

مقاله پژوهشی

ارایه مدل خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوی همگن سازی برای سنگ ترد

مهدی ظهراپی^۱، حامد ملا داوودی^{۲*}، مهدی ذوالفقاری^۳، کمیل بور^۴

۱. کارشناسی ارشد دانشگاه امیرکبیر، meh dizohrabi@aut.ac.ir

۲. استادیار دانشگاه صنعتی امیرکبیر، davoodi@aut.ac.ir

۳. دانشجوی دکترای دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، zolfaghari323@gmail.com

۴. دکترای تخصصی دانشگاه تربیت مدرس، kemeilbour@gmail.com

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴ - پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۵)

چکیده

با افزایش نیازهای متعدد بشر، سازه‌های سنگی با کاربردهای متنوع معدنی، نفتی، عمرانی، دفاعی و هسته‌ای به کار گرفته شده است. این نیاز موجب افزایش ابعاد و عمق سازه‌های زیرزمینی شده که شرایط حاکم بر بارگذاری آن‌ها معمولاً موجب گسترش ناحیه تخریب پیرامون فضای زیرزمینی می‌شود. شناخت رفتار غیر الاستیک سنگ تخریب شده در برگیرنده سازه‌های سنگی به ویژه پس از مقاومت حداکثر برای تحلیل پایداری سازه سنگی لازم است. روش‌های مبتنی بر مکانیک خرابی ویژگی‌های رفتار سنگ چون کاهش ظرفیت باربری پس از مقاومت حداکثر و زوال صلبیت الاستیک را به خوبی در نظر می‌گیرد. به طور کلی با دو رویکرد پدیدارشناسانه و ریزمکانیکی می‌توان خرابی سنگ را تشریح و تفسیر کرد. در این تحقیق به دلیل کارایی بیشتر مدل‌های خرابی ریزمکانیکی در برقراری ارتباط بین رفتار ریز مقیاس و بزرگ مقیاس سنگ از مدل‌های خرابی ریزمکانیکی استفاده شده است. در این مقاله، مدل خرابی ریزمکانیکی برای ریزترک‌های اصطکاکی بسته و باز با در نظر گرفتن کوپل بین لغزش اصطکاکی و بروز خرابی مورد بررسی قرار گرفته است. از اینرو، ابتدا مفاهیم پایه مکانیک خرابی ریزمکانیکی ارایه شده است. برای محاسبه تانسور تاثیر از الگوی همگن‌سازی پونته کاستاندا و ویلیس استفاده شده است، سپس فرمول‌بندی این مدل در محیط برنامه‌نویسی نرم‌افزار FLAC کدنویسی شده و مدل رفتاری پلاستیک-خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در محیط نرم‌افزار استفاده عملی شد. برای اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده در مقیاس آزمایشگاهی از آزمایش مقاومت فشاری تک محوره انجام شده بر روی سنگ آهک مارنی سازند پابده به عنوان مبنا استفاده شد که مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی تطابق قابل قبولی داشت.

کلمات کلیدی

خرابی ریزمکانیکی، همگن‌سازی، شکست سنگ ترد، شبیه‌سازی عددی.

۱- مقدمه

همکاران [۵]، مرتضوی و ملاداودی [۶] را می‌توان معرفی کرد. برخی مفاهیم و کمیت‌ها در این مدل‌ها بر اساس ساز و کارهای داخلی در ریزمقیاس نیستند. برای غلبه بر ضعف‌هایی که اغلب در مدل‌های رفتاری پدیدارشناسانه کلاسیک وجود دارد، مدل‌های خرابی ریزمکانیکی بر اساس اصول مکانیک شکست و روش‌های همگن‌سازی خطی به صورت موازی ارائه شده‌اند. این مدل‌ها با در نظر گرفتن امتزاج و ترکیب بین بروز خرابی و لغزش اصطکاکی بیان بهتری از ساز و کار فیزیکی ریزمقیاس و پیامدهای آن در بزرگ مقیاس ارائه داده‌اند. به عنوان مثال مدل‌های ارائه شده توسط ژائو^۱ و شائو [۷]، ملاداودی [۸] را می‌توان معرفی کرد. در مطالعات انجام شده به اثر ریزترک‌های اصطکاکی بسته و باز با در نظر گرفتن کوپل بین لغزش پلاستیک و خرابی پرداخته نشده است.

در این مقاله، مدل خرابی ریزمکانیکی مبتنی بر الگوی همگن‌سازی با در نظر گرفتن اثر ریزترک‌های باز و بسته برای شناخت صحیح از شکل، عمق و میزان گسترش جانبی محدوده خرابی اطراف حفریه توسعه داده شده است. از این‌رو، مدل خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوی همگن‌سازی پونت-کاستناتا و ویلز^۲ برای ریزترک‌های باز و بسته فرمول‌بندی شده است، سپس فرمول‌بندی این مدل در محیط فیش نرم افزار FLAC کدنویسی شد و مدل رفتاری ریزمکانیکی توسعه داده شده در محیط نرم‌افزار FLAC به عنوان یک مدل رفتاری جدید فراخوان شد. یکی از پارامترهای مهم در مدل خرابی ریزمکانیکی، پارامتر مقاومت لغزشی است که برای تعیین آن از آزمایش چقرمگی شکست مود II به روش CSTBD^۳ استفاده شده است. برای استفاده عملی از مدل توسعه داده شده و اعتبارسنجی آن، از آزمایش مقاومت فشاری تک محوره انجام شده بر روی سنگ آهک مارنی به عنوان مبنا استفاده شد که نتایج آن با مدل عددی تطابق قابل قبولی داشت.

۲- رفتار ریزمکانیکی سنگ تخریب شده ناشی از ریزترک‌داری

سنگ‌های شبه ترد بدون توجه به وضعیت و یا اعمال بار خارجی بر آن‌ها، با اثرات مختلفی از جمله منافذ، ریزترک‌ها و ناهنجاری‌ها (شکل ۱) تضعیف می‌شوند.

سنگ دربرگیرنده حفریات زیرزمینی اصلی‌ترین المانی است که بار ناشی از حفر سازه سنگی را تحمل می‌کند. شکل، عمق، میزان گسترش جانبی و رفتار ناحیه خرابی از عوامل موثر در نگهداری سازه سنگی است. در چنین شرایطی رفتار پس از مقاومت حداکثر سنگ در تحلیل پایداری سازه سنگی مهم است. مدل‌های رفتاری مورد استفاده در نرم‌افزارهای عددی برای تحلیل پایداری سازه‌های سنگی عمدتاً مبتنی بر تئوری پلاستیسیته‌اند. این مدل‌های رفتاری مورد استفاده در نرم‌افزارهای ژئومکانیکی در بررسی رفتار پس از مقاومت حداکثر سنگ‌ها محدودیت دارند. برای در نظر گرفتن فرآیند خرابی و اثرات آن در یک محیط پیوسته سنگی استفاده از مدل‌های مبتنی بر تئوری مکانیک خرابی ضروری است.

سنگ‌های شبه ترد بدون توجه به وضعیت و یا اعمال بار خارجی بر آن‌ها، به وسیله اثرات مختلفی از جمله منافذ، ریزترک‌ها و ناهنجاری‌ها تضعیف می‌شوند. نقش ریزترک‌ها در رفتار مکانیکی غیرخطی سنگ‌ها در تحقیقات زیادی شناخته شده است. سیمونس^۱ و همکاران (۱۹۶۷)، پاترسون^۲ (۱۹۸۷) و بیناوسکی^۳ (۱۹۶۷) اولین مطالعات آزمایشگاهی را برای بررسی اثر تنش القای ناشی از ریزترک‌داری بر رفتار بزرگ مقیاس سنگ‌ها انجام دادند. در چنین سنگ‌هایی رفتار غیر الاستیک به سازوکارهای چندگانه در مقیاس‌های مختلف چون انبساط یا تراکم ریزحفرات، ایجاد و انتشار ریزترک‌ها، عدم چسبندگی مرز ماتریکس-دانه‌ها، لغزش اصطکاکی در طول صفحات ریزترک‌ها مربوط می‌شود. تحت تنش‌های فشاری، لغزش اصطکاکی روی ریزترک‌ها و خرابی القایی به وسیله ریزترک‌ها، دو عملکرد عمده تغییر شکل‌های غیر الاستیک در ماده سنگ‌اند [۱]. همچنین با توجه به اهمیت رفتار سنگ در برابر بارهای وارد شده از جنبه مکانیک شکست، در سال‌های اخیر مطالعات زیادی در زمینه نحوه گسترش و انتشار ریزترک‌ها و ترک‌ها انجام شده است [۲].

برای شبیه‌سازی کوپل بین تغییر شکل پلاستیک و خرابی القایی، مدل خرابی پدیدارشناسانه^۴ در ابتدا در قالب اصول ترمودینامیکی برگشت‌ناپذیر توسعه داده شدند. به عنوان مثال مدل‌های دراگن و مروز^۵ [۳]، هایکاوا و موریکامی^۶ [۴]، شائو^۷ و

- 1- Simmons
- 2- Paterson
- 3- Bieniawski
- 4- phenomenological
- 5- Dragon and Mroz
- 6- Hayakawa and Murakami

7- Shao

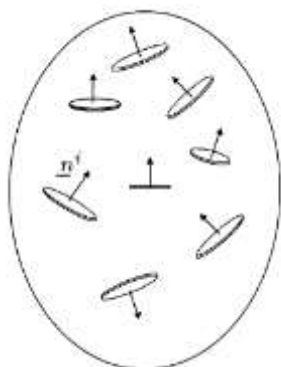
8- Zho

9- Ponte-Castenata and Willis

10- The Cracked Straight-Through Brazilian Disk

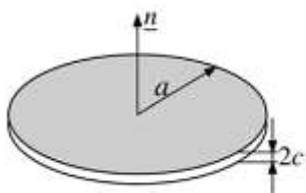
۳- اصول همگن‌سازی

در سنگ‌های حاوی ریزترک‌ها حجم اولیه معرف (REV) با ناحیه V نشان داده می‌شود و از ماتریکس جامد و توزیع تصادفی از ریزعوارض تشکیل شده است. بخش جامد به عنوان ماتریکس در نظر گرفته می‌شود و به همین دلیل تمرکز اصلی بر ارزیابی رفتارهای غیرالاستیک القایی از ریزترک‌ها است (با متغیر خرابی ارزیابی می‌شود). بنابراین REV مرتبط با ترکیب ماتریکس جامد و ریزترک‌های توزیع شده است [۹]. برای شبیه‌سازی واقعی‌تر رفتار سنگ معمولاً ریزترک‌ها به شکل بیضوی تخت^۳ در نظر گرفته می‌شود. بر همین اساس المان حجمی معرف (REV) متشکل از ماتریکس جامد با تانسور الاستیسیته^S و مجموعه‌ای از ریزترک‌ها به شکل بیضوی تخت با بردار نرمال یکه \underline{n} در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۳ توزیع تصادفی از ریزترک‌های بیضوی تخت مشاهده می‌شود [۹].



