

## تخمین توزیع عیار مس با استفاده از تخمینگر غیرخطی کریجینگ انفصالی

### مطالعه موردی: معدن مس سونگون

امین حکمت‌نژاد<sup>۱</sup>، علی اصغر حسینی پاک<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه تهران؛ Email: amin\_hekmatnejad@yahoo.com

۲- استاد دانشکده مهندسی معدن دانشگاه تهران؛ Email: aahp99@yahoo.com

(دریافت ۱ اسفند ۱۳۸۸، پذیرش ۳۰ بهمن ۱۳۸۹)

#### چکیده

یکی از روش‌های تخمین در صنعت معدن، استفاده از روش‌های زمین‌آماري است. نقطه قوت روش‌های زمین‌آماري، علاوه بر پشتوانه ریاضی، نتایج مطلوبی بوده است که در کاربردهای عملی آن در خلال دهه‌های گذشته مشاهده شده است. با این وجود در بین روش‌های زمین‌آماري نیز، انتخاب روش مناسب از اهمیت خاصی برخوردار است. یکی از مواردی که مورد توجه کاربران عادی زمین‌آمار واقع نمی‌شود، عدم توجه به شرایط کارایی زمین‌آمار خطی می‌باشد. تخمین ذخایر قابل بازیابی، تخمین بخشی از ذخیره که بالای عیار حد مشخصی قرار دارد و محاسبه منحنی عیار-تناژ که دارای تابع انتخاب غیرخطی می‌باشند، از این دسته‌اند؛ به همین دلیل لزوم به کارگیری روش‌های زمین‌آماري غیرخطی مشاهده می‌شود. یکی از توانمندترین روش‌های تخمین غیر خطی استفاده از روش کریجینگ انفصالی است. دلیل عدم توجه به این روش، ریاضیات پیچیده و عدم دسترسی به این تخمینگر در نرم‌افزارهای معمول می‌باشد. اساس این روش متکی بر استفاده از چندجمله‌ای‌های هرمیتی و مدل ایزوفاکتوریل است. در این روش برای تخمین نقاط مجهول، با توجه به هیستوگرام داده‌های اولیه ضرایب چندجمله‌ای‌های هرمیتی محاسبه و مقدار چندجمله‌ای‌های هرمیتی در نقاط مجهول تخمین زده می‌شود. در نهایت از ترکیب خطی ضرایب مربوط به چندجمله‌ای‌های هرمیتی و مقدار تخمینی چندجمله‌ای‌های هرمیتی در نقاط مجهول، مقدار متغیر مورد نظر به دست می‌آید. در این مقاله با استفاده از کدنویسی روش کریجینگ انفصالی، توزیع عیار مس در کانسار مس پورفیری سونگون، مدل‌سازی و نتایج آن با نتایج تخمین به روش کریجینگ مقایسه شد. با توجه به مطالعات انجام‌شده قسمت‌های شمال غربی و جنوب غربی معدن از عیار پایین‌تر و قسمت مرکزی معدن دارای عیار بالاتری نسبت به دیگر قسمت‌های معدن می‌باشند. همچنین نرمال‌سازی و تبدیل معکوس داده‌ها به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی از قابلیت بالایی برخوردار می‌باشد. استفاده از این روش معایب روش کریجینگ از جمله هموارسازی و عدم توانایی در تخمین توابع غیرخطی را مرتفع می‌کند.

#### کلمات کلیدی

زمین‌آمار، کریجینگ انفصالی، چندجمله‌ای‌های هرمیتی، مدل هم‌عامل، سونگون

\* نویسنده مسئول و عهده‌دار مکاتبات

## ۱- مقدمه

روش‌های گوناگونی برای تخمین ذخایر معدنی وجود دارد. این روش‌ها را می‌توان به سه دسته روش‌های هندسی، روش‌های مبتنی بر فاصله و روش‌های زمین‌آماري تقسیم کرد. هر یک از این روش‌ها دارای محدودیت‌ها، مزایا و معایبی می‌باشند و بر یک سری فرضیات استوارند که انتخاب روش مناسب برای تخمین باید بر اساس این عوامل و نیز دقت و کیفیت مورد نظر انجام شود [۱].

بکارگیری موفق روش‌های زمین‌آماري در دهه‌های گذشته، آنها را به عنوان ابزارهای قدرتمندی برای تخمین توزیع بسیاری از متغیرها در زمینه‌های مختلف مطرح نموده است [۳]، [۵]، [۶]، [۸]، [۱۷]. صرف نظر از اینکه تخمین به صورت نقطه‌ای یا بلوکی انجام شود، تخمین زمین‌آماري به طور کلی به دو دسته روش‌های تخمین خطی و روش‌های تخمین غیرخطی قابل انجام می‌باشند [۱۷].

در روش‌های زمین‌آماري خطی، فرض اولیه وجود تابع توزیع فراوانی نرمال برای تغییرپذیری متغیر مورد بررسی است [۱۱]. با توجه به نیاز و هدف تخمین، پیچیدگی روش‌ها و پارامترهای مورد نیاز متفاوت می‌باشند، برخی اوقات می‌خواهیم اطلاعاتی بیش از یک تخمین ساده و تنها با یک شرط ساده واریانس کمینه داشته باشیم. به عنوان مثال ممکن است، احتمال رسیدن مقادیر تخمینی به یک حد آستانه‌ای در نقاط مجهول، هدف تخمین باشد [۱۰].

