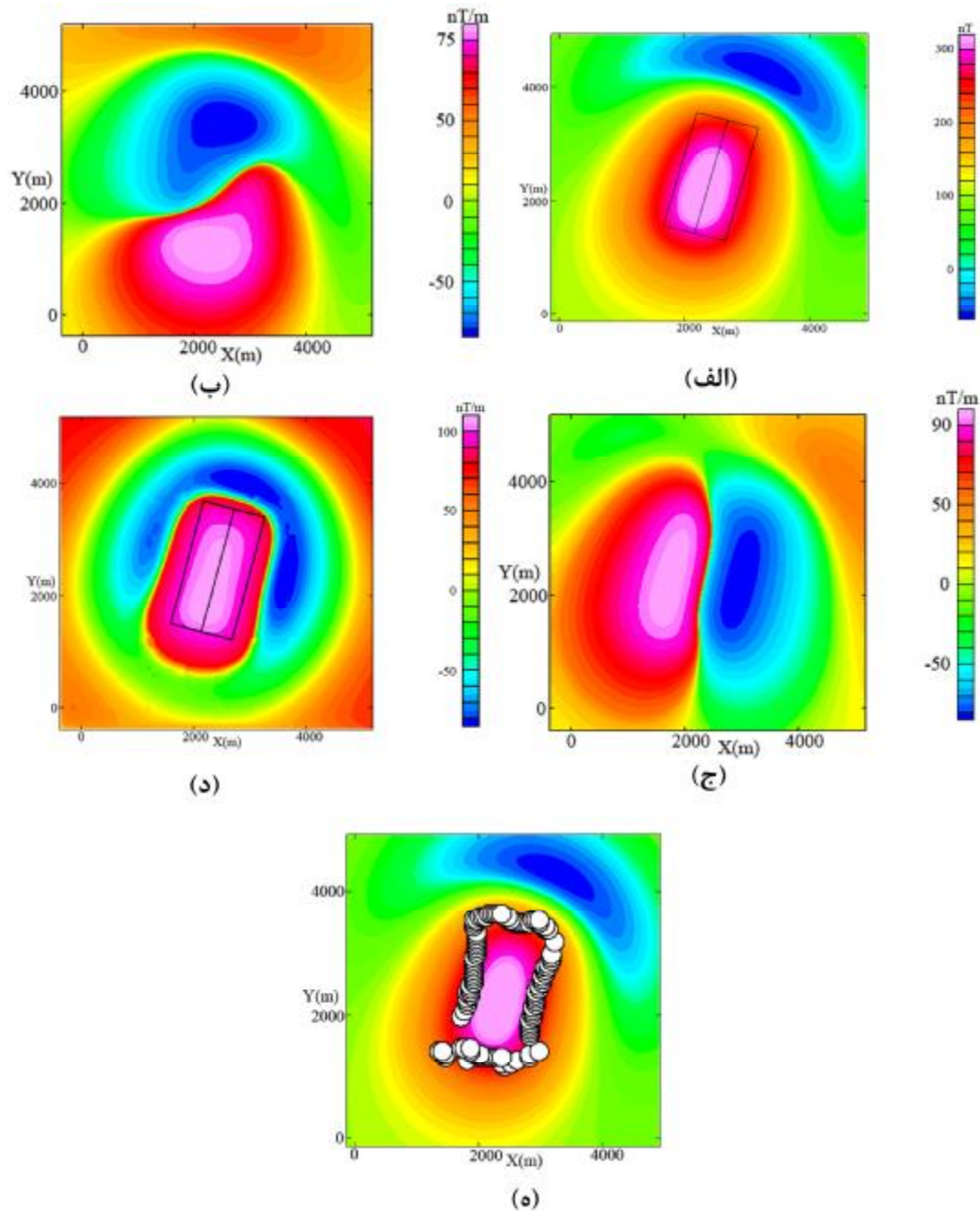
#### ۵- نتیجه

با استفاده از معادله همگن اوپلر می‌توان تخمینی از عمق توده‌های مولد آنومالی مغناطیسی بدست آورد. مشکلات استفاده از این روش عبارتند از: القاء نویزهای فرکانس بالا به هنگام محاسبه گرادیان‌های میدان پتانسیل و 2 نیاز به اطلاع از