شکل ۳- المان حجمی معرف حاوی ریزترک‌ها [۹].

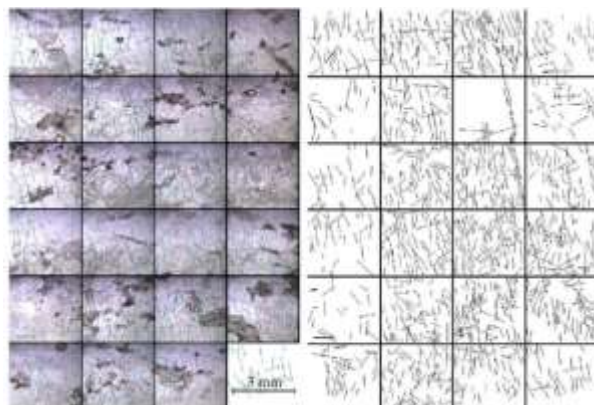
مطابق شکل ۴ هر ریزترک به شکل بیضوی تخت با شعاع متوسط a ، نصف بازشدگی c و نسبت طول به بازشدگی برابر با $\epsilon = \frac{c}{a}$ است. نسبت حجمی (ϕ) مجموعه ریزترک‌ها در المان حجمی معرف از رابطه ۱ محاسبه می‌شود.



شکل ۴- هندسه ریزترک بیضوی تخت [۹].

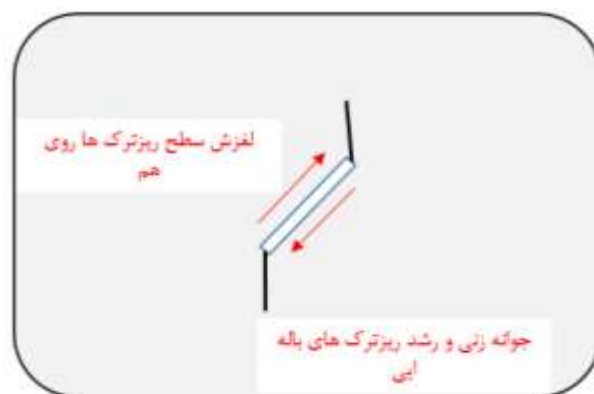
$$\phi = \frac{4}{3} \pi a^2 c N = \frac{4}{3} \pi \epsilon d., d = N a^3 \quad (1)$$

که در آن:



شکل ۱- نقشه ریزترک‌ها در سنگ گرانیت [۱].

رفتار مکانیکی مواد سنگی شبه ترد غیرخطی است. تحت فشار تک محوره، مواد شبه ترد بعد از مقاومت حداکثر رفتار نرم شوندگی دارند و شکست آن‌ها ناشی از تجمع ریزترک‌ها است. چنانچه در شکل ۲ نشان داده شده است ساز و کار خرابی ناشی از کرنش پلاستیک به علت لغزش ریزترک‌ها روی هم و جوانه‌زنی و رشد ریزترک‌های باله‌ای است.



شکل ۲- نمایش شماتیک گسترش خرابی در سنگ ترد.

رویکردهای چندگانه‌ای برای بیان ریاضی رفتار مواد بر اساس اطلاعات ریزساختاری (هندسه، تعداد، سایز و توزیع فضایی ریزترک‌ها به عنوان مثال هنگام بارگذاری) و ویژگی‌های ذاتی (الاستیسیته، خرابی، اصطکاک، نفوذپذیری) انجام شده است. اکثر مطالعات بر اساس حل اشلیبی^۱ (۱۹۵۷) که از حل مساله معادلات انکلوژن‌ها در یک ماتریکس بی‌نهایت به دست آمده بنا نهاده شده‌اند. برای مسایل ریزترک‌داری، الگوهای توزیع رقیق، موری- تاناکال^۲، پونت- کاستناتا و ویلز و الگوی خودپایدار ارایه شده است.

1- Eshelby
2- Mori-Tanaka

3- penny shape

تانسور تاثیر روش رقیق کاهش پیدا می‌کند. تانسور هیل با رابطه $\mathbb{S}_\epsilon = \mathbb{P}_\epsilon : \mathbb{C}^s$ به تانسور Eshelby مرتبط می‌شود. تانسور صلیبیت را به حالت عمومی طبق رابطه ۶ نوشت:

$$\mathbb{C}_{PWC}^{hom} = \mathbb{C}^s - [\mathbb{I} + \mathbb{C}^d : \mathbb{P}_d]^{-1} : \mathbb{C}^d \quad (6)$$

$$\mathbb{C}^d = \varphi(\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : [\mathbb{I} - \mathbb{S}_\epsilon : (\mathbb{I} - \mathbb{S} : \mathbb{C}^c)]^{-1}$$

با تعریف $\mathbb{S}_d = \mathbb{P}_d : \mathbb{C}^c$ و جایگذاری رابطه ۱ در تانسور \mathbb{C}^d می‌توان آن را به صورت رابطه ۷ نوشت:

$$\mathbb{C}^d = \varphi \mathbb{T} \quad (7)$$

$$\mathbb{T} = \frac{4}{3} \pi \epsilon (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : [\mathbb{I} - \mathbb{S}_\epsilon : (\mathbb{I} - \mathbb{S} : \mathbb{C}^c)]^{-1}$$

برای $(\epsilon \ll 1)$ در ریزترک‌های بیضوی تخت، بر اساس حل Walpole algebra تانسور \mathbb{T} مقادیری ثابت خواهد داشت، برای ریزترک‌های باز تانسور \mathbb{T} برابر با رابطه ۸ است:

$$\mathbb{T} = \frac{4}{3} \pi \mathbb{C}^s \left(\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\mathbb{I} - \mathbb{S}_\epsilon)^{-1} \right) \quad (8)$$

و برای ریزترک‌های بسته تانسور \mathbb{T} به شکل رابطه ۹ بیان می‌شود.

$$\mathbb{T} = \frac{4}{3} \pi (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s) : \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon [\mathbb{I} - \mathbb{S}_\epsilon : (\mathbb{I} - \mathbb{S} : \mathbb{C}^c)]^{-1} \quad (9)$$

تحت شرایط خرابی ایزوتروپیک، تانسور صلیبیت همگن شده برای ماده ترک خورده به صورت $\mathbb{C}^{hom} = 3K^{hom} \mathbb{I} + 2\mu^{hom} \mathbb{K}$ بیان می‌شود. برای در نظر گرفتن اثر یک‌جانبه برای ریزترک‌های بسته و تمایز قایل شدن بین مدول‌ها در حالت ریزترک‌های باز و بسته، مدول‌های $K^{hom.o}$ ، $\mu^{hom.o}$ برای حالت ریزترک باز و $K^{hom.c}$ ، $\mu^{hom.c}$ برای حالت ریزترک بسته طبق رابطه ۱۰ بیان می‌شود [۹].

$$k^{hom.o} = k^s \left(1 - \frac{Q_1 d}{1 + Q_1 \alpha_1 d} \right), \quad \mu^{hom.o} = \mu^s \left(1 - \frac{Q_2 d}{1 + Q_2 \alpha_2 d} \right) \quad (10)$$

$$k^{hom.c} = k^s, \quad \mu^{hom.c} = \mu^s \left(1 - \frac{Q_2 d}{1 + Q_2 \alpha_2 d} \right)$$

که Q_1 و Q_2 به صورت رابطه ۱۱ محاسبه می‌شوند [۹]:

$$Q_1 = \frac{16}{9} \left(\frac{1 - \nu^2}{1 - 2\nu} \right) \quad (11)$$

$$Q_2 = \frac{32}{45} \left(\frac{(1 - \nu)(5 - \nu)}{2 - \nu} \right)$$

N چگالی ریزترک‌ها (تعداد ریزترک‌ها در واحد حجم) برای خانواده ریزترک‌ها در نظر گرفته شده. $d = Na^3$ پارامتر خرابی [۹].

ساده‌ترین روش همگن‌سازی، روش رقیق است. این روش به طور مستقیم از راه‌حل اساسی مساله اینکلوژن - ماتریکس که توسط اشلبای پیشنهاد شده، استفاده می‌کند. متأسفانه این روش اجازه اندرکنش بین ریزترک‌ها را که یک موضوع مهم برای تمرکز ریزترک‌ها با نسبت حجمی متوسط تا بالا است را نمی‌دهد. روش استاندارد که به طور معمول برای اندرکنش فضاهای حفری شکل در مواد کامپوزیتی استفاده می‌شود، روش موری و تاناکا^۱ (۱۹۷۳) است. مهمترین نکته در رابطه با روش (MT) آن است که این روش فقط شکل فضای حفری را در نظر نمی‌گیرد. در نتیجه به طور مناسب اندرکنش ریزترک‌ها را پیش‌بینی نمی‌کند. برای غلبه بر این محدودیت پونت - کاستاندا و ویلز^۲ (۱۹۹۵) روش جدیدی توسعه داده که در آن شکل فضاهای حفری و توزیع فضایی آن‌ها به طور جداگانه با دو تانسور نوع هیل^۳ توصیف می‌شود (\mathbb{P}_ϵ مرتبط با شکل و \mathbb{P}_d متناظر با توزیع فضایی). برای اینکلوژن بیضوی \mathbb{P}_d برابر با روابط ۲ تا ۴ است:

$$\mathbb{P}_d = \frac{\alpha_1}{3k^s} \mathbb{I} + \frac{\alpha_2}{2\mu^s} \mathbb{K} \quad (2)$$

$$\alpha_1 = \frac{3k^s}{3k^s + 4\mu^s} \quad (3)$$

$$\alpha_2 = \frac{6(k^s + 2\mu^s)}{5(3k^s + 4\mu^s)} \quad (4)$$

که در این روابط: k^s مدول حجمی؛ μ^s مدول برشی الاستیک؛

تانسور تاثیر در الگوی همگن‌سازی PCW با استفاده از رابطه ۵ محاسبه می‌شود:

$$\mathbb{A}^c = [\mathbb{I} + \mathbb{P}_\epsilon : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} : \{ \mathbb{I} + \varphi^c [\mathbb{I} + (\mathbb{P}_\epsilon - \mathbb{P}_d) : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)] [\mathbb{I} + \mathbb{P}_\epsilon : (\mathbb{C}^c - \mathbb{C}^s)]^{-1} \}^{-1} \quad (5)$$