به بیان دیگر به منظور تعیین توزیع محلی یک متغیر ناحیه‌ای در مناطق نمونه‌گیری نشده (فاقد نمونه‌های زیاد در داخل هدف) باید از روش‌های زمین‌آماري غیرخطی استفاده کرد. این روش‌ها عمدتاً بر مبنای کریجینگ شاخص<sup>۱</sup> و کریجینگ چند-گوسی<sup>۲</sup> می‌باشند. یکی از این روش‌های زمین‌آماري غیرخطی روش کریجینگ انفصالی<sup>۳</sup> است [۱۰]. در سال‌های اخیر با توجه به توانمندی‌های این روش، از آن در بخش‌های مختلف علوم زمین استفاده شده است. به عنوان مثال چن یو<sup>۴</sup> و جین گرو<sup>۵</sup> از روش کریجینگ انفصالی برای تخمین عیار یک کانسار پلی‌متال استفاده کردند [۱۲]. آنها از مقایسه روش کریجینگ انفصالی و کریجینگ معمولی به این نتیجه رسیدند که روش کریجینگ انفصالی نسبت به کریجینگ معمولی نتایج واقع‌بینانه‌تری را به دست می‌دهد. همچنین محققین دیگری نظیر امری<sup>۶</sup> و آرمسترانگ<sup>۷</sup> و وبستر<sup>۸</sup> کریجینگ انفصالی را در موارد متعددی به منظور انجام تخمین‌های زمین‌آماري به کار گرفته‌اند [۹]، [۱۲]، [۱۳]، [۱۶]، [۱۷].

این مقاله در نظر دارد تا با استفاده از روش کریجینگ انفصالی به عنوان یک روش تخمینگر زمین‌آماري غیرخطی و استفاده از مدل هم‌عامل<sup>۹</sup> و چندجمله‌ای‌های هرمیتی، توزیع عیار مس در کانسار مس پورفیری سونگون را مدل‌سازی کند و نتایج آن را با نتایج تخمینی حاصل از روش کریجینگ مقایسه نماید.

## ۲- کریجینگ

کریجینگ یک روش تخمین است که بر منطق میانگین متحرک وزن‌دار استوار می‌باشد. این روش به افتخار دی. جی کریج<sup>۱۰</sup> (یکی از پیشگامان زمین‌آمار کاربرد در علوم معدنی بوده است) کریجینگ نام نهاده شده است. رابطه ۱ معادله کریجینگ را نشان می‌دهد [۱].

$$\hat{Z}_V = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_{V_i} \quad (1)$$

که در آن  $Z_{V_i}$  عیار تخمینی،  $\lambda_i$  وزن کمیت وابسته به نمونه و  $Z_V$  عیار نمونه است.

## ۳- اصول و تئوری کریجینگ انفصالی

اصول مربوط به کریجینگ انفصالی توسط ماترون<sup>۱۱</sup>، مارچل<sup>۱۲</sup> و جورنل<sup>۱۳</sup> ارائه شده است [۱۱]، [۱۲]، [۱۳]. در روش کریجینگ انفصالی، متغیر فضایی مورد بررسی  $Z_V$  به صورت ترکیب خطی از یک سری متغیرهای مستقل (چندجمله‌ای‌های هرمیتی) تبدیل می‌شود. به این ترتیب با کوکریجینگ کردن هر یک از این مقادیر (در اینجا معادل است با کریجینگ کردن آنها)، می‌توان هر تابعی از متغیر مورد نظر را تخمین زد. عبارت مذکور مبین مدل هم‌عامل است [۱۰]. در عمل متغیر پیوسته-ای مانند عیار مس را می‌توان با استفاده از چندجمله‌ای‌های هرمیتی به متغیر نرمال استاندارد متناظر با آن تبدیل کرد. چندجمله‌ای‌های ساده هرمیتی  $H_n(y)$  تابعی از مکان  $X$  است، چندجمله‌ای‌هایی می‌باشند که خواص ویژه‌ای در مورد توزیع نرمال دارند. این چندجمله‌ای‌ها توسط رودریگز و به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شوند [۷].

$$H_n(y) = \frac{1}{\sqrt{n!} g(y)} \frac{d^n g(y)}{dy^n} \quad (n \geq 0) \quad (2)$$

در رابطه ۲،  $g(y)$  تابع توزیع نرمال استاندارد،  $\frac{d^n g(y)}{dy^n}$  دیفرانسیل  $n$ ام  $g(y)$  نسبت به متغیر  $y$  و  $\sqrt{n!}$  فاکتور نرمال‌سازی است. با جایگزینی مقادیر  $n$  در رابطه ۲، می‌توان

در نهایت واریانس تخمین از رابطه ۱۱ قابل محاسبه است.

$$\sigma_{K_n}^2 = n! (1 - w_{n\beta} \rho_{n\beta}^n) \quad (11)$$

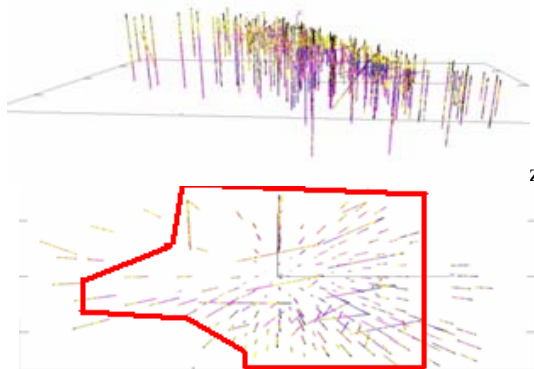
در رابطه فوق  $\rho_{n\beta}^n$  ضریب همبستگی میان  $H_n(y_a)$  و  $H_n(y_b)$  و  $w_{n\alpha}$  اوزان کریجینگ است [۱۰].

#### ۴- مطالعه موردی

##### ۴-۱- کلیاتی در مورد معدن سونگون

کانسار مس پورفیری سونگون در استان آذربایجان شرقی و در مختصات ۴۶ درجه و ۴۳ دقیقه شرقی و ۳۸ درجه و ۴۳ دقیقه شمالی واقع شده است. این ناحیه در شمال غربی ایران و در همسایگی جمهوری‌های آذربایجان و ارمنستان قرار دارد. راه اصلی دسترسی معدن سونگون به شهر اهر از طریق جاده‌ای است که از شهر ورزقان می‌گذرد و حدود ۷۵ کیلومتر طول دارد. فاصله زمینی معدن تا شهر تهران از راه اهر- بستان‌آباد، تقریباً در حدود ۸۷۰ کیلومتر است [۲].