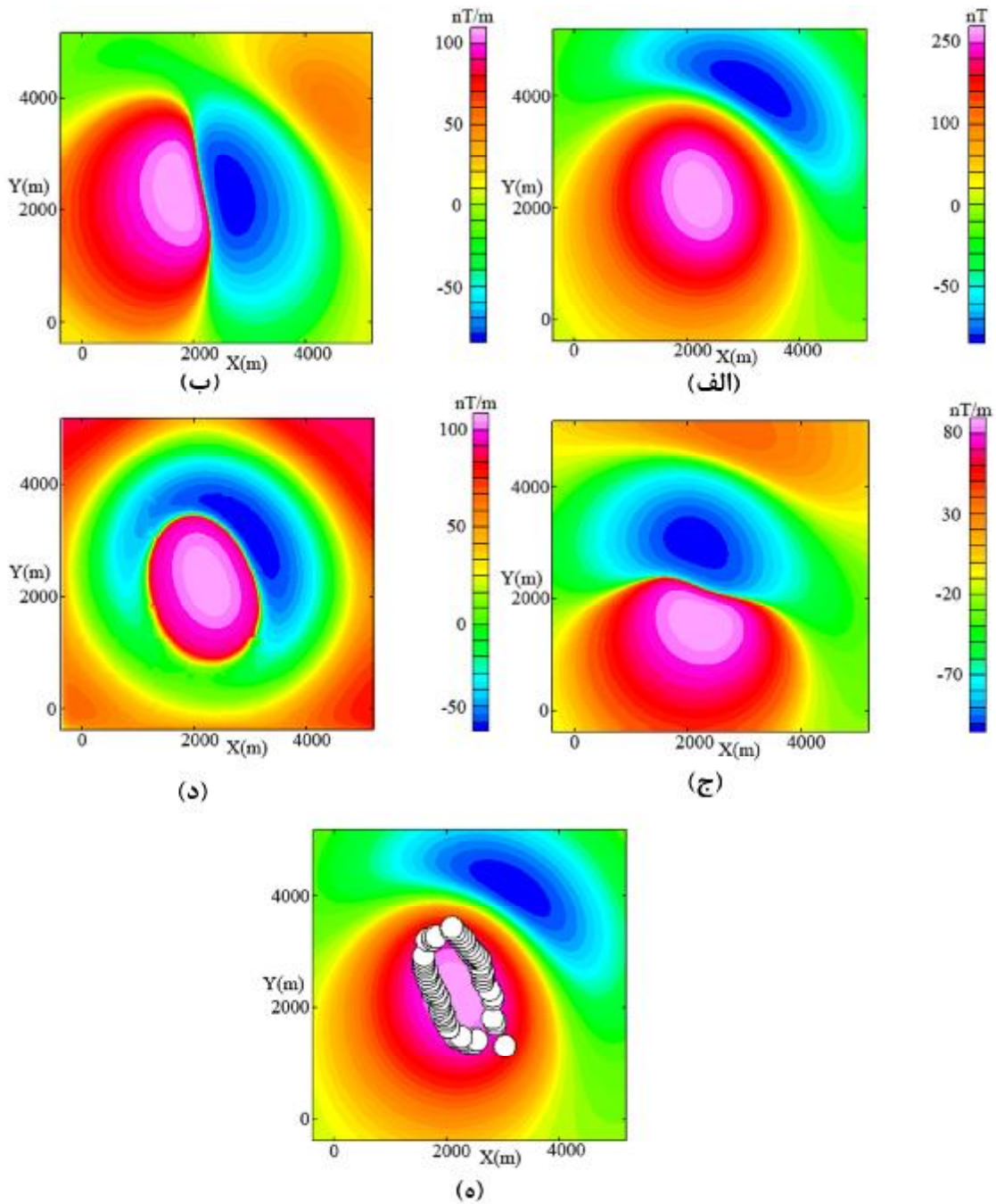




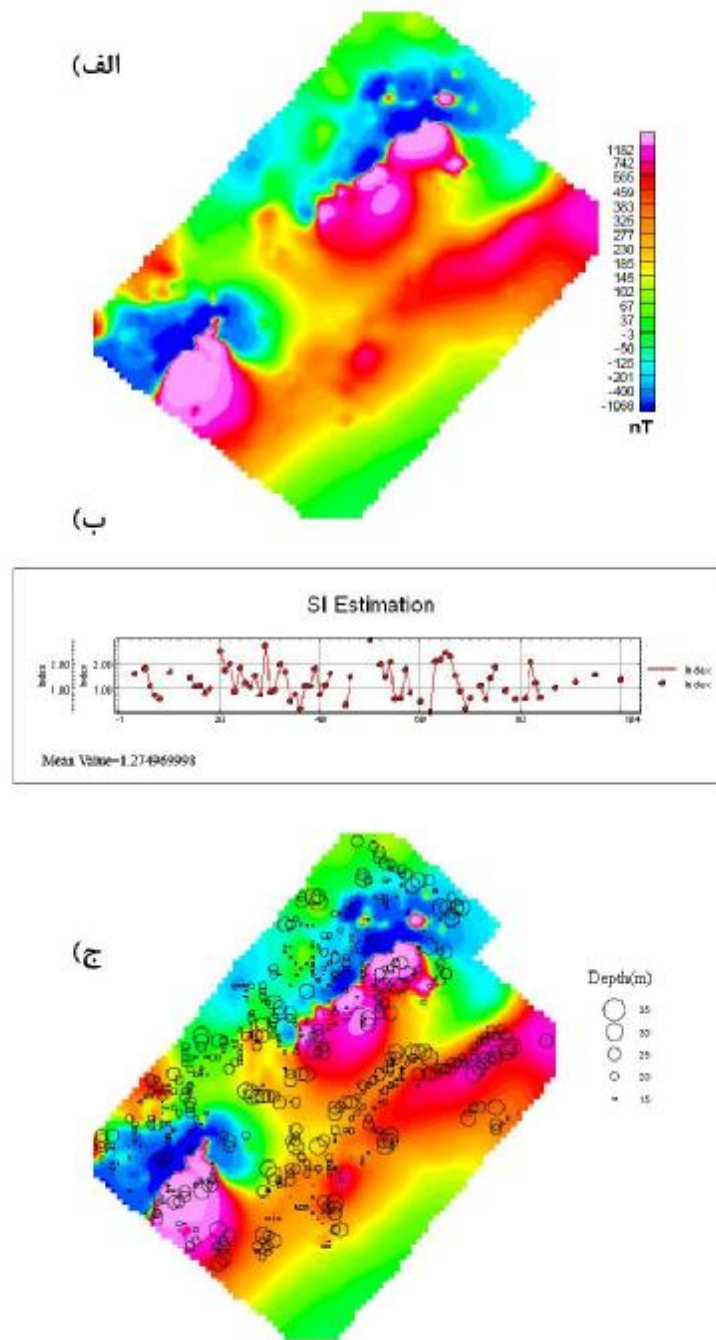
شکل 3: کاربرد بر روی داده‌های مدل منشوری. الف) پاسخ مغناطیسی مدل منشوری با سطح مقطع مستطیل (کادر مشکی) به ابعاد 1500×500 متر و در عمق 200 متر. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده بترتیب 70 درجه و 20 درجه انتخاب شده است. ب) نقشه گرادیان داده‌های قسمت الف نسبت به محور x. ج) نقشه گرادیان افقی داده‌های قسمت الف نسبت به محور y. د) نقشه گرادیان قائم داده‌های قسمت الف. ه) نتایج تخمین عمق داده‌های قسمت الف با استفاده از روش اوپلر. هر کدام از دواپر عمق 200 متر را نشان می‌دهند که برابر عمق توده در تولید آنومالی مغناطیسی است.



شکل 4: کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل دایک. الف) پاسخ مغناطیسی مدل دایک با شیب 20 درجه به ابعاد 1500×500 متر و در عمق 500 متر. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده بترتیب 80 درجه و 20 درجه انتخاب شده است. ب) نقشه گرادیان داده‌های قسمت الف نسبت به محور X. ج) نقشه گرادیان افقی داده‌های قسمت الف نسبت به محور Y. د) نقشه گرادیان قائم داده‌های قسمت الف. ه) نتایج تخمین عمق داده‌های قسمت الف با استفاده از روش اوایلر. هر کدام از دوایر عمق 500 متر را نشان می‌دهند که برابر عمق توده در تولید آنومالی مغناطیسی است.