در شرایطی که $\mathbb{P}_\epsilon = \mathbb{P}_d$ رابطه ۵ به تانسور تاثیر روش همگن‌سازی (MT) کاهش پیدا می‌کند. در شرایطی که $\mathbb{P}_d = 0$ باشد، آنگاه بدون در نظر گرفتن توزیع فضایی رابطه ۵ به

1- Mori and Tanaka
2- Hill- type tensors

تخت باز در الگوی توزیع PCW روابط ۱۶ و ۱۷ به صورت زیر است:

$$\frac{\partial K^{hom}}{\partial d} = \frac{-k^s Q_1}{(1 + d\alpha_1 Q_1)^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mu^{hom}}{\partial d} = \frac{-\mu^s Q_2}{(1 + d\alpha_2 Q_2)^2} \quad (17)$$

با جایگذاری روابط ۱۶ و ۱۷ در رابطه ۱۵، نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی در الگوی توزیع PCW برای ریزترک باز برابر با رابطه ۱۸ است:

$$(18)$$

$$Y = \frac{1}{2} \frac{k^s Q_1}{(1 + d\alpha_1 Q_1)^2} (tr \underline{E})^2 + \frac{\mu^s Q_2}{(1 + d\alpha_2 Q_2)^2} \underline{E}': \underline{E}'$$

۳-۴ تابع تسلیم و قانون بروز خرابی برای ریزترک باز بر اساس الگوی همگن سازی PCW

تابع تسلیم خرابی، وضعیت مرزی توسعه خرابی در سنگ را نشان می دهد. تابع تسلیم خرابی بر اساس نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی و متغیر خرابی به صورت رابطه ۱۹ تعریف می شود:

$$f(Y, d) = Y - R(d) = 0, f(Y, d) < 0 \quad (19)$$

روابط مختلف برای محاسبه $R(d)$ در جدول ۱ ارایه شده است.

جدول ۱- انواع تابع مقاومت خرابی [۱۱].

نوع تابع مقاومت	R(d)	f(Y, d)
ثابت	C	Y - C
چند جمله ای افزایشی	C * (1 + d)	Y - C * (1 + d)
نمایی افزایشی	C * exp (d)	Y - C * exp (d)
کاهشی	C / (1 + d)	Y - C / (1 + d)

قانون بروز نرمال خرابی از رابطه ۲۰ مشخص می شود:

$$\dot{d} = \lambda \frac{\partial f}{\partial Y} \quad (20)$$

در رابطه بالا، λ ضریب خرابی از رابطه ۲۱ تعیین می شود:

$$\lambda = \frac{1}{H^d} \frac{\partial Y}{\partial \underline{E}'}: \underline{\dot{E}} \quad (21)$$

در رابطه ۲۱، H^d مدول سخت شوندگی خرابی است که از رابطه ۲۲ تعیین می شود:

$$H^d = - \left(\frac{\partial f}{\partial d} \right) \quad (22)$$

۴- فرمول بندی ماده الاستو- خرابی برای وضعیت ریزترک های باز (تحت شرایط تنش کششی)

برای یک مجموعه از ریزترک ها با بردار نرمال \underline{n} معمولاً از مولفه نرمال تنش محلی موضعی ($\underline{n} \otimes \underline{n}$) $\sigma_n = \underline{\sigma}:$ به عنوان شاخصی از وضعیت باز و بسته شدن ریزترک ها استفاده می شود. با فرض شرایط همسانگرد، شرایط وضعیت باز ریزترک ها ناشی از تنش های کششی برای الگوی همگن سازی PCW بررسی می شود.

۴-۱ فرمول بندی مدل خرابی ریزمکانیکی تحت شرایط تنش کششی بر اساس الگوی همگن سازی PCW

با فرض اینکه مدل تحت تنش های کششی قرار دارد مدول خرابی ریزمکانیکی بر اساس روند زیر فرمول بندی می شود. تابع انرژی آزاد کرنشی متناظر با تانسور صلبیت همگن شده \mathbb{C}^{hom} که با $W(\underline{E}, d)$ نشان داده می شود برابر با رابطه ۱۲ است:

$$W(\underline{E}, d) = \frac{1}{2} \underline{E}': \mathbb{C}^{hom}: \underline{E} \quad (12)$$

$$= \frac{1}{2} K^{hom} (tr \underline{E})^2 + \mu^{hom} (\underline{E}': \underline{E}')$$

که در آن:

\underline{E} تانسور کرنش اعمالی بر المان حجمی معرف.

\underline{E}' تانسور انحرافی کرنش بر المان حجمی که از رابطه ۱۳ محاسبه می شود:

$$\underline{E}' = \mathbb{K}: \underline{E} \quad (13)$$

روابط تنش- کرنش المان حجمی معرف با مشتق گیری از تابع انرژی آزاد کرنشی در رابطه ۱۲ نسبت به تانسور کرنش از رابطه ۱۴ محاسبه می شود [۱۱]:

$$\underline{\Sigma} = \frac{\partial W(\underline{E}, d)}{\partial \underline{E}} = \mathbb{C}^{hom}: \underline{E} \quad (14)$$

۴-۲ نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی تحت شرایط تنش کششی بر اساس الگوی همگن سازی PCW

نیروی ترمودینامیکی متناظر با متغیر خرابی بر اساس رابطه ۱۲ به شکل رابطه ۱۵ تعیین می شود:

$$Y = - \frac{\partial W(\underline{E}, d)}{\partial d} \quad (15)$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{\partial K^{hom}}{\partial d} (tr \underline{E})^2 - \frac{\partial \mu^{hom}}{\partial d} \underline{E}': \underline{E}'$$

بر اساس رابطه ۱۰، برای سنگ حاوی ریزترک های بیضوی

۱۰، رابطه ۲۷ به شرح زیر است:

$$\underline{\underline{E}}^c = \left[\frac{Q_1 d}{1 + Q_1 \alpha_1 d} \mathbb{J} + \frac{Q_2 d}{1 + Q_2 \alpha_2 d} \mathbb{K} \right] : \underline{\underline{E}} \quad (27)$$

تانسور \mathbb{C}^{pl} از رابطه ۲۸ محاسبه می‌شود:

$$\mathbb{C}^{pl} = \frac{3k^s(1 + (\alpha_1 - 1)Q_1 d)}{Q_1 d} \mathbb{J} + \frac{2\mu^s(1 + (\alpha_2 - 1)Q_2 d)}{Q_2 d} \mathbb{K} \quad (28)$$

با فرض تانسور \mathbb{C}^{pl} به صورت $\mathbb{C}^{pl} = 3k^{pl} \mathbb{J} + 2\mu^{pl} \mathbb{K}$ رابطه ۲۹ ارایه می‌شود [۱۲]:

$$k^{pl} = \frac{1 + (\alpha_1 - 1)Q_1 d}{Q_1 d} k^s \quad (29)$$

$$\mu^{pl} = \frac{1 + (\alpha_2 - 1)Q_2 d}{Q_2 d} \mu^s$$

۵-۱- معیار اصطکاکی و قانون بروز برای ریزترک‌های بسته بر مبنای الگوی همگن‌سازی PCW

نیروی ترمودینامیکی متناظر با کرنش پلاستیک ناشی از اصطکاک سطح ریزترک‌های بسته برابر با رابطه ۳۰ است:

$$F = - \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{E}}^c} = \underline{\underline{\Sigma}} - \mathbb{C}^{pl} : \underline{\underline{E}}^c = \underline{\underline{\sigma}}^c \quad (30)$$

بر اساس تئوری کلاسیک پلاستیسیته، نیروی ترمودینامیکی متناظر با کرنش پلاستیک نقش نیروی عامل لغزش اصطکاکی را در سطح ریزترک‌ها ایفا می‌کند. بنابراین، با توجه به برابری نیروی ترمودینامیکی متناظر با کرنش پلاستیک (F) و تانسور تنش موضعی ($\underline{\underline{\sigma}}^c$)، معیار تسلیم باید تابعی از تغییرناپذیرهای $\underline{\underline{\sigma}}^c$ باشد. بدین منظور با اعمال تانسورهای مرتبه چهارم (\mathbb{J}) و (\mathbb{K}) بر تانسور تنش موضعی ($\underline{\underline{\sigma}}^c$)، بخش‌های میانگین (p^c) و انحرافی ($\underline{\underline{S}}^c$) آن به صورت رابطه ۳۱ تعیین می‌شود:

$$\underline{\underline{\sigma}}^c = \mathbb{J} : \underline{\underline{\sigma}}^c + \mathbb{K} : \underline{\underline{\sigma}}^c = \frac{1}{3} (\underline{\underline{\delta}} : \underline{\underline{\sigma}}^c) \underline{\underline{\delta}} + \mathbb{K} : \underline{\underline{\sigma}}^c \quad (31)$$

تانسور تنش موضعی طبق رابطه ۳۲ و ۳۳ است:

$$p^c = \frac{1}{3} (\underline{\underline{\delta}} : \underline{\underline{\sigma}}^c) = \frac{\Sigma_{kk}}{3} - k^{pl} \beta \quad (32)$$

$$\underline{\underline{S}}^c = \mathbb{K} : \underline{\underline{\sigma}}^c = \underline{\underline{S}} - 2\mu^{pl} \underline{\underline{\Gamma}} \quad (33)$$

که در آن $\underline{\underline{S}}$ جزو انحرافی تانسور تنش ماکروسکوپی ($\underline{\underline{\Sigma}}$) است.