برای انجام این پروژه از اطلاعات مربوط به ۲۳۸ گمانه اکتشافی استفاده شده است که ۴۷ عدد از این گمانه‌ها به صورت شیب‌دار و ۱۹۱ عدد به صورت قائم حفر شده‌اند. موقعیت مکانی این گمانه‌ها به صورت سه‌بعدی و دوبعدی به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. تعداد داده‌های مربوط به عیار مس که از این ۲۳۸ گمانه به دست آمده است، ۲۱۳۳۰ رکورد می‌باشد. با توجه به اینکه طول در نظر گرفته شده برابر با ارتفاع پله‌های استخراجی (که معادل ۱۲/۵ می‌باشد) در نظر گرفته شده است، تعداد داده‌ها به ۳۵۸۰ کاهش پیدا کرد.



شکل ۱: موقعیت قرارگیری گمانه‌ها و محدوده مورد تخمین

##### ۴-۲- مراحل تخمین به روش کریجینگ انحصالی

مراحل تخمین به روش کریجینگ انحصالی در ادامه به ترتیب مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

چندجمله‌ای هرمیتی را توسط فرمول بازگشتی ارائه شده در رابطه ۳ نیز تولید کرد.

$$H_{n+1}(y) = -\frac{1}{\sqrt{n+1}} y H_n(y) - \sqrt{\frac{n}{n+1}} H_{n-1}(y) \quad (3)$$

در اغلب کاربردهای عملی، به کمتر از ۱۲ عدد از این چندجمله‌ای‌ها نیاز است. هنگامی که  $p \neq n$  (n و p درجه چندجمله‌ای می‌باشند) باشد، چندجمله‌ای‌های هرمیتی با توزیع نرمال استاندارد می‌باشند و دارای خاصیت اورتوگونالیته بوده و طبق رابطه ۴ حاصل ضرب داخلی آنها صفر می‌شود.

$$E [H_p(y(x)) H_n(y(x))] = 0 \quad (4)$$

در رابطه فوق، E معرف امید ریاضی است.

به طور کلی هر تابعی از  $y(x)$  را می‌توان به صورت بسطی از چندجمله‌ای‌های هرمیتی و به صورت رابطه ۵ بیان کرد.

$$F[y(x)] = f_0 + f_1 H_1[y(x)] + f_2 H_2[y(x)] + \dots + \sum_{n=0}^{\infty} f_n H_n[y(x)] \quad (5)$$

با استفاده از خاصیت اورتوگونالیته چندجمله‌ای‌های هرمیتی مقدار ضرایب این چندجمله‌ای‌ها ( $f_n$ ) از رابطه ۶ محاسبه می‌شود [۷].

$$f_n = E[F(y(x)) H_n(y(x))] = \int F(y) H_n(y) g(y) dy \quad (6)$$

در کریجینگ انحصالی با بسط متغیر مجهول  $Z_0$  به صورت چندجمله‌ای‌های هرمیتی به صورت رابطه ۷ و کریجینگ این جملات به صورت جداگانه، می‌توان مقدار  $Z_0$  را در نقطه مورد نظر از طریق رابطه ۸ تخمین زد.

$$Z_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n}{n!} H_n(Y_n) \quad (7)$$

$$Z_0^{DK} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi_n}{n!} H_n^K(Y_n) \quad (8)$$

در رابطه فوق،  $Z_0^{DK}$  مقدار تخمینی  $Z_0$  توسط روش کریجینگ انحصالی است. همچنین مقدار  $H_n^K(Y_n)$  از رابطه ۹ محاسبه می‌شود.

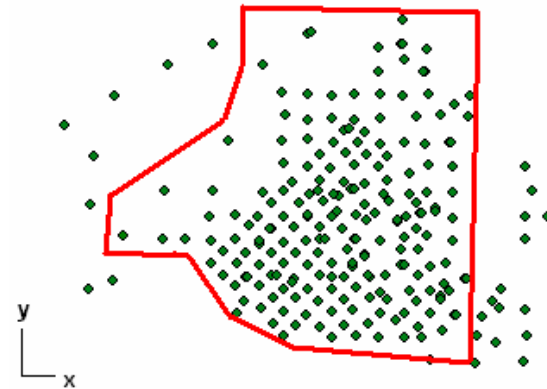
$$H_n^K(Y_n) = \sum_{\alpha} w_{n\alpha} H_n(y_{\alpha}) \quad (9)$$

مقدار  $w_{n\alpha}$  در رابطه فوق را می‌توان توسط رابطه ۱۰ محاسبه کرد.

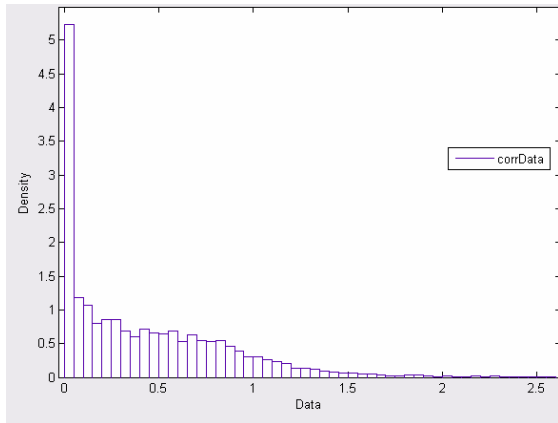
$$\sum_{\beta} w_{n\beta} \text{cov}[H_n(y_{\alpha}), H_n(y_{\beta})] = \text{cov}[H_n(y_{\alpha}), H_n(y(x))] \quad (10)$$

جدول ۱: پارامترهای آماری مربوط به داده‌های خام

تعداد داده‌ها	کمترین مقدار	بیشترین مقدار	میانگین	واریانس
۲۱۳۳۰	۰	٪۲۳/۵	٪۰/۴۳۲۱	۰/۲۶۹۴ (٪)۰/۷۲



شکل ۲: موقعیت مکانی گمانه‌ها و محدوده مورد تخمین



شکل ۴: هیستوگرام داده‌ها پس حذف مقادیر خارج از ردیف

۴-۲-۱- بررسی آماری داده‌ها و آزمون مقادیر خارج از ردیف در این مرحله پارامترهای آماری جامعه مورد نظر محاسبه شده‌اند. هیستوگرام و پارامترهای آماری داده‌های موجود به ترتیب در شکل ۳ و جدول ۱ ارائه شده‌اند. با توجه به هیستوگرام داده‌ها مشاهده می‌شود که جامعه آماری دارای چولگی مثبت زیادی است.