شکل 5: کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی مصنوعی مدل استوانه قائم. الف) پاسخ مغناطیسی مدل استوانه قائم با سطح مقطع بیضی به ابعاد 100x200 متر و در عمق 500 متر. زاویه میل و انحراف بردار مغناطیس شدگی توده بترتیب 80 درجه و 25 درجه انتخاب شده است. ب) نقشه گرادیان داده‌های قسمت الف نسبت به محور X. ج) نقشه گرادیان افقی داده‌های قسمت الف نسبت به محور Y. د) نقشه گرادیان قائم داده‌های قسمت الف. ه) نتایج تخمین عمق داده‌های قسمت الف با استفاده از روش اوپلر. هر کدام از دواير عمق 500 متر را نشان می‌دهند که برابر عمق توده در تولید آنومالی مغناطیسی است.



شکل 6: کاربرد بر روی داده‌های مغناطیسی منطقه شاهرود. (الف) نقشه هم‌مقدار مغناطیس منطقه بعد از تصحیح داده‌ها نسبت به میدان مغناطیسی اطراف. رنگ‌های گرم نماینده مقادیر با شدت بالا و رنگ‌های سرد شدت‌های پایین را تعیین می‌کنند. (ب) نمودار تغییرات مقدار شاخص ساختمانی در منطقه شاهرود توسط روش اویلر - سیگنال تحلیلی. میانگین شاخص ساختمانی 1/3، در تخمین عمق استفاده شده است. (ج) نتایج تخمین عمق به روش اویلر که بصورت دایره‌ای بر روی نقشه هم‌مقدار منطقه نشان داده شده است. برای تخمین شاخص ساختمانی از روش سیگنال تحلیلی - اویلر استفاده شده است.

[7] Blakely, R. J., 1995, Potential theory in gravity and magnetic applications: Cambridge University Press.

[8] Blakely, R. J; and Simpson, R. W; 1986; *Approximating edges of source bodies from magnetic or gravity anomalies*., Geophysics, 51, 1494-1498.

[9] Williams, S.E; Fairhead, J. D; and Flanagan, G., 2002; *Realistic models of basement topography for depth to magnetic basement testing*: Soc. Expl. Geophys, Expanded Abstracts, 814-817.

[10] Williams, S.E; Fairhead, J. D; and Flanagan, G; 2003, *Grid based Euler Deconvolution: Completing the Circle with 2D Constrained Euler*: Soc. Expl. Geophys, Expanded Abstracts, 572-575.

[11] Williams, S.E; Fairhead, J. D; and Flanagan, G; 2004, *Comparison of grid Euler Deconvolution with and without 2D constraints using a realistic 3D magnetic basement model*: Geophysics, 34 (12), 210-221.

## مراجع

[1] Thompson, D. T; 1981; *EULDPH: A new technique for making computer- assisted depth estimates from magnetic data*: Geophysics, 47, 31-37.

[2] Reid, A. B; Allsop, J. M; Granser, H; Millet, A. J; and Somerton, I. W; 1990; *Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution*: Geophysics, 55, 80-91.

[3] Klingele, E. E; Marson, I; and Kahke, H. G; 1991; *Automatic interpretation of gravity gradiometric data in two dimensions: Vertical gradient*: Geophys. Prospect., 39, 407-434.

[4] Mushayandebuv, M. F; Lesur, V; Reid, A. B; and Fairhead, J. D; 2001; *Grid euler deconvolution with constraints for two dimensional structures*: Geophysics, 30 (4), 765-775.

[5] Hansen, D. T; and Laura suciu; 2002; *Multiplesource Euler deconvolution*: Geophysics., 67, 525-535.

[6] FitzGerald, D; Reid, A; and McInemey, P; 2004; *New discrimination technique for Euler deconvolution*: Computers and Geosciences, 30, 461-469.