معیار تسلیم اصطکاکی آستانه لغزش بر سطح ریزترک‌ها را مشخص می‌کند. معیار تسلیم لغزش اصطکاکی از نوع کولمب در سطح ریزترک‌ها از نرم تانسور تنش انحرافی ($\|\underline{\underline{S}}^c\|$)

در الگوی توزیع PCW، مدول سخت‌شوندگی خرابی با استفاده از تابع مقاومت خرابی چند جمله‌ای افزایشی مطابق جدول ۱، برابر با رابطه ۲۳ است:

$$H^d = \frac{k^s \alpha_1 Q_1^2}{(1 + d\alpha_1 Q_1)^3} (tr \underline{\underline{E}})^2 + \frac{2\mu^s \alpha_2 Q_2^2}{(1 + d\alpha_2 Q_2)^3} \underline{\underline{E}}' : \underline{\underline{E}}' + c \quad (23)$$

در اینصورت λ برای ریزترک‌های باز در الگوی توزیع PCW بر اساس مدول‌های سخت‌شوندگی محاسبه شده از روابط ۲۱ تا ۲۳ برابر با رابطه ۲۴ است:

$$\lambda = \frac{k^s Q_1}{(1 + dQ_1)^2} (tr \underline{\underline{E}})^2 + \frac{2\mu^s Q_2}{(1 + dQ_2)^2} \underline{\underline{E}}' : \underline{\underline{E}}' \quad (24)$$

۵- فرمول‌بندی مدل ممزوج خرابی - اصطکاکی برای ریزترک‌های بسته (تحت شرایط تنش فشاری)

در این بخش مدل خرابی ریزمکانیکی با در نظر گرفتن وضعیت ریزترک‌های بسته بر اساس الگوی همگن‌سازی PCW فرمول‌بندی می‌شود. المان حجمی معرف سنگ متشکل از ماتریکس جامد با تانسور الاستیسیته \mathbb{C}^s و یک مجموعه ریزترک‌های موازی با سطح S و بردار یکه نرمال \underline{n} فرض می‌شود.

تابع انرژی آزاد کل المان حجمی معرف (W) برابر با رابطه ۲۵ است:

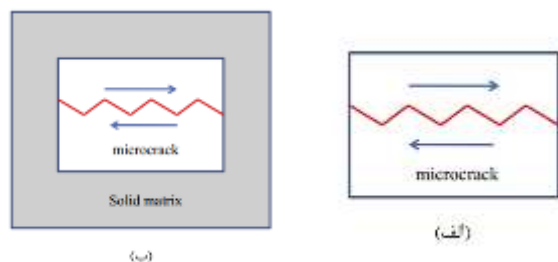
$$W = \frac{1}{2} (\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{E}}^c) : \mathbb{C}^s : (\underline{\underline{E}} - \underline{\underline{E}}^c) + \frac{1}{2} \underline{\underline{E}}^c : \mathbb{C}^{pl} : \underline{\underline{E}}^c \quad (25)$$

عبارت اول در رابطه بالا نشانگر انرژی کرنشی الاستیک در بخش ماتریکس و عبارت دوم انرژی ذخیره شده به دلیل ناپیوستگی میدان جابجایی‌ها در سطوح ریزترک اصطکاکی بسته است. ($\underline{\underline{E}}^c$) تانسور کرنش ماکروسکوپی بازگشت‌ناپذیر است که به صورت مجموع دو بخش حجمی (β) و انحرافی ($\underline{\underline{\Gamma}}$) نوشته شود.

برای محاسبه انرژی ذخیره شده به دلیل ناپیوستگی میدان جابجایی‌ها در سطوح ریزترک اصطکاکی بسته، تعیین تانسور مرتبه چهارم \mathbb{C}^{pl} ضروری است. تانسور کرنش ماکروسکوپی بازگشت‌ناپذیر ($\underline{\underline{E}}^c$) به طبق رابطه ۲۶ به تانسور کرنش ماکروسکوپی کل ($\underline{\underline{E}}$) اعمالی مربوط می‌شود:

$$\underline{\underline{E}}^c = \mathbb{S}^s : (\mathbb{C}^s - \mathbb{C}^{hom}) : \underline{\underline{E}} \quad (26)$$

با جایگذاری $\mathbb{C}^s = 3k^s \mathbb{J} + 2\mu^s \mathbb{K}$ و $\mathbb{C}^{hom} = 3k^{hom} \mathbb{J} + 2\mu^{hom} \mathbb{K}$ در رابطه بالا و جایگذاری k^{hom} و μ^{hom} از رابطه



شکل ۵- مقایسه بین ریزترک در شرایط میدان الف- آزاد ب- محدود شده [۸].

برای در نظر گرفتن اثر مقاومتی ماتریکس رابطه ۳۵ در سال ۲۰۱۵ توسط ملاداودی طبق رابطه ۳۹ اصلاح شد:

$$g(S^c, p^c) = \|\underline{\underline{S}}^c\| + c_f p^c - C \quad (39)$$

که در آن C مقاومت ماتریکس جامد سنگ در برابر لغزش سطح ریزترک است.

برای تفسیر فیزیکی پارامتر مقاومت لغزشی ذاتی ماتریکس از رویکرد مکانیک شکستی کمک گرفته شده است. بر اساس تئوری مکانیک شکست خطی، معیار انتشار ریزترکها تحت مد II برشی خالص به صورت رابطه ۴۰ است [۱۳].

$$\sigma_s \sqrt{\pi a} = K_{IIa} \quad (40)$$

که در آن:

a شعاع اولیه ریزترک؛

σ_s تنش برشی؛

K_{IIa} چقرمگی شکست تحت مد II خالص؛

بر اساس معیار لغزش محلی $g = \|\underline{\underline{S}}^c\| + c_f p^c - C < 0$ می توان گفت که بیانی مناسب از مقاومت ذاتی ماتریکس در برابر لغزش سطح ریزترکها (C) تعیین شده است.

با جایگذاری $(\|\underline{\underline{S}}^c\| + c_f p^c)$ به جای σ_s در رابطه ۴۰ و تقسیم طرفین معادله بر $\sqrt{\pi a}$ معیار لغزشی به صورت رابطه ۴۱ است [۱۲].

$$g(S^c, p^c) = \|\underline{\underline{S}}^c\| + c_f p^c - \frac{K_{IIa}}{\sqrt{\pi a}} \quad (41)$$

۳-۵- معیار خرابی (تابع تسلیم خرابی) برای ریزترکهای بسته بر مبنای الگوی همگن سازی PCW

نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی (F^d) با مشتق گیری از تابع انرژی آزاد ماکروسکوپی در رابطه ۲۵ نسبت به متغیر خرابی محاسبه می شود، در این صورت رابطه ۴۲ به صورت زیر است:

استفاده می کند.

$$\|S^c\| = \sqrt{\underline{\underline{S}}^c : \underline{\underline{S}}^c} \quad (34)$$

معیار تسلیم لغزش اصطکاکی کولمب تابعی خطی از نرم تانسور تنش انحرافی $(\|S^c\|)$ و میانگین تانسور تنش (p^c) به شکل رابطه ۳۵ است:

$$g(S^c, p^c) = \|\underline{\underline{S}}^c\| + c_f p^c \quad (35)$$

$$= \|\underline{\underline{S}} - 2\mu^{pl} \underline{\underline{\Gamma}}\| + c_f \left(\frac{\Sigma_{kk}}{3} - k^{pl} \beta \right)$$

که در آن c_f ضریب اصطکاک سطح ریزترکها را مشخص می کند.

تابع تسلیم لغزش اصطکاکی کولمب بر اساس تانسور کرنش طبق رابطه ۳۶ است:

$$g(\underline{\underline{E}}, \beta, \underline{\underline{\Gamma}}) = 2\mu^s \left\| \underline{\underline{E}}' - \frac{1 + Q_2 \alpha_2 d}{Q_2 d} \underline{\underline{\Gamma}} \right\| + c_f k^s \left(tr \underline{\underline{E}} - \frac{1 + Q_1 \alpha_1 d}{Q_1 d} \beta \right) \quad (36)$$

قانون بروز تانسور کرنش پلاستیک $(\underline{\underline{E}}^c)$ از رابطه ۳۷ تعیین می شود:

$$\underline{\underline{E}}^c = \lambda^f \frac{\partial g(\underline{\underline{S}}^c, p^c)}{\partial \sigma^c} \quad (37)$$

$$= \lambda^p \left(\frac{\underline{\underline{S}}^c}{\|\underline{\underline{S}}^c\|} + \frac{1}{3} c_f \underline{\underline{\delta}} \right) = \lambda^p \left(\underline{\underline{V}} + \frac{1}{3} c_f \underline{\underline{\delta}} \right)$$

قوانین بروز برای مولفه های انحرافی و حجمی تانسور کرنش پلاستیک به ترتیب با روابط ۳۸ محاسبه می شوند [۸]:

$$(\underline{\underline{\beta}} = c_f \lambda^p) \text{ و } (\underline{\underline{\Gamma}} = \lambda^p \underline{\underline{V}}) \quad (38)$$

۲-۵- معیار لغزشی اصطکاکی اصلاح شده برای ریزترکهای بسته

در معیار لغزشی ارایه شده توسط ژئو و همکاران (رابطه ۳۵)، اصطکاک ریزترکها به عنوان تنها عامل مقاومتی در برابر لغزش سطح ریزترکها در نظر گرفته شده است. این معیار لغزشی برای نابه جایی های آزاد که هیچ گونه ماتریکسی اطراف ریزترک نباشد، پیشنهاد شده است. در واقعیت ریزترکها در ماتریکس جامد سنگ پخش شده اند و هر ریزترک با ماتریکس جامد اطراف آن محدود شده است، در نتیجه معیار لغزشی ریزترک باید اثر مقاومتی ماتریکس را نیز در نظر بگیرد. در شکل ۵ ریزترک در میدان آزاد و محدود شده نشان داده شده است.

$$H^{fd} = \frac{\left[\frac{\partial g}{\partial d} \left(\frac{\partial f}{\partial \beta} c_f + \frac{\partial f}{\partial \Gamma} : \underline{V} \right) - \frac{\partial f}{\partial d} \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} c_f + \frac{\partial g}{\partial \Gamma} : \underline{V} \right) \right]}{\frac{\partial f}{\partial d}}$$

۶- الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی

الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی در قالب الگوی همگن PCW با در نظر گرفتن ریزترک‌های باز و بسته به شرح زیر پیشنهاد شده است.