جدول ۲: پارامترهای آماری مربوط به داده‌های پس از حذف مقادیر خارج از ردیف

تعداد داده‌ها	کمترین مقدار	بیشترین مقدار	میانگین	واریانس
۲۱۳۳۷	۰	٪۲/۵۷۲	٪۰/۴۱۶۷	۰/۱۸۶ (٪)۰/۷۲

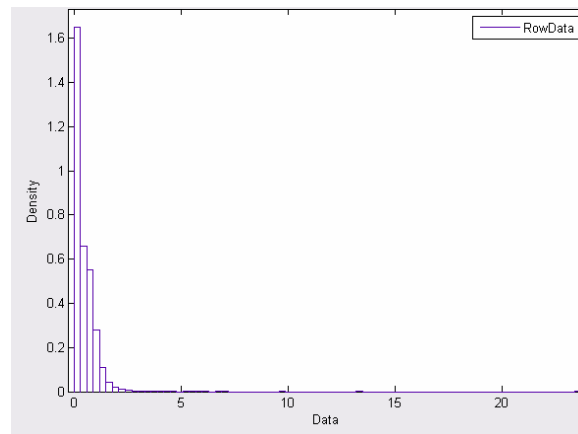
مقادیر خارج از ردیف به آن دسته از مقادیر گفته می‌شود که تفاوت معناداری با سایر مقادیر از خود نشان داده‌اند و باعث کاهش صحت نتایج تخمین می‌شوند. به منظور تشخیص مقادیر خارج از ردیف و حذف یا تصحیح آنها از نمودار، دورفل استفاده شده است [۱]. به این ترتیب در سطح معناداری پنج درصد، ۹۳ عدد از داده‌ها به عنوان داده خارج از ردیف تشخیص داده شد و با توجه به تعداد داده‌ها، این مقادیر حذف شدند. شکل ۴ و جدول ۲ به ترتیب مربوط به پارامترهای آماری و هیستوگرام داده‌ها پس از حذف داده‌های خارج از ردیف می‌باشند.

#### ۴-۲-۲- کامپوزیت سازی

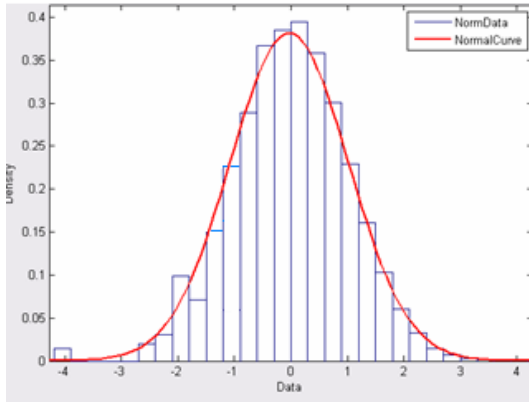
از آنجا که یکی از مشکلات بکارگیری داده‌های خام، هم‌احتمال نبودن فضای مربوط به هر نمونه و تغییرپذیری عیار در امتداد گمانه‌ها است. به منظور رهایی از مشکلات موجود در استفاده از داده‌های خام باید داده‌ها به طریقی میانگین‌گیری شوند و از تغییرپذیری بین آنها کاسته شود. بدین معنی که برای یک حجم معین از کانسار و یا یک طول معین از مغزه، یک داده در نظر گرفته می‌شود [۱]. در مورد کانسار مس سونگون، این طول ۱۲/۵ متر در نظر گرفته شد که معادل ارتفاع پله‌های استخراجی است. به این ترتیب داده‌هایی که در این مطالعه مورد پردازش قرار می‌گیرند، داده‌هایی با پایه ۱۲/۵ می‌باشند.

#### ۴-۲-۳- مدل‌سازی تابع تبدیل

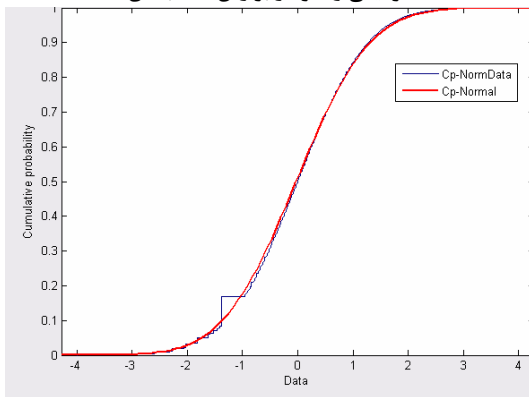
در این مرحله تابع تبدیل  $\phi(Y)$  مدل‌سازی می‌شود. تابع تبدیل  $\phi(Y)$ ، مقادیر اولیه  $Z$  را با مقادیر  $Y$  که دارای توزیع نرمال استاندارد می‌باشند، ارتباط می‌دهد و به صورت رابطه ۱۲ بیان می‌شود.