مرحله ۱: تعیین پارامترهای اولیه $(\alpha_1, \alpha_2, Q_1, Q_2)$

مرحله ۲: تانسور تنش آزمایشی به صورت رابطه ۴۷ محاسبه می‌شود:

$$\underline{\Sigma}^{(i+1)} = \underline{\Sigma}^{(i)} + \mathbb{C}^e : \underline{\dot{E}} \quad (47)$$

مرحله ۳: مجموع مقادیر تنش‌های نرمال (تغییرناپذیر تانسور تنش) با استفاده از تانسور آزمایشی مرحله قبل محاسبه می‌شود.

$$\Sigma_{mm} = \Sigma_{11} + \Sigma_{22} + \Sigma_{33} \quad (48)$$

مرحله ۴: اگر $\Sigma_{MM} < 0$ ماده تحت میدان تنش فشاری قرار دارد و رفتار خرابی سنگ ناشی از لغزش اصطکاکی ریزترک‌های بسته و در نتیجه خرابی ناشی از ریزترک‌های بالدار است. بدین منظور روابط مدل خرابی ریزمکانیکی به شرح زیر محاسبه می‌شوند.

مرحله ۴-۱: محاسبه μ^p, k^p

مرحله ۴-۲: معیار لغزشی از رابطه (۳۹) محاسبه می‌شود. اگر معیار لغزشی نیز مثبت شد ($g > 0$)، لغزش روی سطح ریزترک‌ها آغاز می‌شود. با فرض بروز تنها لغزش ریزترک‌ها λ^p محاسبه می‌شود.

مرحله ۴-۳: معیار خرابی (F) از رابطه ۴۳ محاسبه می‌شود. اگر معیار خرابی نیز مثبت شد ($g > 0, f > 0$) در ماده خرابی نیز به وجود آمده و λ^d و λ^p محاسبه می‌شوند.

مرحله ۴-۴: در نهایت تانسور تنش به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\underline{\Sigma}^{(i+1)} = \underline{\Sigma}^{(i)} - \mathbb{C}^e : \underline{\dot{E}}^p \quad (49)$$

$$\underline{E}^p(i+1) = \underline{E}^p(i) + \underline{\dot{E}}^p$$

مرحله ۵: اگر $\Sigma_{MM} > 0$ ماده تحت تنش کششی قرار دارد و رفتار خرابی ناشی از رفتار ریزترک‌های باز است. بدین منظور روابط مدل خرابی ریزمکانیکی به شرح زیر محاسبه می‌شوند.

$$F^d = -\frac{\partial W}{\partial d} = -\frac{1}{2} \underline{E}^c : \frac{\partial \mathbb{C}^p}{\partial d} : \underline{E}^c \quad (42)$$

توسعه خرابی نیز به دلیل لغزش اصطکاکی بر سطح ریزترک‌ها با افزایش مقدار متغیرهای β و Γ رخ می‌دهد. تابع تسلیم خرابی نیز وضعیت مرزی توسعه خرابی و آستانه خرابی در سنگ را نشان می‌دهد. معیار خرابی بر اساس آهنگ رهاسازی انرژی کرنشی (نیروی ترمودینامیکی متناظر با خرابی)، کرنش پلاستیک ناشی از اصطکاک لغزشی و متغیر خرابی به صورت رابطه ۴۳ تعریف می‌شود:

$$f(F^d, d) = F^d - \frac{1}{c_1} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{d - d_0}{d_c - d_0}\right) = 0 \quad (43)$$

که در آن d_0 و d_c مقدار اولیه و نهایی متغیر خرابی را نشان می‌دهد.

عبارت $\frac{1}{c_1} \tan\left(\frac{\pi}{2} \frac{d - d_0}{d_c - d_0}\right)$ بیانگر اثر سخت‌شوندگی خرابی است که با پارامتر c_1 کنترل می‌شود [۱۴].

۵-۴- اندرکنش خرابی و لغزش اصطکاکی برای ریزترک‌های بسته بر مبنای الگوی همگن‌سازی PCW

چنانچه توسعه خرابی و لغزش اصطکاکی به طور همزمان در سنگ رخ دهد، دو سازوکار اتلاف انرژی بر یکدیگر تاثیر می‌گذارند. لذا اثر این دو ساز و کار بر یکدیگر با حل سیستم معادلات شرایط سازگاری برای خرابی ($\dot{f} = 0$) و لغزش اصطکاکی ($\dot{g} = 0$) تعیین می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{f} = \frac{\partial f}{\partial d} \dot{d} + \frac{\partial f}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial f}{\partial \Gamma} : \dot{\underline{\Gamma}} = 0 \\ \dot{g} = \frac{\partial g}{\partial d} \dot{d} + \frac{\partial g}{\partial \beta} \dot{\beta} + \frac{\partial g}{\partial \Gamma} : \dot{\underline{\Gamma}} + \frac{\partial g}{\partial \underline{E}} : \dot{\underline{E}} = 0 \end{cases} \quad (44)$$

با جایگذاری روابط $\beta = c_f \lambda^p, \underline{\Gamma} = \lambda^p \underline{V}$ و با فرض قانون بروز نرمال خرابی $\dot{d} = \lambda^d \frac{\partial f}{\partial d}$ در سیستم معادلات فوق، رابطه ۴۵ به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \lambda^p = \frac{1}{H^{fd}} \frac{\partial g}{\partial \underline{E}} : \dot{\underline{E}} \\ \lambda^d = -\frac{c_f \frac{\partial f}{\partial \beta} + \frac{\partial f}{\partial \Gamma} : \underline{V}}{\frac{\partial f}{\partial d} H^{fd}} \frac{\partial g}{\partial \underline{E}} : \dot{\underline{E}} \end{cases} \quad (45)$$

در سیستم معادلات بالا H^{fd} از رابطه ۴۶ محاسبه می‌شود:

$$(46)$$

مرحله ۵-۱: مدول برشی و حجمی همگن سازی شده (K^{hom}, G^{hom}) بر اساس الگوی همگن سازی PCW برای ریزترک های باز از رابطه ۱۰ محاسبه می شود.

مرحله ۵-۲: تنش در حلقه lam از رابطه ۵۰ تعیین می گردد.

$$\underline{\underline{\Sigma}}^{(i+1)} = \underline{\underline{\Sigma}}^{(i)} + \mathbb{C}^{hom} : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad (50)$$

مرحله ۵-۳: اگر معیار خرابی از رابطه ۱۹ مثبت باشد $(F > 0)$ ، در ماده خرابی بروز پیدا کرده است و آهنگ خرابی \dot{d} تعیین می شود.

مرحله ۵-۴: در نهایت تانسور تنش ها طبق روابط زیر تصحیح می شوند.

$$\underline{\underline{\Sigma}}^{(i+1)} = \underline{\underline{\Sigma}}^{(i)} + \mathbb{C}^{hom} \dot{d} : \underline{\underline{\dot{E}}}^p \quad (51)$$

۷- کدنویسی مدل توسعه یافته خرابی ریزمکانیکی در محیط FISH نرم افزار FLAC

جدول ۲- نتایج آزمایش مقاومت فشاری تک محوره [۱۵].

مدول یانگ (GPa)	مقاومت فشاری (MPa)		نوع کمیت	جنس نمونه	تعداد
	خشک	اشباع			
۵/۵	۱۲/۳۴	۲۳/۲۶	۴۳/۷	میانگین	پابده
۴/۱	۴/۸	۷/۵	۲۳/۹	حداقل	
۸/۷	۱۸/۵	۳۴/۸	۷۱/۷	حداکثر	
۴	۸	۱۱	۱۳	تعداد	

۹- مطالعات آزمایشگاهی، شبیه سازی و اعتبارسنجی در مقیاس آزمایشگاهی

برای شبیه سازی مسایل مهندسی سنگ با روش عددی، مدل پلاستیک- خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده برای سنگ شکننده در محیط فیش نرم افزار FLAC کدنویسی شد. در این بخش برای اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده از نتایج آزمایشگاهی به عنوان مبنا استفاده شده است. بدین منظور با برداشت نمونه های مورد نیاز از جعبه گمانه های تونل انتقال آب زاگرس و انتقال آن به آزمایشگاه دانشگاه امیرکبیر، آزمایش های معتبر برای اعتبارسنجی مدل و نیز به دست آوردن پارامترهای ورودی مدل انجام شده است. آماده سازی و نحوه انجام آزمایش ها بر اساس استاندارد ISRM انجام شده است.

۹-۱- آزمایش مقاومت فشاری تک محوره

برای صحت سنجی مدل توسعه داده شده، منحنی تنش- کرنش به دست آمده از آزمایش مقاومت فشاری تک محوره نمونه سنگ آهک مارنی به عنوان مبنا در نظر گرفته شده است. آزمایش مقاومت فشاری تک محوره برای ثبت کامل منحنی تنش- کرنش سنگ (قبل و بعد از شکست)، از دستگاه صلب و خود کنترل استفاده شده است. برای انجام این آزمایش از دستگاه آزمایش سه محوره حقیقی ساخته شده توسط پژوهشگران دانشگاه امیرکبیر استفاده شده است. مشخصات نمونه TB8-1 در جدول ۳ ارایه شده است. این نمونه سنگی از عمق حدود ۵۰ متری گمانه TB8 مغزه گیری شده است.

جدول ۳- ویژگی های فیزیکی نمونه TB8-1.

نمونه	نوع سنگ	خواص هندسی
-------	---------	------------

با وجود استفاده فراوان از روش های عددی در زمینه های ژئومکانیکی، از مدل های خرابی ریزمکانیکی استفاده چندانی نشده است. از سوی دیگر امروزه در زمینه ژئومکانیک از نرم افزارهای معتبر، کارآمد و با قابلیت های متعدد استفاده می شود. در این کار تحقیقاتی، از نرم افزار FLAC محصول شرکت Itasca به عنوان نرم افزار معتبر و پرکاربرد در زمینه ژئومکانیک استفاده شده است. FLAC یک برنامه تفاضل محدود است که به دو صورت دوبعدی و سه بعدی برای محاسبات مهندسی مورد استفاده قرار می گیرد. برنامه FLAC همچنین دارای یک زبان برنامه نویسی قوی به نام FISH است که مخفف عبارت FLACish است. با استفاده از زبان برنامه نویسی FISH کاربر قادر است تا توابع مورد نظر خود را در نرم افزار مدل نماید و همچنین می تواند مدل های رفتاری جدید را در برنامه اعمال کند [۱۴].

۸- معرفی پروژه و انتخاب مقطع مورد بررسی با مدل خرابی ریزمکانیکی

مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده برای سنگ های شکننده تا نیمه شکننده بررسی و کدنویسی شده است. از این رو، برای صحت سنجی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده تونل انتقال آب زاگرس به عنوان مطالعه موردی انتخاب شد. این بخش از تونل انتقال آب زاگرس که در سازند پابده قرار دارد دارای روباره ای حدود ۵۰۰ متر است. طبق گزارش زمین شناسی مهندسی تونل انتقال آب زاگرس، مقاومت فشاری تک محوره سنگ های سازند پابده در محدوده ۵۰ تا ۷۰

بریده شده است. ضخامت (ارتفاع) نمونه‌ها باید تقریباً بین طول شعاع تا قطر آن‌ها باشد.

جدول ۵- نتایج آزمایش مقاومت کششی برزیلی.

نمونه	قطر نمونه (میلی‌متر)	طول نمونه (میلی‌متر)	نیرو لحظه شکست (کیلو نیوتن)	مقاومت کششی (مگا پاسکال)
BL1	۵۰٫۶۴	۴۵٫۷	۳۷	۱۰٫۱۶
BL2	۵۰٫۶۴	۵۰٫۶۴	۲۸	۶٫۹۴
BL3	۵۰٫۶۴	۴۶٫۷۵	۳۱٫۲	۸٫۳۸
BL4	۵۰٫۶۴	۵۰٫۴	۳۲٫۵	۸٫۰۹
BL5	۵۰٫۶۴	۴۲٫۹	۳۷٫۹	۱۱٫۰۹
میانگین				
				۸٫۹۳

۹-۳- آزمایش چقرمگی شکست

یکی از پارامترهای مهم که اهمیت بسزایی در مکانیک شکست سنگ‌ها دارد، چقرمگی شکست سنگ است که مقاومت سنگ در برابر رشد ترک را نشان می‌دهد. بر این اساس، هنگامی که یک قطعه ترک‌دار در معرض بار خارجی قرار می‌گیرد، تمرکز تنش بسیار زیادی در اطراف نوک ترک ایجاد می‌شود. تمرکز تنش به طول ترک اولیه و بار اعمالی بستگی دارد هرگاه این تنش متمرکز شده به مقدار بحرانی برسد، باعث شکست قطعه می‌شود. مقدار ضریب شدت تنشی که به ازای آن ترک رشد می‌کند، چقرمگی شکست نام دارد. برای محاسبه چقرمگی شکست از آزمایش CSTBD ارایه شده توسط آتینسون و همکاران (۱۹۸۲) استفاده شده است [۱۶].

۹-۳-۱- هندسه و نحوه بارگذاری نمونه در آزمایش (CSTBD)

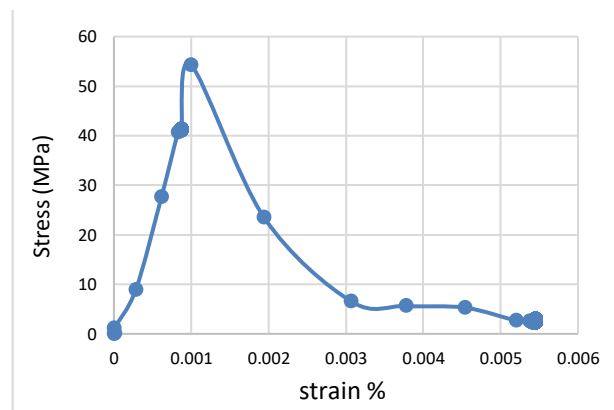
نمونه دیسک برزیلی با ترک مرکزی یک دیسک با شعاع R همراه با یک ترک مرکزی به طول 2a است (شکل ۸). نمونه تحت بار فشاری P قرار می‌گیرد. زاویه ترک با امتداد بارگذاری است. مقدار ضریب شدت تنش KI و KII به اندازه بار، ابعاد قطعه (شعاع و طول ترک)، شرایط بارگذاری و فاکتور هندسی $Y = a/R$ بستگی دارد. فاکتور هندسی Y که بی‌بعد است، به شرایط بارگذاری (زاویه بار و نظایر آن) و نسبت‌های هندسی (نسبت طول ترک به شعاع قطعه و نظایر آن) بستگی دارد. در جدول ۶ مقادیر مختلف α برای محاسبه مد II خالص با توجه به نسبت طول ترک به شعاع نمونه (a/R) نشان داده شده است.

طول نمونه (میلی‌متر)	قطر نمونه (میلی‌متر)		
۱۴۰	۷۰	آهک مارنی	TB8-1

در ادامه نحوه شکست نمونه و منحنی تنش کرنش حاصل از آزمایش نشان داده شده است.



شکل ۶- لحظه شکست نمونه TB8-1 در آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوری.



شکل ۷- نمودار تنش- کرنش حاصل از آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره کامل.

جدول ۴- نتایج آزمایش مقاومت فشاری تک محوره نمونه TB8-1.

نمونه	مقاومت فشاری (MPa)	مدول یانگ (GPa)	مقاومت باقی مانده (MPa)	توصیف شکست
TB8-1	۵۴٫۳	۱۷٫۹۶	۶٫۵۶	شکست آنی

۹-۲- آزمایش مقاومت کششی به روش برزیلی

برای تعیین مقاومت کششی از آزمایش مقاومت کششی غیرمستقیم (روش برزیلی) واقع در دانشگاه امیرکبیر استفاده شده است. برای انجام آزمایش طبق استاندارد ISRM قطر مغزه‌ها باید حداقل ۵۴ میلی‌متر باشد که سر و ته آن با اره

جدول ۷- نتایج آزمایش چقرمگی شکست مد II نمونه سنگ آهک مارنی.

نمونه	نصف طول ترک (a) (m)	شعاع نمونه (R) (m)	ضخامت نمونه (t) (m)	نیرو شکست (p) (N)	چقرمگی ($MPa\sqrt{m}$)
SII.1	۰/۱۰۰۵	۰/۰۳۵۵	۰/۰۴۲۹۵	۴۰۰۰	۰/۲۷۶۹
SII.2	۰/۰۱	۰/۰۳۵۵	۰/۰۴۱۸۵	۶۰۰۰	۰/۴۲۵۰
SII.3	۰/۰۱۱	۰/۰۳۵۵	۰/۰۳۴۰۷	۵۰۰۰	۰/۴۵۶۲
SII.4	۰/۰۰۹۶۵	۰/۰۳۵۵	۰/۰۳۷۹	۸۰۰۰	۰/۶۱۴۷
میانگین					
۰/۴۹۸۷					

۱۰- اعتبارسنجی مدل با روش عددی در مقیاس آزمایشگاهی

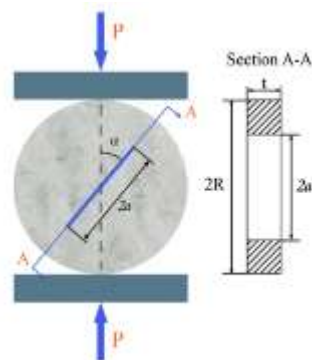
با توجه به کامل بودن اطلاعات و مستندات آزمایش مقاومت فشاری تک محوره انجام شده بر نمونه سنگ آهک مارنی تونل انتقال آب زاگرس، مدل سازی مکانیزم شکست نمونه برای اعتبار سنجی مدل توسعه داده شده انتخاب شد. بدین منظور شکل، ابعاد، پارامترهای ورودی مدل و شرایط بارگذاری مشابه شرایط آزمایش بخش ۹-۱ انتخاب شد. هدف اصلی در این قسمت از تحقیق، باز تولید منحنی تنش- کرنش سنگ مورد آزمایش به صورت عددی و مقایسه آن با منحنی تنش-کرنش به دست آمده از آزمایشگاه در بخش ۹-۱ می باشد.

۱۰-۱- پارامترهای ورودی مدل خرابی ریزمکانیکی

خواص فیزیکی، مکانیکی و مقاومتی یک مدل رفتاری، پارامترهای ورودی لازم برای تحلیل مساله با مدل مورد نظر است. شناخت پارامترهای ورودی یک مدل رفتاری برای استفاده از آن مدل رفتاری لازم است. از سوی دیگر سادگی و دقت روش های تعیین پارامترهای ورودی یک مدل رفتاری حایز اهمیت است.

پارامترهای ورودی مدل پلاستیک-خرابی ریزمکانیکی به سه دسته پارامتر تقسیم می شوند:

- ۱- پارامترهای الاستیک: شامل مدول یانگ و ضریب پواسون
- ۲- پارامترهای لغزش اصطکاکی (پلاستیک) ریزترک: پارامتر اصطکاکی سطح ریزترکها، پارامتر مقاومت ماتریکس در برابر لغزش ریزترک



شکل ۸- تصویر نمونه دیسک برزیلی با ترک مرکزی CSTBD [۱۶]
جدول ۶- زاویه بارگذاری α_{II} برای مد II خالص در نمونه CSTBD [۱۶]

a/R	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷
α_{II} (deg.)	۲۹	۲۷	۲۵/۲	۲۳	۲۰	۱۷

در این تحقیق از نسبت $a/R = ۰/۳$ استفاده شده که بر اساس جدول ۶ زاویه ۲۷ درجه برای تعیین چقرمگی شکست مد II خالص در نظر گرفته شده است. در ادامه روند آماده سازی نمونه و نحوه شکست نمونه نشان داده شده است.



شکل ۹- قرارگیری نمونه ها با زاویه تقریباً ۲۸ درجه نسبت به جهت بارگذاری



شکل ۱۰- نحوه شکست نمونه در تعیین چقرمگی شکست مد II به روش CSTBD.

در جدول ۷ نتایج آزمایش چقرمگی شکست نشان داده شده است.

۳- پارامترهای خرابی: پارامتر خرابی اولیه، پارامتر انرژی کرنشی متناظر با شروع خرابی

۱۰-۱-۱- پارامترهای الاستیک ورودی مدل خرابی ریزمکانیکی

پارامترهای الاستیک شامل مدول یانگ و ضریب پواسون که به عنوان ورودی در مدل خرابی ریزمکانیکی استفاده می‌شود از آزمایش‌های معمول مکانیک سنگ از جمله آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره به دست می‌آید. در این بخش از نتایج آزمایش بخش ۹-۱ بر اساس جدول ۴ استفاده شده است.