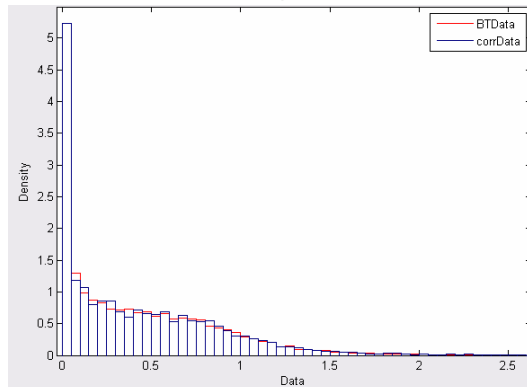
شکل ۳: هیستوگرام مربوط به داده‌های خام و بدون حذف مقادیر خارج از ردیف



شکل ۶: هیستوگرام حاصل از تبدیل به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی و نمودار برازش شده به آن



شکل ۷: نمودار توزیع تجمعی حاصل از تبدیل به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی و نمودار برازش شده به آن



شکل ۸: مقایسه هیستوگرام داده‌های اولیه و داده‌های معکوس شده به وسیله تبدیل به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی

#### ۴-۲-۵- مدل‌سازی واریوگرام

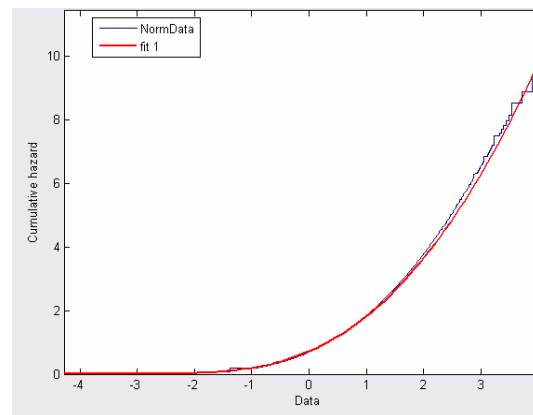
روش‌های تخمین زمین‌آماري، همبستگی فضایی داده‌ها را در نظر می‌گیرند؛ از این رو اساس این گونه روش‌ها بر وجود ساختار فضایی داده‌ها استوار است. واریوگرام مهم‌ترین ابزار بروز همبستگی‌های فضایی بین داده‌ها است. در واقع واریوگرام،

$$Z = \phi(Y) = \sum_{i=0}^{m} \phi_i H_i(Y) \quad (12)$$

با توجه به رابطه فوق، به صورت تئوریک تعداد چندجمله‌ای‌های هرمیتی مورد استفاده در بسط تابع  $\phi(Y)$ ، بی‌نهایت است ولی در عمل به علت صرفه جویی در زمان و محاسبه، از تعداد محدودی از چندجمله‌ای‌های هرمیتی استفاده می‌شود. در این مطالعه از ۱۱ عدد از چندجمله‌ای‌های هرمیتی استفاده شده است. در ادامه باید به ازای هر مقدار متناظر  $Y$ ، که دارای تابع توزیع نرمال استاندارد است، محاسبه کرد [۱۰]، [۱۶]. از آنجا که مدل‌سازی تابع تبدیل بر روی نرم‌افزارهای موجود تعبیه نشده است، برنامه کامپیوتری آن در محیط مطلب نوشته شده است.

#### ۴-۲-۴- تبدیل معکوس داده‌های نرمال

در این مرحله با در دست داشتن مقادیر نرمال استاندارد، تبدیل معکوس می‌کنیم و هیستوگرام حاصل از مقادیر معکوس شده را با هیستوگرام داده‌های اولیه مقایسه می‌نماییم. در صورت عدم تطابق، تعداد چندجمله‌ای‌های هرمیتی مورد استفاده را افزایش می‌دهیم. اشکال ۵، ۶، ۷ و ۸ به ترتیب نشان‌دهنده تابع تبدیل به دست‌آمده به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی، هیستوگرام حاصل از تبدیل به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی و همچنین نمودار توزیع تجمعی حاصل از این روش تبدیل و در نهایت مقایسه هیستوگرام داده‌های خام اولیه و داده‌های حاصل از تبدیل معکوس به وسیله تابع تبدیل به دست‌آمده به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی می‌باشد [۱۰]، [۱۲]، [۱۶]. شکل ۵ مربوط به تابع Cumulative hazard است که حاصل انتگرال تابع توزیع نرمال به متمم تابع توزیع تجمعی نرمال می‌باشد.



شکل ۵: نمودار مربوط به تابع تبدیل و نمودار مدل‌سازی شده تابع تبدیل

#### ۴-۲-۶- اثر تغییر پایه

با در نظر گرفتن تابع پایای تصادفی  $Z(x)$  با میانگین  $m$  و واریانس  $\sigma^2$  و با توجه به رابطه ۱۵ مشاهده می‌شود که مقدار میانگین با تغییر پایه تغییر نمی‌کند [۱۰].

$$E[z(x)] = E[z_v(x)] = m \quad (15)$$

به عبارت دیگر میانگین متغیر نقطه‌ای  $Z(x)$  برابر با میانگین متغیر حجمی  $ZU(x)$  است. مدل افین (affine) بر این پایه استوار است که متغیرهای نقطه‌ای استاندارد شده، توزیع یکسانی با متغیرهای بلوکی استاندارد شده دارند.

این مدل برای تابع تصادفی گوسی مناسب است زیرا توزیع عیار بلوک‌ها نیز گوسی خواهد بود. به عبارت دیگر اگر  $Z(x) \sim N(m, \sigma^2)$  پس  $Z_v(x) \sim N(m, \sigma_v^2)$  خواهد بود، که اندیس  $N$  مبین توزیع نرمال است. بنابراین با توجه به رابطه ۱۶ مشاهده می‌شود که با استاندارد کردن توزیع متغیرهای نقطه‌ای و حجمی، توزیع هر دو متغیر به صورت نرمال استاندارد می‌شود [۱۷].

$$\frac{z(x)-m}{\sigma} \approx (z_v(x) - m)/\sigma_v \sim N(0,1) \quad (16)$$

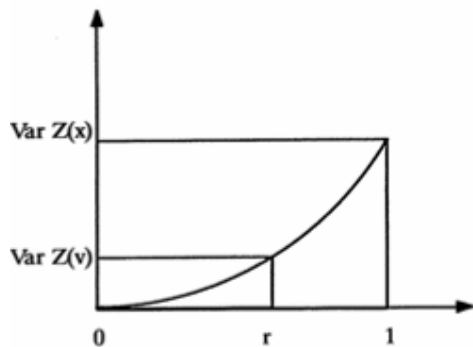
با استفاده از مدل افین و با در نظر گرفتن رابطه ۱۷ توزیع مقادیر بلوک‌ها به سادگی از توزیع مقادیر نقطه‌ای به دست می‌آید.

$$z_v(x) \approx m + r(z(x) - m) \sim N(m, \sigma_v^2) \quad (17)$$

$r$  به مقدار اثر تغییر پایه موسوم است. مقدار  $r$  را می‌توان با توجه به رابطه ۱۸ و نمودار شکل ۱۱ محاسبه کرد.

$$\sigma_v^2 = \bar{C}(v, v) = \sigma^2 - \bar{\gamma}(v, v) \quad (18)$$

در رابطه فوق منظور از  $\bar{\gamma}(v, v)$  و  $\bar{C}(v, v)$  به ترتیب میانگین کواریوگرام و میانگین واریوگرام بین بلوک‌هایی به حجم  $v$  است.