۱۰-۱-۲- پارامترهای پلاستیک ورودی مدل خرابی ریزمکانیکی

- محاسبه پارامتر مقاومت ماتریکس در برابر لغزش

ریزترک

پارامتر مقاومت ماتریکس در برابر لغزش به صورت رابطه ۵۲ محاسبه می‌شود.

$$m_c = \frac{K_{II}}{\sqrt{a\pi}} \quad (52)$$

که در آن:

a شعاع ریزترک

K_{II} چقرمگی شکست مد II نمونه سنگ

بر اساس نظر شائو و دیگران (۲۰۰۵) طول ریزترک برابر میانگین اندازه دانه‌های سنگ در نظر گرفته شده است. طبق

اطلس بلورشناسی سنگ‌های رسوبی برای سنگ‌های آهکی سازند پابده مقدار ۱ میلی‌متر پیشنهاد شده است [۱۸]. همچنین بر اساس آزمایش‌های انجام شده در بخش ۹-۳ چقرمگی شکست مد II سنگ برابر $0.49 \text{ MPa} \sqrt{m}$ به دست آمده است. با جایگذاری در رابطه ۵۲، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m_c = \frac{K_{II}}{\sqrt{a\pi}} = \frac{0.49}{\sqrt{3.14 * 0.0005}} \frac{\text{MPa} \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{m}} = 12.36 \text{ MPa}$$

- پارامتر اصطکاکی سطح ریزترک‌ها در مدل خرابی ریزمکانیکی

این پارامتر نمایان‌گر زاویه اصطکاک سطح ریزترک‌ها نسبت به یکدیگر است. که طبق مطالعات محققان قبلی (۰/۳ در نظر گرفته شده است.

۱۰-۱-۳- پارامترهای خرابی در مدل خرابی ریزمکانیکی

پارامتر خرابی اولیه بر اساس مطالعات ژائو و دیگران (۲۰۱۱) برابر با یک مقدار مثبت کوچک ($m_d = 0.0001$) در نظر گرفته شده است [۸].

پارامتر انرژی کرنشی متناظر با شروع خرابی فشاری در اینجا با توجه به مطالعات پیشین ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است [۸]. البته با در نظر گرفتن این مقدار نتایج شبیه‌سازی به خوبی به نتایج آزمایشگاهی نزدیک شد. در جدول ۸ پارامترهای ورودی نمونه آهک مارنی برای شبیه‌سازی عددی نشان داده شده است.

جدول ۸- پارامترهای فیزیکی و مکانیکی نمونه آهک مارنی در شبیه‌سازی عددی آزمایش مقاومت فشاری تک محوره.

مقدار	واحد	علامت	ویژگی
۲۳۴۰	Kg/m^3	γ	وزن مخصوص
۱۷٫۹۶	GPa	m_e	مدول الاستیسیته
۰٫۲۸	-	m_mu	نسبت پواسون
۰٫۰۰۱	-	m_d0	پارامتر خرابی اولیه ^۱
۱۰۰۰	-	1/m_c1	انرژی کرنشی متناظر با خرابی
۰٫۳	-	m_cf	پارامتر اصطکاکی سطح ریزترک‌ها ^۲
۱۲٫۳۶	MPa	m_c	مقاومت ماتریکس در برابر لغزشی ریزمکانیکی ^۳

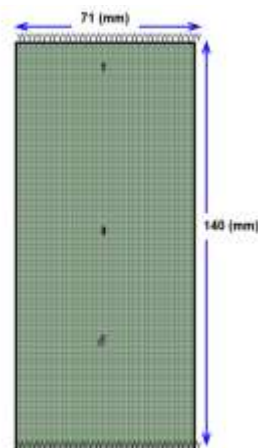
1- Initial damage

2- frictional parameter of the microcracks faces

3- Resistance parameter against sliding

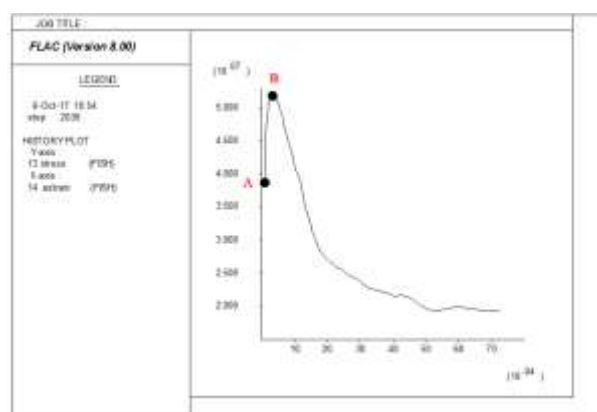
۳-۹- روند مدل سازی آزمایش مقاومت فشاری تک محوره

به دلیل نرم افزار دو بعدی انتخاب شده، هندسه مدل و شرایط مرزی اعمالی برای تحلیل عددی آزمایش مقاومت تک محوره با فرض شرایط تنش صفحه‌ای در شکل ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۱- هندسه نمونه شبیه سازی شده در نرم افزار FLAC

با توجه به شکل ۱۱ دیواره‌های مدل در جهت افقی و قائم آزادند و می‌توانند در این جهات حرکت کنند. در شکل ۱۱ یک مدل مش بندی شده مستطیلی نشان داده شده است. بارگذاری فشاری تک محوره با اعمال یک میدان سرعت استاتیکی در بالای مدل و در جهت قائم شبیه سازی شده است. برای تعیین منحنی تنش- کرنش کل نمونه سنگی از دو تابع فیش برای محاسبه تنش کل نمونه و کرنش کل نمونه استفاده شده است که در پیوست شرح داده شده است. نمودار تنش - کرنش حاصل از نرم افزار FLAC به صورت شکل ۱۲ است.

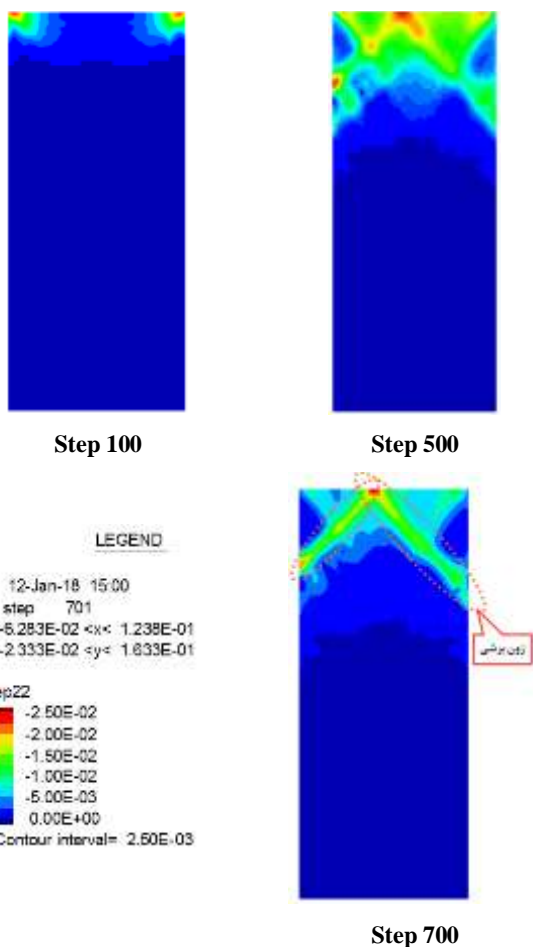


شکل ۱۲- منحنی تنش-کرنش آزمایش مقاومت فشاری تک محوره شبیه سازی شده با مدل خرابی ریزمکانیکی.

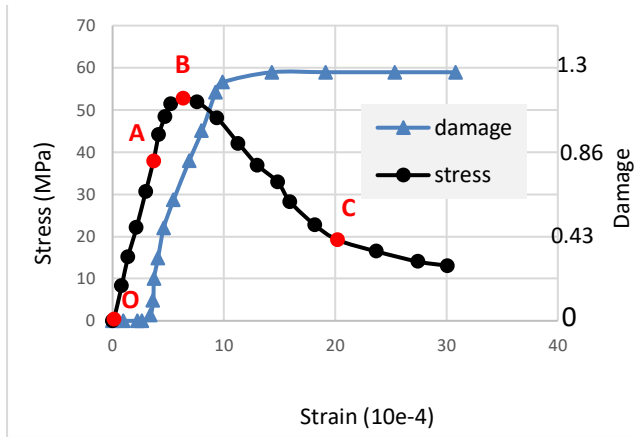
با توجه به منحنی تنش- کرنش نمونه سنگ آهک مارنی شبیه سازی شده، بعد از اعمال بارگذاری تا حدود تنش ۳۸ مگاپاسکال رفتار سنگ به صورت الاستیک است (A). با ادامه

بارگذاری معیار لغزشی اقماع شده و لغزش بر روی ریزترکها شروع می‌شود، سنگ در این مرحله رفتار سخت شونده‌گی از خود نشان می‌دهد. در حدود مقاومت ۵۴ مگاپاسکال نمونه به مقاومت اوج خود رسیده و دچار شکست می‌شود (B). در ادامه سنگ وارد مرحله نرم شونده‌گی می‌شود. در این مرحله معیار خرابی نیز اقماع شده است. بر اساس مدل پلاستیک- خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در این مرحله رفتار توامان خرابی و لغزش اصطکاکی تعیین کننده رفتار سنگ است. بدین صورت که با گسترش و به هم پیوستن ریزترکها پارامتر خرابی به مقدار بحرانی می‌رسد و سنگ دچار تخریب می‌شود.

در ادامه تغییرات پارامتر ep22 که نشانگر کرنش پلاستیک قائم ثبت شده در فیش مدل رفتاری خرابی ریزمکانیکی است، در گام‌های مختلف نشان داده شده است، همان گونه که مشاهده می‌شود، دو ناحیه برشی عمود بر هم در مدل تشکیل شده است که نشان دهنده مکانیزم صحیح شکست در این نوع آزمایش مطابق با آزمایش است.



شکل ۱۳- تغییرات کرنش برشی پلاستیک در جهت قائم و شکل محدوده برشی تشکیل شده در مراحل مختلف آزمایش مقاومت فشاری تک محوره.