شکل ۱۱: نمودار اثر تغییر پایه بر حسب واریانس

میانگین مربعات تفاضل دو مقدار را به عنوان تابعی از نمو فاصله بین آنها نشان می‌دهد. واریوگرام در واقع پایه بسیاری از محاسبات زمین‌آماری را تشکیل می‌دهد. مقدار واریوگرام از رابطه ۱۳ به دست می‌آید [۱۱]، [۴].

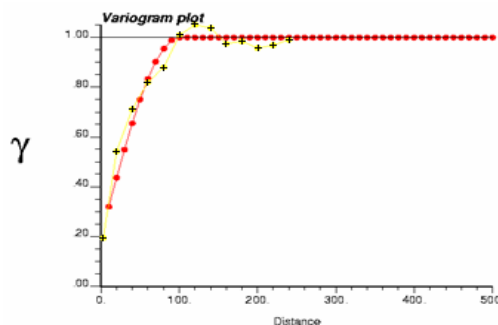
$$\gamma(h) = 1/2E\{[Y(u) - Y(u+h)]^2\} \quad (13)$$

پس از محاسبه و رسم واریوگرام تجربی، باید به واریوگرام حاصل یک مدل تئوریک برازش شود. رابطه ۱۴ مدل واریوگرام غیر جهتی برازش شده به داده‌ها را نشان می‌دهد.

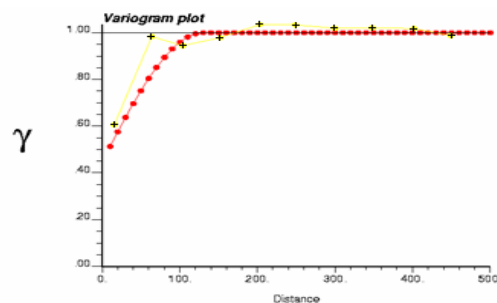
$$\gamma(h) = 0.75 \left( \frac{3 \cdot h}{2 \cdot 150} - \frac{h^3}{2 \cdot 150^3} \right) \quad (14)$$

$$h \leq 150$$

در ادامه با استفاده از داده‌های موجود، واریوگرافی در تمام جهات انجام شد. شکل‌های ۹ و ۱۰ واریوگرام‌های غیرجهتی و غیرجهتی در صفحه افق به همراه مدل برازش شده بر آنها را نشان می‌دهد. مشخصات واریوگرام‌ها در سایر جهات در جدول ۳ ارائه شده است. همان‌طور که مشخص است، این ذخیره یک ذخیره ناهمسانگرد است که بیشترین دامنه در جهت ۱۳۵ درجه و کمترین آن در جهت ۴۵ درجه است.



شکل ۹: واریوگرام غیر جهتی تجربی به همراه مدل برازش شده



شکل ۱۰: واریوگرام غیر جهتی تجربی در صفحه افق به همراه مدل برازش شده

جدول ۳: مشخصات واریوگرام در جهات متفاوت

امتداد (درجه)	قائم	افقی	غیر جهتی	۰	۲۲/۵	۴۵	۶۷/۵	۹۰	۱۱۲/۵	۱۳۵	۱۵۷/۵
اثر قطعه‌ای 2(%)	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲	۰/۱۷	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۲	۰/۲۵
سقف 2(%)	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
دامنه (متر)	۱۵۰	۱۶۰	۱۵۰	۱۲۰	۱۴۰	۱۰۰	۱۳۰	۱۸۰	۲۰۰	۲۵۰	۲۲۰

باطله به سد باطله روانه گردد. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نقشه تخمینی در افق ۱۱ و ۲۱ را نشان می‌دهد.

#### ۴-۲-۸- تخمین عیار به روش کریجینگ

در این مرحله تخمین عیار بلوک‌های ماده‌ی معدنی با توجه به پارامترهایی که در فوق به دست آمد، انجام گرفته است. شکل ۱۲ منحنی عیار-تناژ مربوط به مقادیر به‌دست‌آمده از تخمین ماده معدنی به روش کریجینگ را نشان می‌دهد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به مطالعات انجام‌شده در این تحقیق، نرمال‌سازی و تبدیل معکوس داده‌ها به وسیله چندجمله‌ای‌های هرمیتی از قابلیت بالایی برخوردار است. همچنین تعداد مناسب از چندجمله‌ای‌های هرمیتی برای مدل‌سازی تابع تبدیل، با توجه به میزان کشیدگی و چولگی هیستوگرام داده‌ها در نظر گرفته می‌شود. با توجه به نقشه‌ی به‌دست‌آمده می‌توان دریافت که قسمت‌های شمال غربی و جنوب غربی معدن از عیار پایین‌تری نسبت به قسمت‌های دیگر برخوردار می‌باشد، در حالی که قسمت مرکزی معدن دارای عیار نسبتاً بالاتری از دیگر قسمت‌های معدن است. همان‌طور که در نقشه دیده می‌شود، در بعضی از قسمت‌ها، بلوک‌هایی با عیار پایین در کنار بلوک‌هایی با عیار بالا قرار گرفته‌اند که این نشان‌دهنده به تصویر کشیدن تغییرات در مقیاس کوچک و همچنین عدم هموارسازی است. همچنین از مقایسه منحنی‌های عیار-تناژ به‌دست‌آمده از روش کریجینگ انحصالی و کریجینگ معمولی در عیارهای نزدیک به عیار متوسط، مشاهده می‌شود که مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط هر دو روش تا حدود زیادی نزدیک به یکدیگر می‌باشند. ولی همان‌گونه که انتظار می‌رود، روش کریجینگ معمولی در عیارهای کم و بالا دارای اثر هموارشدگی است، در صورتی که روش کریجینگ انحصالی دارای اثر هموارشدگی نمی‌باشد. اگرچه در کریجینگ انحصالی از معادلات کریجینگ استفاده می‌شود، ولی این روش معایب روش کریجینگ از جمله هموارسازی و عدم توانایی در تخمین توابع

با توجه به اینکه بلوک‌های مورد استخراج در معدن سونگون دارای ابعاد  $۱۲/۵ \times ۲۵ \times ۲۵$  می‌باشند باید مقدار  $r$  را برای آن محاسبه شود. با توجه به رابطه فوق و نمودار بالا، مقدار محاسبه‌شده  $r = ۰/۸۶$  می‌شود.

#### ۴-۲-۷- تخمین عیار به روش کریجینگ انحصالی

با محاسبه مقدار  $r$  سیستم معادلات کریجینگ انحصالی از رابطه ۱۹ به رابطه ۲۰ تغییر پیدا می‌کند [۱۰]، [۱۹]، [۲۰].

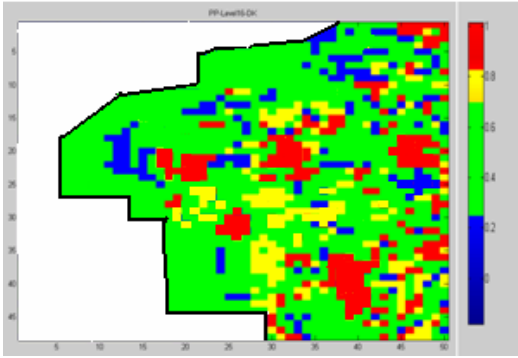
$$w_{na} = \sum_{\alpha=\beta} w_{na} (\rho_{v_{\alpha}v_{\beta}})^n = (\rho_{v_{\alpha}v})^n \quad (۱۹)$$

$$w_{na} = \sum_{\alpha=\beta} w_{na} r^{2n} (\rho_{v_{\alpha}v_{\beta}})^n = r^n (\rho_{v_{\alpha}v})^n \quad (۲۰)$$

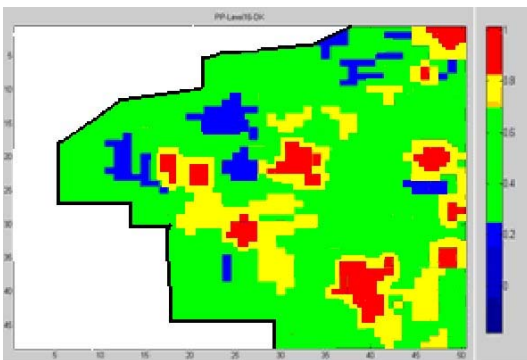
با توجه به ضریب  $r$ ، می‌توان مقادیر نقطه‌ای (کامپوزیت) را به بلوک‌هایی به ابعاد  $۱۲/۵ \times ۲۵ \times ۲۵$  تعمیم داد.

در این مرحله، تخمین عیار بلوک‌های معدنی با توجه به پارامترهای به‌دست‌آمده صورت می‌گیرد. با توجه به این موضوع که روش کریجینگ انحصالی بر روی نرم‌افزارهای موجود، در دسترس نیست، کد این روش در محیط مطلب نوشته شد. پس از تخمین عیار بلوک‌های معدنی، تبدیل معکوس عیارها توسط چندجمله‌ای‌های هرمیتی صورت گرفت. شکل ۱۲ منحنی عیار-تناژ مربوط به مقادیر به‌دست‌آمده از مدل بلوکی حاوی ماده معدنی، حاصل از روش کریجینگ انحصالی و کریجینگ معمولی را نشان می‌دهد.

بعد از مرحله تخمین و تعیین مقدار تناژ ماده معدنی، باید نقشه‌هایی تهیه شود که در امر استخراج، راه‌گشای مهندسی استخراج باشد. بدین منظور، تعداد افق‌هایی برای ماده معدنی در نظر گرفته می‌شود که هر افق معادل یک پله یا سطح برای معدن کاری است. باید به تعداد افق‌های در نظر گرفته‌شده برای ماده معدنی نقشه‌های دوبعدی تهیه کرد. که این نقشه‌ها نشان‌دهنده توزیع عیار بلوک‌هایی است که مناطق با عیارهای متفاوت را از یکدیگر تفکیک می‌کند. مهندس استخراج به کمک این نقشه‌ها تصمیم‌گیری می‌کند که کدام بلوک‌ها به سمت کارخانه فرآوری بارگیری شود و کدام بلوک‌ها به عنوان

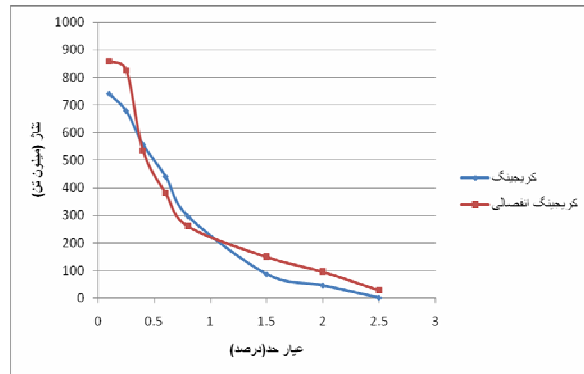


شکل ۱۵: نقشه دوبعدی تخمین عیار به روش DK در افق ۲۱ (بر حسب درصد عیار)