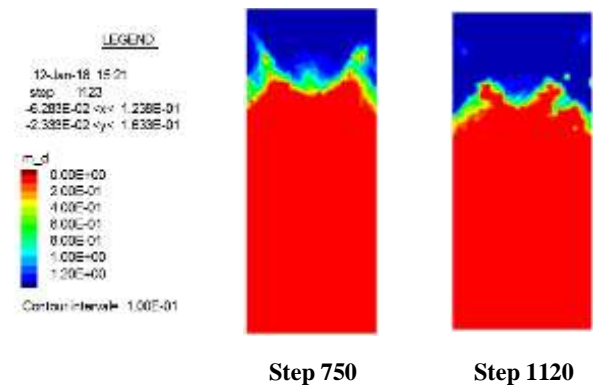
شکل ۱۶- مقایسه روند پیشرفت پارامتر خرابی با تنش در طی افزایش کرنش

همانطور که در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود، در قسمت OA (رفتار الاستیک خطی) در ماده خرابی پدید نیامده است و d برابر صفر است. در قسمت AB (رفتار سخت شونده) در این مرحله پارامتر خرابی در حال افزایش است، همانطور که پیش‌تر اشاره شد در این مرحله معیار لغزشی اقلان شده است و نمو خرابی ناشی از لغزش اصطکاکی ریزترک‌ها بر روی یکدیگر است. با افزایش گام‌های محاسباتی و به تبع آن افزایش تنش معیار خرابی ریزترک‌های نیز اقلان می‌شود در این مرحله (BC) رفتار نرم‌شونده مشاهده می‌شود که در مدل خرابی ریزمکانیکی مکانیزم آن بر اساس نمو خرابی در نتیجه رفتار توامان لغزشی و خرابی ترک‌ها تشریح داده شد. در ادامه مقدار پارامتر d به مقدار بحرانی خود ($d = 1/3$) رسیده که نشان‌گر تخریب نمونه سنگی است.

۱۱- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

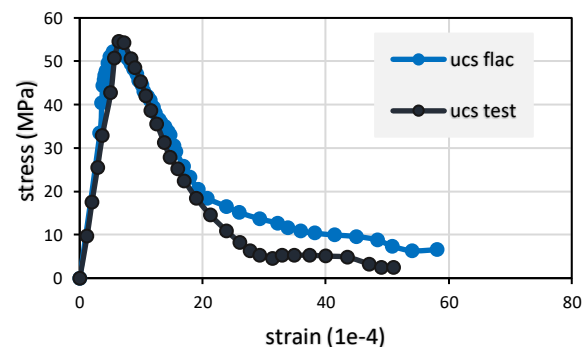
در این مقاله اندرکنش بین لغزش اصطکاکی و بروز خرابی در سنگ‌ها مطالعه شد. همچنین مدل پلاستیک خرابی ریزمکانیکی بر اساس الگوی همگن‌سازی پونت-کاستاندا و ویلز برای ریزترک‌های باز و بسته فرمول‌بندی شد. برای اعتبارسنجی و استفاده از مدل پلاستیک خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده، این مدل در زبان برنامه‌نویسی Fish نرم‌افزار FLAC کدنویسی و به عنوان مدل رفتاری جدید برای شبیه‌سازی آزمایش فشاری تک‌محوره به کار گرفته شد. برای انجام مطالعات آزمایشگاهی سازند پابده در تونل انتقال آب زاگرس با توجه به رفتار شکننده سنگ و روبراه بالای آن مورد استفاده قرار گرفت. برای تعیین پارامترهای ورودی مدل توسعه داده شده از آزمایش‌های مقاومت فشاری تک‌محوره، آزمایش مقاومت کششی به روش برزلی و آزمایش

در شکل ۱۴ گسترش ناحیه تخریب در نمونه سنگ آهک شبیه‌سازی شده نشان داده شده است.



شکل ۱۴- نحوه گسترش خرابی در مدل با بررسی تغییرات پارامتر خرابی.

در ادامه برای صحت‌سنجی و بررسی قابلیت مدل رفتاری پلاستیک-خرابی ریزمکانیکی پیشنهادی، منحنی تنش-کرنش شبیه‌سازی شده با مدل رفتاری پلاستیک-خرابی ریزمکانیکی با نتایج آزمایش مقاومت فشاری نمونه TB8-1 مقایسه شده است.



شکل ۱۵- مقایسه منحنی تنش-کرنش آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره شبیه‌سازی شده با مدل خرابی ریزمکانیکی و نمونه آزمایشگاهی.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در شبیه‌سازی آزمایش مقاومت فشاری تک‌محوره توانا بوده و نتایج شبیه‌سازی آزمایشگاهی تطابق خوبی با شبیه‌سازی عددی دارد.

در ادامه روند پیشرفت پارامتر خرابی با افزایش بار در طی افزایش کرنش با هم مقایسه شده است.

$$\$ \text{pp} = \$zsc11 * zde11 + \$zsc22 * zde22 + \$zsc33 * zde33 + 2 * \$zsc12 * zde12$$

$$\$ \text{ee} = 2 * m_g * \$pp / \$ss + m_cf * m_k * (zde11 + zde22 + zde33)$$

$$\$ \text{dlap} = -\$ee / (\$nn + \$dd)$$

...

$$ssss = zde11 + zde22 + zde33$$

$$dRat = (2 * m_g * ss / dTaufi + m_cf * m_k * ssss) / (m_cf * m_cf * m_k + 2 * m_g)$$

...

منابع

1. Q. Zhu and J. Shao, "Micromechanics of rock damage: Advances in the quasi-brittle field," Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, vol. 9, no. 1, pp. 29-40, 2017.
2. Marji, M. F. (2014). Numerical analysis of quasi-static crack branching in brittle solids by a modified displacement discontinuity method. International Journal of Solids and Structures, 51(9), 1716-1736.
3. D. Halm and A. Dragon, "An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials," European Journal of Mechanics-A/Solids, vol. 17, no. 3, pp. 439-460, 1998.
4. S. Murakami and K. Kamiya, "Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics," International Journal of Mechanical Sciences, vol. 39, no. 4, pp. 473-486, 1997.
5. J.-F. Shao, Y. Jia, D. Kondo, and A.-S. Chiarelli, "A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions," Mechanics of materials, vol. 38, no. 3, pp. 218-232, 2006.
6. A. Mortazavi and H. Molladavoodi, "A numerical investigation of brittle rock damage model in deep underground openings," Engineering Fracture Mechanics, vol. 90, pp. 101-120, 2012.
7. N. Xie, Q.-Z. Zhu, L. Xu, and J.-F. Shao, "A micromechanics-based elastoplastic damage model for quasi-brittle rocks," Computers and Geotechnics, vol. 38, no. 8, pp. 970-977, 2011.
8. H. Molladavoodi, "Sliding and damage criteria investigation of a micromechanical damage model for closed frictional

چقرمگی شکست به روش CSTBD استفاده شد.

با مقایسه نمودار تنش کرنش کامل حاصل از آزمایش و شبیه سازی عددی (شکل ۱۵) مشاهده شد که مدل رفتاری توسعه داده شده در پیش بینی رفتار سخت شونده، نرم شونده و تعیین مقاومت باقی مانده تواناست. همچنین با ثبت تغییرات پارامترهای کرنش پلاستیک قائم (ep22) و خرابی (d) در طی گام های محاسباتی، مکانیزم شکست نمونه در شبیه سازی عددی قابل مشاهده است.

پیوست: بخشی از کد مدل رفتاری خرابی ریزمکانیکی
ارایه شده

--- ;running section---

case 2

$$m_kpl = (1 + (\alpha 1 - 1) * q1 * m_d) * m_k / (q1 * m_d)$$

$$m_gpl = (1 + (\alpha 2 - 1) * q2 * m_d) * m_g / (q2 * m_d)$$

$$zs11 = zs11 + (zde11 * m_e1 + zde22 * m_e2 + zde33 * m_e2)$$

$$zs22 = zs22 + (zde11 * m_e2 + zde22 * m_e1 + zde33 * m_e2)$$

$$zs33 = zs33 + (zde11 * m_e2 + zde22 * m_e2 + zde33 * m_e1)$$

$$zs12 = zs12 + (zde12 * m_g2)$$

$$\$ \text{zsmm} = zs11 + zs22 + zs33$$

...

$$\$ \text{zsm11} = zs11 - (\$zsmm / 3)$$

$$\$ \text{zsm22} = zs22 - (\$zsmm / 3)$$

$$\$ \text{zsm33} = zs33 - (\$zsmm / 3)$$

$$\$ \text{zsm12} = zs12$$

...

if m_d < m_dcc then

if \$g > 0 then

$$\$ \text{v11} = \$zsc11 / \$ss$$

$$\$ \text{v22} = \$zsc22 / \$ss$$

$$\$ \text{v33} = \$zsc33 / \$ss$$

$$\$ \text{v12} = \$zsc12 / \$ss$$

$$\$ \text{gb} = -m_cf * (m_k + m_kpl)$$

$$\$ \text{nn} = -m_cf * m_cf * (m_k + m_kpl)$$

$$\$ \text{dd} = -2 * (m_g + m_gpl)$$

- Journal of Solids and Structures, vol. 45, no. 5, pp. 1385-1405, 2008.
13. D. Gross and T. Seelig, *Fracture mechanics: with an introduction to micromechanics*. Springer, 2017.
 14. P. Cundall, M. Coetzee, R. Hart, and P. Varona, "FLAC user's manual," Itasca Consulting Group, USA, 1993.
 ۱۵. شرکت مهندسی مشاور ساحل امید ایرانیان. "گزارش زمین‌شناسی مهندسی تونل انتقال آب زاگرس".
 16. Atkinson, C., Smelser, R. E., & Sanchez, J. (1982). Combined mode fracture via the cracked Brazilian disk test. *International Journal of Fracture*, 18(4), 279-291.
 17. M. Ayatollahi and M. Sistaninia, "Mode II fracture study of rocks using Brazilian disk specimens," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 48, no. 5, pp. 819-826, 2011.
 ۱۸. آدابی، محمدحسین، "اطلس سنگ‌های رسوبی در زیر میکروسکوپ"، مرکز نشر دانشگاهی.
 9. Q. Zhu, D. Kondo, J. Shao, and V. Pensee, "Micromechanical modelling of anisotropic damage in brittle rocks and application," *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 45, no. 4, pp. 467-477, 2008.
 10. Q.-Z. Zhu, J. Shao, and D. Kondo, "A micromechanics-based thermodynamic formulation of isotropic damage with unilateral and friction effects," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 30, no. 3, pp. 316-325, 2011.
 ۱۱. ملاداودی. حامد، "مدل‌سازی خرابی ریزمکانیکی در محیط نرم‌افزار UDEC برای تحلیل رفتار سنگ‌های تحت ریزترک‌های باز،" مهندسی معدن. سال دهم، شماره ۲۸، صص ۱۳۸۵-۱۴۰۵، ۱۳۹۴.
 12. Q.-Z. Zhu, D. Kondo, and J. Shao, "Micromechanical analysis of coupling between anisotropic damage and friction in quasi brittle materials: role of the homogenization scheme," *International*