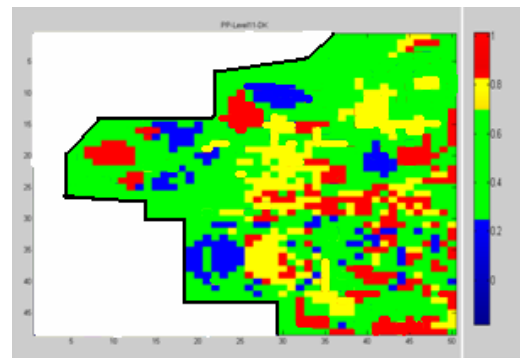


شکل ۱۶: نقشه دوبعدی تخمین عیار به روش K در افق ۲۱ (بر حسب درصد عیار)

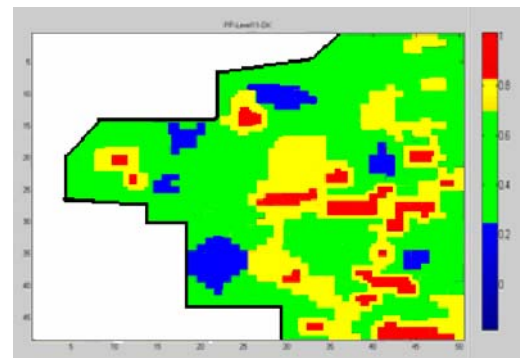
غیرخطی از متغیر مورد مطالعه را ندارد. همچنین با استفاده از کریجینگ انحصالی، اثر تغییر پایه که در سیستم معادلات کریجینگ خطی نتایج دور از واقعیت تولید می‌کند، برطرف می‌شود. بدین ترتیب می‌توان تغییرات در مقیاس کوچک را به خوبی مدل‌سازی کرد و از نتایج آن در معدنکاری انتخابی استفاده نمود. با استفاده از روش‌های غیرخطی طیف وسیعی از پدیده‌ها در علوم زمین که دارای تغییرات غیرخطی می‌باشند، به راحتی قابل بررسی خواهند بود.



شکل ۱۲: نمودار عیار - تناژ مربوط به کریجینگ انحصالی و کریجینگ معمولی



شکل ۱۳: نقشه دوبعدی تخمین عیار به روش DK در افق ۱۱ (بر حسب درصد عیار)



شکل ۱۴: نقشه دوبعدی تخمین عیار به روش K در افق ۱۱ (بر حسب درصد عیار)

#### ۶- تقدیر و تشکر

بدین وسیله از زحمات و راهنمایی‌های آقای دکتر کنشلو کمال امتنان و سپاسگذاری را دارم.

#### منابع

[۱] حسنی پاک، علی‌اصغر؛ ۱۳۸۴؛ تحلیل داده‌های اکتشافی؛ انتشارات دانشگاه تهران.

[۲] پایگاه ملی داده‌های علوم زمین کشور؛ ۱۳۸۷؛ پایگاه اینترنتی [www.ngdir.ir](http://www.ngdir.ir)

[3] Bierkens, M. F. P., & Burrough, P. A.; 1993; *The indicator approach to categorical soil data*, *European Journal of Soil Science*, 44 (2), pp. 361–368.

[4] Germann, U., & Joss, J.; 2001; *Variograms of radar reflectivity to describe the spatial continuity of alpine precipitation*, *Journal of Applied Meteorology*, 40 (6), pp. 1042–1059.



Environmental Engineering School, Beijing Univ. of Sci. and Tech., Beijing, China, Ab.

[12] M. Armstrong & G. Matheron; 1986; *Disjunctive Kriging revisited*, Part1, Mathematical Geology, Vol. 18. No.8.

[13] M. Armstrong & G. Matheron; 1986; *Disjunctive Kriging revisited*, Part2, Mathematical Geology, and Vol. 18. No.8.

[14] Rouhani, Shahrokh; 1989; *Geostatistic: Theory Practice and Personal Computer Application*, Georgia Institute of Thechnology, Atlanta.

[15] Webster, R., & Oliver, M. A.; 2001; *Geostatistics for environmental scientists*, pp. 225–271.

[16] Xavier. Emery; 2006 *A Disjunctive Kriging Program for Assessing Point-Support Conditional Distributions*, Computers & Geosciences 32, pp. 965–983.

[17] Xavier. Emery; 2003; *Disjunctive Kriging With Hard and Imprecise Data1*, Mathematical Geology, Vol. 35, No. 6.

[5] Goovaerts, P.; 1997; *Geostatistics for natural resource evaluation*, New York: Oxford University, pp 312-318.

[6] Goovaerts, P., AvRuskin, G., Meiliker, J., Slotnick, M., Jacquez, G., & Nriagu, J.; 2005; *Geostatistical modeling of the spatial variability of arsenic in groundwater of southeast Michigan*, *Water Resources Research*, 41, pp. 1–19.

[7] Hans Wackernagel; 1995; *Multivariate Geostatistics*, Springer.

[8] Isaaks, E. H., & Srivastava, R. M.; 1989; *An introduction to applied geostatistics*, New York: Oxford University.

[9] I. Gaus, D.G. Kinniburgh, J.C. Talbot, R. Webster ; 2003; *Geostatistical analysis of arsenic concentration in groundwater in Bangladesh using disjunctive kriging*, *Environmental Geology* , 44, pp. 939–948.

[10] Jacques Rivoirard; 1994; *Introduction to Non-Linear Geostatistics*, Oxford.

[11] Jingru Hou; 2004; *The Theory of Disjunctive Kriging and Its Application in Grade Estimate*, Civil &

## پی‌نوشت

- <sup>1</sup> Indicator Kriging
- <sup>2</sup> Multi Gaussian Kriging
- <sup>3</sup> Disjunctive Kriging
- <sup>4</sup> Chen Yu
- <sup>5</sup> Jingru
- <sup>6</sup> Emery
- <sup>7</sup> Armstrong
- <sup>8</sup> Webster
- <sup>9</sup> Isofactorial
- <sup>10</sup> D.G.Krige
- <sup>11</sup> Matheron
- <sup>12</sup> Marchel
- <sup>13</sup> Journal

